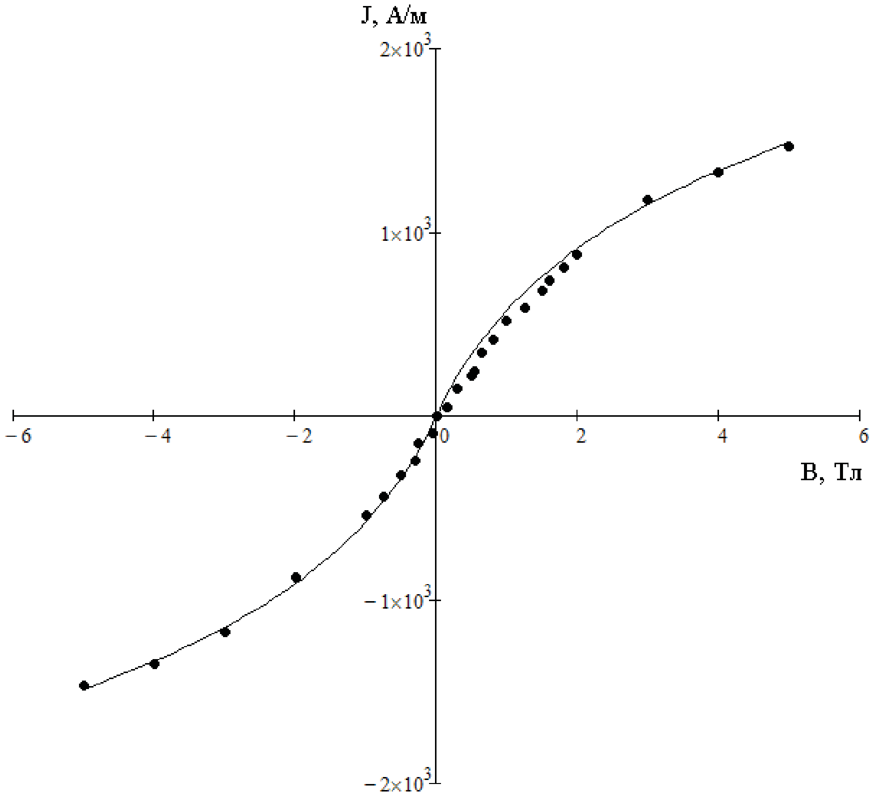

Рис. 1. Зависимость намагниченности разбавленного магнитного полупроводника $Sn_{0,993}Fe_{0,007}O_2$ от магнитного поля. Точки – экспериментальные значения при T=300 K (по данным [8]). Сплошная линия – результат аппроксимации по формуле (1)

Список литературы

1. Головкина М.В. Магнитные свойства композита со сверхпроводящими включениями // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. – 2010. – Т. 3, № 104. – С. 105-109.

2. Головкина М.В. Отражение электромагнитной волны от системы сверхпроводник – полупроводник // Современные наукоемкие технологии. – 2009. – № 8. – С. 8-10.

3. Головкина М.В., Обухович Т.Е. Усиление электромагнитной волны в композитных структурах с включениями сложной формы // Альманах современной науки и образования. – 2014. – № 5-6 (84).

4. Королёва Л. И. Магнитные полупроводники. – М.: Физический факультет МГУ, 2003. – 312 с.

5. Малков Н.А. Гиротропные среды в технике СВЧ. – Тамбов: Тамбовский государственный технический университет, 2005. – 104 с.

6. Орлов А.Ф., Кулеманов И.В., Пархоменко Ю.Н., Перов Н.С., Семисалова А.С. Разработка ферромагнитных полупроводников для применения в спиновой электронике: состояние и перспективы // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. – 2011. – Т. 3. – С. 4-12.

7. Golovkina M.V. Specific features of the propagation of electromagnetic waves in a waveguiding structure with superconducting film and metamaterial // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. – 2010. – V. 74, № 12. – P. 1669-1673.

8. Misra S.K., Andronenko S.I., Reddy K.M., Hays J., Thurber A. and Punnoose A. A variable temperature Fe^{3+} electron paramagnetic resonance study of Sn_{1-x}FexO, (0.00 ≤ x ≤ 0.05) // Journal of Applied Physics. – 2007. – Vol.101. – P. 09H120.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУМЕРНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В СОЛИСТАХ КУБИЧЕСКИХ АНИЗОТРОННЫХ УПРУГИХ СРЕДАХ

Самурат А.М., Баймагамбетов У.Б.

Актюбинский региональный государственный университет им. К.К. Жубанова, Актобе, e-mail:

С помощью интегральных преобразований Фурье и Лапласа и матричного метода исследуется решения уравнений теории упругости для слоистой кубической системы в двумерной области. Получены асимптотические представления корней дисперсионных уравнений, удобные для численных расчетов на ЭВМ.

