Для того чтобы исключить перекрестный член $\rho^{yy'}(\vec{x}_q, \vec{y}_q)(\rho^{\gamma\gamma'} = \rho^{\gamma} + \rho^{\gamma'})$ в экспоненте, совершаем еще одно преобразование координат Якоби. В результате этого преобразования получаем:

$$\exp\left\{-\mu_a^{\gamma\gamma'} x_q^2 - v_q^{\gamma\gamma'} y_q^2 - \rho_q^{\gamma\gamma'}(\vec{x}_q \cdot \vec{y}_q)\right\} = \exp\left\{-\mu_q^{\gamma\gamma'} x'^2 - \omega_q^{\gamma\gamma'} y'^2\right\},$$

Учитывая формулы для матричного элемента от орбитальной части оператора, получаем:

$$\left\langle \Psi_{JJ}^{tot} \middle| \hat{M}_{30}(\mathrm{l}) \middle| \Psi_{JJ}^{tot} \right\rangle = \frac{25}{81}\sqrt{21}\mu_0 \frac{Z_a m_N}{m_a} \frac{\langle JJ30|JJ\rangle}{\sqrt{[J]}} \sum_{\substack{ij\lambda l \\ i'j'\lambda' l'}} C_{ij}^{(\lambda 1)} C_{i'j'}^{(\lambda' 1')} \times$$

$$\times \sum_{L_1=0}^{\lambda} \sum_{L_2=0}^{l} \sum_{j_1, j_2} \sum_{L_3=0}^{\lambda'} \sum_{L_4=0}^{l'} \sum_{j_{31}, j_4} \frac{\left[1 + (-1)^{\lambda+\lambda'+n}\right]}{2} A_{\lambda l j_1 j_2}^{L L_1 L_2 Q_2} A_{\lambda' l' j_3 j_4}^{L' L_3 L_4 Q_2} \times$$

$$\times J(\mu\,\mathrm{x'})\,\mathrm{J}(\omega\,\mathrm{y'}) < (\mathrm{j}_3\mathrm{j}_4)\,\mathrm{L'S'}:\mathrm{J} \left\| \left[Y_2(\hat{\mathrm{y}}') \times \hat{\mathrm{l}}(\vec{\mathrm{y}}') \right]_3 \right\| (\mathrm{j}_1\mathrm{j}_2)\,\mathrm{LS}:\mathrm{J} > ,$$

где радиальные интегралы $J(\mu\,\mathrm{x'})$ и $J(\omega\,\mathrm{y'})$ равны:

$$J(\mu\,\mathrm{x'}) = \int_0^\infty x^{m+2} \exp(-\mu_2^{\gamma\gamma'}\,\mathrm{x'}^2)dx',$$

$$J(\omega\,\mathrm{y'}) = \int_0^\infty y^{m-n+2} \exp(-\omega_2^{\gamma\gamma'}\,\mathrm{y'}^2)dy',$$

$$n = L_1 + L_2 + L_3 + L_4, \qquad m = \lambda + \lambda' + l + l'.$$

Список литературы

1. Кукулин В.И. и др. Изучение структуры и свойств ядер с А=9(^9Be-^9B) в рамках мультикластерной динамической модели $2\alpha + N$ // Ядерная физика. – 1994. – Т.57, №11. – С. 1964-1980.
2. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. – М.: Мир, 1971. – Т.1. – С. 321-335.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ИЗОКЛИН ПРИ РЕШЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Веретеников А.С., Потапов Д.Н.

Самарская государственная сельскохозяйственная академия, Усть-Кинельский, e-mail: Plot.02@mail.ru

Дифференциальное уравнение первого порядка *ý = f(x, y)* имеет общее решение $y = y(x, C)$, которое определяет собой семейство интегральных кривых на плоскости *xOy*.

Если переменные *x* и *y* правой части дифференциального уравнения рассматривать как координаты точки *M(x, y)* плоскости *xOy*, то производная y' выражает угловой коэффициент касательной к интегральной кривой в точке *M(x, y)*. Таким образом, дифференциальное уравнение *ý = f(x, y)* определяет в каждой точке плоскости *xOy*, принадлежащей области существования функции $f(x, y)$, направление интегральной кривой, проходящей через эту точку, или определяет поле направлений на плоскости *xOy*.

