

## Секция «Математика и ее практические приложения»

научный руководитель – Долгополова Анна Федоровна, канд. экон. наук, доцент

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ  
ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ  
В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ

Ануприенко М.А.

Ставропольский государственный аграрный университет,  
Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Математические методы являются важнейшим инструментом анализа экономических явлений и процессов. Они позволяют создавать теоретические модели, а так же отображать существующие в экономической жизни связи, прогнозировать поведение экономических субъектов и экономическую динамику. Математическое моделирование становится языком современной экономической теории, одинаково понятным для учёных всех стран мира.

Рассмотрим типичные задачи с использованием математических методов [1-3]. Предприятие выпускает четыре вида изделий с использованием четырех видов сырья. Нормы расхода сырья даны как элементы матрицы  $A$ : 1 2 3 4. Вид сырья

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 7 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \text{ Изделие} \\ 2 \text{ Изделие} \\ 3 \text{ Изделие} \\ 4 \text{ Изделие} \end{matrix}$$

Требуется найти затраты сырья каждого вида при заданном плане выпуска каждого вида изделия: соответственно, 60, 50, 35 и 40 ед. Составим вектор-план выпуска продукции:  $\vec{q} = (60, 50, 35, 40)$ .

$$\vec{q} = (60, 50, 35, 40).$$

Тогда решение задачи дается вектором затрат, координаты которого и являются величинами затрат сырья по каждому его виду: этот вектор затрат вычисляется как произведение вектора на матрицу  $A$ :

$$\vec{q}A = (60 \ 50 \ 35 \ 40) \times \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 7 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 120 & 50 & 245 & 160 \\ 180 & 10 & 70 & 200 \\ 240 & 250 & 105 & 240 \\ 300 & 300 & 70 & 320 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 575 \\ 550 \\ 835 \\ 990 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим типичные задачи, возникающие в ходе хозяйственной деятельности предприятий. Спрогнозируем величину выпуска продукции, исходя из сведений известных о запасах сырья. Фирма выпускает 3 вида продукции. При этом используется 3 типа сырья. Таблица отражает основные параметры технологии производства. Определим объемы продукции, которые возможно выпустить при заложенных данных о запасах сырья. Такого рода вопросы неизбежно возникают при деятельности любого предприятия.

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, вес.ед./изд.			Запас сырья, вес.ед.
	1	2	3	
1	6	4	5	2400
2	4	3	1	1450
3	5	2	3	1550

Полученные в ходе решения ответы на поставленные вопросы дадут возможность для прогнозных оценок и заключений, а также для создания планов по микроэкономическим показателям предприятий.

Обозначим неизвестные объемы выпускаемой предприятием продукции через неизвестные величины  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ . Тогда при условии полного расхода запасов для каждого вида сырья можно записать уравнения, отражающие баланс продукции и сырья из которого она сделана. Получаем систему 3 уравнений с 3 неизвестными:

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 2400 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 1450 \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1550 \end{cases}$$

Решение систему уравнений приводит к следующим результатам (с учетом заданных значений о сырье):

$$x_1 = 150, x_2 = 250, x_3 = 100$$

Рассмотрим наиболее общую постановку задачи прогнозирования объемов продукции. Пусть

$$C = \|c_j\|; i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n$$

- матрица, отражающая расход сырья  $T$  видов при выпуске продукции. Тогда при известных объемах запаса каждого вида сырья, которые образуют соответствующий вектор  $\vec{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$ .

Вектор  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  характеризует объем выпуска продукции и определяется из решения системы  $T$  уравнений с  $n$  неизвестными

$$C\vec{x}^T = \vec{q}^T$$

Здесь индекс  $T$  означает транспонирование вектора-строки в вектор-столбец.

Рассмотрим задачи использования линейной модели торговли. Процесс взаимных закупок товаров анализируется с использованием понятий собственного числа и собственного вектора матрицы. Будем полагать, что бюджеты  $n$  стран, которые мы обозначим, соответственно,  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , расходуются на покупку товаров. Рассмотрим линейную модель обмена продукцией.

Пусть  $a_{ij}$  - доля бюджета  $x_j$ , которую  $j$ -я страна тратит на закупку товаров у  $i$ -й страны. Введем матрицу коэффициентов  $a_{ij}$ :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Тогда, если весь объем средств расходуется только на закупку сырья извне (это можно рассматривать как торговый бюджет). Тогда справедливо равенство

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} = 1; j=1,2,\dots,n$$

Матрица  $A$  с данным свойством, в силу которого сумма элементов ее любого столбца равна единице, называется структурной матрицей торговли. Для  $i$ -й страны общая выручка от внутренней и внешней торговли выражается формулой

$$P_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n$$

Условие сбалансированной торговли формулируется естественным образом: для каждой страны ее