Рассмотрим в декартовой системе координат x, z систему из n-кубических слоев, ограниченных полупространствами. Во всех упомянутых средах плоскость изотропии параллельна границами раздела. При этом каждая среда описывается уравнениями Ляме

$$\left.\begin{aligned} a\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+c\frac{\partial^2 u_z}{\partial x\partial z}+d\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2},a=\lambda+2 \\ a\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}+c\frac{\partial^2 u_x}{\partial x\partial z}+d\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}=\rho\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2},c=\lambda+\mu',d=\mu' \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

и уравнениями закона Гука

$$t_{xz}=\mu'\left(\frac{du_x}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial x}\right);\ t_{zz}=\lambda\frac{\partial u_x}{\partial x}+(\lambda+2\mu)\frac{\partial u_x}{\partial z} \quad (2)$$

в которых ρ – плотность; λ,μ,μ' – коэффициенты Ламе. На всех границах раздела имеют место условия жесткого контакта.

$$U_{xi}=U_{yi+1},\ U_{zi}=U_{zi+1},\ t_{xzi}=t_{xzi+1},\ t_{zzi}=t_{zzi+1}, \quad (3)$$

при которых непрерывны векторы смещений U_x, U_z, а также компоненты тензоры напряжения t_{zz}, t_{zz}. Поле смещений в заданной системе удовлетворяет нулевым начальным условиям

$$U_{x/t=0}=0,\ U_{z/t=0}=0,\ \frac{\partial u_x}{\partial t}\Big|_{t=0}=0,\ \frac{\partial u_z}{\partial t}\Big|_{t=0}=0, \quad (4)$$

Пусть

$$\varphi_1=u_x,\ \varphi_2=u_z,\ \varphi_3=tkz,\ \varphi_4=t_{zz},\ f_1=-\sin kx,\ f_2=\cos kx,$$

$$f_3=-k\sin kx,\ f_2=k\cos kx,\ F_1=U_x,\ F_2=U_z,\ F_3=T_{xz},\ T_u=T_{zz} \quad (5)$$

величина η в общем случае характеризует фазовую скорость υ = │I_mη│ и коэффициент затухания γ = R│R_eη│ интерференционных волн, при этом k=2π/l – волновое число l – длина волны, а в случае нормальных волн η=iτ. Решения задачи с помощью интегральных преобразований

$$\varphi_i(x,z,t)=\int_0^{\infty}\frac{f_j(kx)}{2\pi i}dk\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}F_j(k,\eta,z)e^{k\tau\eta}d\eta,$$

$$(j = 1,2,3,4) \qquad (6)$$

сводится к изучению системы дифференциальных уравнений

$$\left.\begin{aligned} &d\frac{\partial^2 u_x}{\partial(kz)^2}-\left(a+\rho\eta^2\right)U_x+c\frac{du_z}{d(kz)}=0;\\ &a\frac{\partial^2 u_z}{\partial(kz)^2}-\left(d+\rho\eta^2\right)U_z-c\frac{du_x}{\partial(kz)}=0;\\ &T_{xz}=d\left(\frac{du_x}{d(kz)}+U_z\right),T_{zz}=d\frac{du_z}{\partial(kz)}-(c-d)U_x.\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Первым двум уравнениям (7) соответствует определяющее уравнение

$$ad\alpha^4 - f\alpha^2 + (a + r\eta^2)(d + r\eta^2) = 0; \qquad (8)$$

$$\alpha_{1,2}=\sqrt{\frac{x\pm\sqrt{x^2-\theta}}{2ad}};\ f = d(d + r\eta^2)+d(d + r\eta^2)\ c^2 \qquad (9)$$

$$\theta = 4dd(d + r\eta^2)(d + r\eta^2)$$

Выбор основной ветви радикала (9) и проведения разрезов из точек ветвления $\eta=\pm i\sqrt{d/\rho}$ и $\eta=\pm i\sqrt{d/\rho}$ проводится так же, как в [I].

Система (7) сводится к системе алгебраических уравнений. Решение последний системы запишем для каждого слоя и каждого полупространства рассматриваемой среды. Заданная системы возбуждается падающими из полупространств волнами X_0^-, Y_0^-, X_{n+1}^+, Y_{n+1}^+ которые представляются равенствами (6). Образующиеся в результате отражений и преломлений волновые поля удовлетворяют соотношениям (I), (2) и (4). Кроме того, эти поля совместно с падающими возмущениями удовлетворяют условиями (3). Для определения остальных 4(n+1) функций на основании (3) применяем обобщенный матричный метод [I].

А теперь исследуем дисперсионные уравнения, описывающие распространение нормальных волн типа в заданном слое при kh $\gg 1$. С математической точки зрения дисперсионное уравнение является характеристическим уравнением для собственных чисел некоторого дифференциального оператора, являющегося обобщением оператора Штурма- Лиувилля. В случае нормальных волн этот оператор является самосопряженным, а для затухающих-несамосопряженным.