Изображая направление в каждой точке области существования функции $f(x, y)$ маленькой стрелкой, выходящей из этой точки, можно построить поле направлений дифференциального уравнения, которое дает приближенное представление о расположении интегральных кривых этого уравнения.

Изоклинами дифференциального уравнения *ý = f(x, y)* называются геометрические места точек плоскости *xOy*, в которых интегральные кривые уравнения имеют одно и то же направление. Уравнение $f(x, y) = k$ является уравнением изоклины, соответствующей заданному направлению $y' = k$, где k – параметр. Придавая k близкие числовые значения, получается достаточно густая сеть изоклин – семейство изоклин, с помощью которых можно приближенно построить интегральные кривые дифференциального уравнения. Нулевая изоклина $f(x, y) = 0$ дает уравнение линий, на которых могут находиться точки максимума и минимума интегральных кривых. Точки пересечения двух или нескольких изоклин могут быть особыми точками дифференциального уравнения, т.е. такими точками, в которых правая часть уравнения *ý = f(x, y)* не определена.

Метод изоклин состоит в следующем:

1. Строится достаточно густая сетка изоклин для различных значений *k* и на каждой изоклине изображаются небольшие отрезки с наклоном *k*.

2. Начиная из точки (x_0, y_0), поводится линия, которая, будет пересекать каждую изоклину под углом, заданным полем направлений. Полученная таким образом кривая и будет приближенным изображением (эскизом) интегральной кривой уравнения, проходящей через точку (x_0, y_0).

Пусть дано уравнение $y' = y - x^2$ и требуется построить поле направлений и интегральные кривые, определяемые этим уравнением.

Сначала строятся графики изоклин. Уравнение семейства изоклин данного уравнения $y - x^2 = k$ или $y = x^2 + k$. Изоклины представляют собой семейство квадратичных парабол с осями, совпадающими с осью *Ox*. Меняя параметр *k*, получается семейство графиков изоклин, на них строится поле направлений.

При *k*=0 получается изоклина $y = x^2$, во всех точках которой направление поля параллельно оси *Ox* (Рис. 1).

При *k*=1 получается изоклина $y = x^2 + 1$, во всех точках которой направление поля образует с осью *Ox* угол $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

При *k*=-1 получается изоклина $y = x^2 - 1$, во всех точках которой направление поля образует с осью *Ox* угол $\alpha = -\frac{\pi}{4}$.

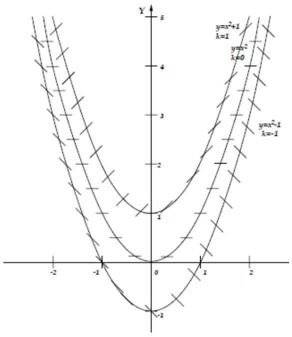

Рис. 1. Поле направлений уравнения $y' = y - x^2$.

Задается определенная точка (x_0, y_0) и поводится линия, которая, будет пересекать каждую изоклину под углом, заданным полем направлений. На рис. 2 показаны интегральные кривые, касающиеся поля направлений.

Метод изоклин как метод приближенного решения задачи Коши устарел. В его в основе лежит алгоритм изображения фрагмента поля направления, а современные компьютеры могут мгновенно и как угодно подробно нарисовать поле направлений, и достаточно точно изобразить интегральную кривую.

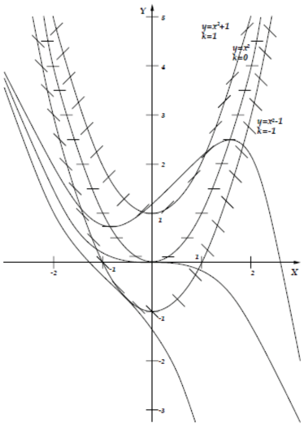

Рис. 2. Интегральные кривые уравнения $y' = y - x^2$.

Однако, метод изоклин эффективно работает как *инструмент исследования поведения решений*. Он позволяет изобразить области характерного поведения интегральных кривых и как средство эскизного представления интегральных кривых сохраняет свое значение и в нынешнюю эпоху бурного развития вычислительных машин и вычислительных методов.

