

щее и абстрактное знание. Математика в принципе может и должна использоваться во всех отраслях науки. Говоря о предмете и функциях математики, очевидно, что в современной науке всё более ощутимой становится интегрирующая роль математики, поскольку она является всеобщей научной дисциплиной. Функции математики в равной мере являются функциями гуманитарными, поскольку направлены на совершенствования материальной и духовной сфер человеческого бытия.

Математика, которая раньше использовалась в физике, механике, сейчас начинает активно вторгаться в экономику, экологию и т.д. Как ни странно, но интерес к математике среди студентов активно растёт. Студенты стремятся внедрить новые идеи в эту науку и понять особенности математических методов. Однако существующая организация общества существенно снижает эффективность воздействия математики на деятельность общества с целью устойчивого обеспечения жизнедеятельности человечества в будущем.

Список литературы

1. Бондаренко В.А., Мамаев И.И. Экономико-математическое моделирование: сущность и этапы // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона. – 2012. – С. 277-280.
2. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Алгоритм векторного метода в решении задач по охране природы и экологическим мероприятиям // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: материалы Международной научно-практической конференции. – 2014. – С. 48-52.
3. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Математическая модель расстановки игроков в баскетбольной команде // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: материалы Международной научно-практической конференции. – 2014. – С. 69-74.
4. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Модели математического анализа в решении задач природоохранной деятельности // Экономические, инновационные и НИИ задач информационные проблемы развития региона: материалы Международной научно-практической конференции. – 2014. – С. 65-69.
5. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Решение задач планирования посевов с использованием теории игр // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: материалы Международной научно-практической конференции. – 2014. – С. 56-62.
6. Бондаренко В.А., Поликарпова А.А. Применение предельных величин в экономике // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 142-143.
7. Бондаренко В.А., Ханларов С.Т. Применение определенного интеграла в геометрических и физических задачах // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 143-146.
8. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б., Мелешко С.В. Теория вероятностей и математическая статистика // Международный журнал экспериментального образования. – 2012. – № 11. – С. 51-52.
9. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Математика: учебное пособие // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 11-1. – С. 114-115.
10. Манастырная Е.С., Невидомская И.А. Теория вероятностей как теоретическая основа математической статистики // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 165-166.
11. Мелешко С.В., Невидомская И.А., Донец З.Г. Организация самостоятельной работы студентов при изучении комбинаторики // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона. – 2012. – С. 289-292.
12. Невидомская И.А., Копылова Е.П., Сотникова Ю.Д., Нивинская С.И. Применение дискретной математики при решении задач экономического содержания. – 2014. – № 5-2. – С. 169-171.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЦ В ЭКОНОМИКЕ

Ахмедханова А.И., Кожемякина В.А., Мамаев И.И.

Ставропольский государственный аграрный университет,
Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Одним из основных методов решения экономических задач является матричный метод. На данный момент особенно актуально использование матриц для создания баз данных, ведь вся информация обрабатывается и хранится в матричной форме.

Матрица – это прямоугольная таблица, представляющая собой совокупность строк и столбцов. Раз-

мерностью матрицы называется величина $m \times n$, где m – число строк, n – число столбцов.

Впервые матрица появилась в Древнем Китае и носила название «волшебный квадрат». Чуть позже она стала известна и арабским математикам. В конце XVII века швейцарский ученый Габриэль Крамер разработал свою теорию, а в 1751 году опубликовал один из методов решения систем линейных уравнений «правило Крамера». Также в этот период был создан «метод Гаусса». Огромный вклад в развитие теории матриц в середине XIX внесли такие известные ученые как Уильям Гамильтон и Артур Кэли. Наряду с ними развивали данную теорию немецкие математики Карл Вейерштрасс и Фердинанд Георг Фробениус, а также, французский математик Мари Энмон Камиль Жордан. В 1850 году Джеймс Сильвестр ввел современное понятие матрицы.

Таким образом, в математике появился раздел, который называется матричной алгеброй. Матричная алгебра имеет очень важное значение в экономике. Обуславливается это тем, что матричный метод позволяет в достаточно простой и понятной форме записывать различные экономические процессы и объекты. Одним из примеров может послужить таблица распределения ресурсов по различным отраслям (табл. 1).

Таблица 1

Распределение ресурсов

Ресурсы	Отрасли экономики		
	Промышленность	Сельское хозяйство	Торговля
Трудовые ресурсы	4,8	6,7	7,1
Водные ресурсы	3,1	2,5	5,8
Электроэнергия	5,6	4,3	3,4

Данная таблица может быть записана в виде матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 4,8 & 6,7 & 7,1 \\ 3,1 & 2,5 & 5,8 \\ 5,6 & 4,3 & 3,4 \end{pmatrix}$$

Так, например, элемент матрицы $a_{22} = 2,5$ показывает, сколько водных ресурсов потребляет сельское хозяйство, а элемент матрицы $a_{13} = 7,1$ показывает, сколько трудовых ресурсов потребляет торговля.