Дисперсионное уравнение симметричного слоя относительно плоскости z = 0,5h разлагается на два уравнения.

$$\left.\begin{aligned}&\gamma_2^2\gamma_1^{-1}th\frac{kh\alpha_1}{2}-\beta_2^2\beta_1^{-1}th\frac{kh\alpha_2}{2}=0,\\ &\gamma_2^2\gamma_1^{-1}th\frac{kh\alpha_2}{2}-\beta_2^2\beta_1^{-1}th\frac{kh\alpha_1}{2}=0\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Описывающие антисимметричные и симметричные колебания. Величины β_1, γ_1, β_2, γ_2 являются функциями от η, выражения которых получается из соответствующих выражения [I] при b=a d=m . Исследование уравнений проводится в областях

$$T_l - I_m\eta_1^{(0)} < I_m\eta \le \sqrt{\frac{d}{\rho}};$$

$$II - I_m\eta_2^{(0)} < I_m\eta_2^{(0)} \le Im\eta_1^{(0)} < Im\eta_1^{(0)}$$

$$III - 0 \le I_m\eta \le I_m\eta_2^{(0)}$$

так же, как в [2].

При этом величины $\eta_1^{(0)}, \eta_2^{(0)}$ являются точками ветвления внутреннего радикала (9) в верхней полуплоскости. Дисперсионные уравнения (10) при kh > 1 представляются соотношениями (11)

$$\left.\begin{aligned}&\gamma_2^2\gamma_1^{-1}-\beta_2^2\beta_1^{-1}=\frac{d}{c}(\alpha_1-\alpha_2)IR=0\ (I,III),A+\frac{2adB}{\sqrt{2}}-R=0\ (II),\\ &A=a\left(d+\rho\eta^2\right)-(c-d)^2,B=\rho\eta^2\left(d+\rho\eta^2\right);\\ &R=d\rho\tau^2+\sqrt{ad}\,\rho\tau^2\sqrt{d-\rho\tau^2}/\sqrt{d-\rho\tau^2}+(c-d)^2-a^2.\end{aligned}\right\}$$

Уравнение Релея IR = 0 в данной области имеют один корень области (I) τ = τ_R. Если эта предельная точка лежит в области (I) получим представления (12)

$$\tau = \tau_R - \frac{c\beta_2^2e^{-kh\alpha_2}}{dc_R\vartheta_R\beta_1(\alpha_1-\alpha_2)};$$

$$\tau = \tau_R + \frac{c\gamma_2^2e^{-kh\alpha_2}}{dc_R\vartheta_R\gamma_1(\alpha_1-\alpha_2)}; \qquad (12)$$

а в случае $\tau_R \in (III)$ (13)

$$\tau = \tau_R - \frac{c\gamma_2^2e^{-kh\alpha_1}}{dc_R\vartheta_R\gamma_1(\alpha_2-\alpha_1)};$$

$$\tau = \tau_R + \frac{c\gamma_2^2e^{-kh\alpha_2}}{dc_R\vartheta_R\gamma_1(\alpha_1-\alpha_2)}; \qquad (13)$$

Из этих равенств следует, что корни о разных сторон приближаются по экспоненциальному закону к предельной точке.

Если $\tau_R \in (II)$, то корни уравнений (10) имеют вид (14)

$$\tau = \tau_R \pm \frac{2A\sqrt{\sqrt{Q}+X}}{c_R\sqrt{\sqrt{Q}-X}}sin\left(\frac{kh}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{Q}-X}{ad}}\right)\exp\left(-kh\sqrt{\frac{\sqrt{Q}+X}{ad}}\right)$$

При этом в правых частях вместо величин A, θ, f имеем значения при τ = τ_R, а величина C_R = dR/d(rτ^2). Равенства (14) показывают, что корни приближаются к предельной точке, испытывая колебания около этой точки. Такой колебательной характер движения корней в области (II) является характерной особенностью дисперсионных уравнений анизотропной упругой среды.

Из вторых равенств (12) и (13), а также из монотонного характера перемещения особого корня симметричного дисперсионного уравнения следует, что скорость τ_R волны Релея, лежащая в интервалах (I) и (III) , удовлетворяют неравенству

$$\tau_R < \sqrt{\frac{a^2-(\varepsilon-d)^2}{dp}} \qquad (15)$$

Следует отметить, что используемые параметры a, c, d удовлетворяют условиям положительности плотности упругой энергии, а также неравенству, обеспечивающему однозначность определения скоростей распространения волн под любыми углами распространения [3]:

$$a + d - c > 0,\ a > d,\ d > 0;\ a(d - d) - c^2 > 0 \qquad (16)$$

Наконец, отметим, что из-за ограниченности объема работы приведены только основные результаты исследований.

Список литературы

1. Молотков Л.А., Баймагамбетов У. Об исследовании распространения волн в слоистых трансверсально-изотропных упругих средах. Записки науч. семинаров ЛОМИ. – Л., 1978. – Т. 78. – С. 149-173.

2. Молотков Л.А., Баймагамбетов У., Смирнова Н.С. Об исследовании дисперсионных уравнений свободного трансверсально-изотропного упругого слоя. Записки научн. семинаров ЛОМИ. – Л., 1980. – Т. 99. – С. 85-103.

3. Осипов И.О. К методу функционально-инвариантных решений для задач динамической теории упругости анизотропных сред // Известия АН СССР. Сер. геофиз. – 1963. – С. 391-396.

4. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. – М., 1973. – 343 с.