Список литературы

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учебник в 2-х томах. Том 2. – М.: Наука – Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 560 с.

2. Пушкарь Е.А. Дифференциальные уравнения в задачах и примерах: учебно-методическое пособие. – М.: МГИУ, 2007. – 158 с.

ГАУССОВО РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН КАК S–ОБРАЗНОЕ РАНГОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Евсеев Д.А., Шарипова К.В., Гурина Р.В.

Ульяновский государственный университет, Ульяновск, e-mail: Sharipulya_43@mail.ru

Статистические закономерности являются фундаментальными законами природы. В работе [1] показано: идеальный график рангового распределения (РР) набора чисел случайных величин *W (r)* из Гауссового распределения представляет собой S-образную кривую, симметричную относительно биссектрисы прямого угла, образующего координатные оси *W* и *r* (рис.1). На рис.1,а представлено идеальное Гауссово частотное распределение $\mathbf{f_i} = f(W)$ и, соответствующее ему, РР этих же величин W*(r)* (рис.1, б).

График Гауссового распределения *f (W)* (рис 1, а) для наглядности повёрнут на 90 градусов в плоскости рисунка по отношению к графику рис. 1, б [1]. Приведённые графики являются результатом компьютерного моделирования случайных чисел (выборка 10000) с заданным Гауссовым распределением. Среднее значение случайной величины *W* = 200 (математическое ожидание) соответствует точке перегиба на S-образной кривой.

В методологии естественных наук известен способ определения принадлежности эмпирически полученного графика к той или иной математической зависимости. Этот метод идентификации заключается в построении полученной выборки эмпирических физических величин в «координатах спрямления» и приведения исследуемой функции к линейному виду в этих координатах. Этот метод широко используется физиками-экспериментаторами.

Представляет несомненную методологическую значимость нахождение координат спрямления для S-образной кривой РР случайных величин и применение этих координат с целью идентификации S-образного РР с вероятностным распределением случайных величин (Гауссовым распределением), что и составило цель исследования. Цель определила ряд конкретных задач и этапы исследования.

Этапы исследования.

1. Теоретическая часть:

• определение координат спрямления для S–образной кривой РР;

• нахождение и описание способа моделирования случайных чисел с заданным распределением вероятности;

2. Практическая часть:

• Проверка полученных теоретических результатов при помощи компьютерного модельного эксперимента.

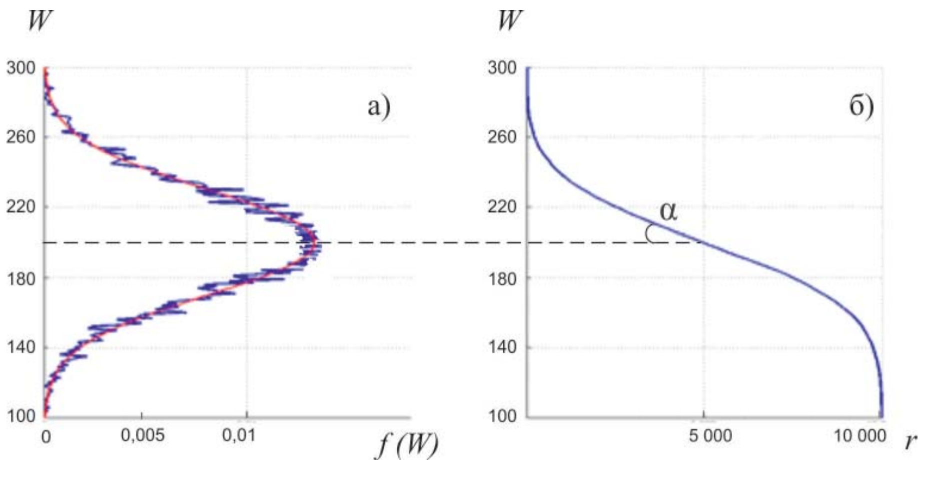

Рис. 1. а) Гауссово частотное распределение $f_i = f(W)$ 10000 случайных величин со стандартным отклонением σ = 30, математическим ожиданием 200;
б) соответствующее ему, РР этих же величин W (r) [1, с. 48].