Другим примером может служить следующая задача:

предприятие выпускает три вида продукции C_1, C_2, C_3 и на производство данной продукции использует два вида сырья K_1, K_2 :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

где каждый элемент a_{ij} показывает, сколько сырья j -того типа может быть израсходовано на производство продукции i -того типа. Стоимость каждого типа сырья задана матрицей-столбцом

$$C = \begin{pmatrix} 60 \\ 40 \end{pmatrix},$$

а план выпуска продукции задан матрицей-строкой $B = (90 \ 130 \ 50)$.

Таким образом, мы получим: затраты на сырьё
 $K_1 = 4 \times 90 + 2 \times 130 + 1 \times 50 = 670$ (единиц),
 а стоимость второго сырья

$$K_2 = 3 \times 90 + 6 \times 130 + 5 \times 50 = 1300 \text{ (единиц).}$$

Следовательно, общая стоимость сырья

$P = 670 \times 60 + 1300 \times 40 = 92200$ может быть записана в виде матрицы: $P = K \times C = (BA)C = 92200$.

Отметим, что общую стоимость сырья P можно вычислить и в ином порядке: для начала, вычислим матрицу Z стоимостей затрат сырья:

$$Z = A \times C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 60 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 360 \\ 360 \\ 260 \end{pmatrix}$$

Общая стоимость сырья равна:

$$P = B \times Z = (90 \quad 130 \quad 50) \times \begin{pmatrix} 360 \\ 360 \\ 260 \end{pmatrix} = 92200$$

Одинаковость данных результатов (92200) получена благодаря выполнению ассоциативного закона произведения матриц: $(BA)C = B(AC)$

Далее рассмотрим задачу:

В таблице 2 приведены данные о производительности 5 предприятий, которые выпускают 4 вида продукции с потреблением 3-х видов сырья, так же длительность работы всех предприятий в году и цена каждого вида сырья.

на количество рабочих дней в году для данного предприятия ($i = 1, 2, 3, 4, 5$). Следовательно, годовую производительность каждого предприятия по каждому из изделий можно представить в виде матрицы:

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1050 & 960 & 720 & 910 & 1200 \\ 210 & 480 & 900 & 520 & 150 \\ 1890 & 2560 & 180 & 650 & 1050 \\ 840 & 1760 & 1440 & 780 & 750 \end{pmatrix}$$

Матрица затрат сырья на единицу изделия (данные показатели по условию являются одинаковыми для всех предприятий) имеет следующий вид:

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 9 \\ 5 & 7 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Расход по типам сырья на предприятиях можно описать при помощи произведения матрицы D на матрицу C :

$$DC = \begin{pmatrix} 88 & 176 & 85 & 98 & 93 \\ 107 & 221 & 123 & 131 & 118 \\ 114 & 224 & 117 & 135 & 124 \end{pmatrix}$$

где j -я строка соответствует номеру типа сырья, а i -й столбец – номеру предприятия согласно таблице ($j = 1, 2, 3; i = 1, 2, 3, 4, 5$).

Таблица 2

Вид изделия №	Производительность данных предприятий					Затраты видов сырья изделия		
	1	2	3	4	5	1	2	3
1	5	6	4	7	8	2	4	5
2	1	3	5	4	1	3	6	7
3	9	16	1	5	7	4	5	6
4	4	11	8	6	5	5	9	7
	Количество полных рабочих дней в году					Цена различных видов сырья		
	1	2	3	4	5	1	2	3
	210	160	180	130	150	50	60	70

Необходимо определить:

1) Производительность каждого предприятия по каждому типу изделий;

2) Потребность каждого предприятия по каждому типу сырья;

3) Сумму кредитования предприятий для закупки сырья, которое необходимо для выпуска продукции указанных видов и количеств.

Решение задачи: составим матрицы, которые характеризуют весь экономический спектр производства. Построим матрицу производительности предприятий по всем типам продукции:

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 5 & 4 & 1 \\ 9 & 16 & 1 & 5 & 7 \\ 4 & 11 & 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Каждый столбец данной матрицы соответствует производительности по каждому виду продукции. Исходя из этого, годовую производительность i -го предприятия по каждому виду продукции можно получить благодаря умножению i -го столбца матрицы C

На второй вопрос задачи ответ можно получить аналогично, умножив столбцы матрицы DC на соответствующее количество рабочих дней в году – это годовая потребность предприятий в каждом типе сырья:

$$D C_1 = \begin{pmatrix} 18480 & 28160 & 15300 & 12740 & 13950 \\ 22470 & 35360 & 22140 & 17030 & 17700 \\ 23940 & 35840 & 21060 & 17550 & 18600 \end{pmatrix}$$

Введем вектор стоимости сырья: $\vec{q} = (50, 60, 70)$

Тогда стоимость годового запаса сырья для каждого предприятия получим путем умножения вектора \vec{q} на матрицу $D C_1$:

$$\vec{Q} = \vec{q} D C_1 = (3948000 \quad 6038400 \quad 3567600 \quad 2887300 \quad 3061500)$$

Исходя из этого, суммы кредитования предприятий для закупки сырья определяются соответствующими компонентами вектора \vec{Q} .

Из вышеизложенного следует, что матрицы имеют ряд достоинств: позволяют в достаточно простой и понятной форме записывать различные экономиче-

ские процессы и закономерности, дают возможность решать сложные задачи. Также с помощью матриц можно с минимальным количеством затрат труда и времени обработать большой статистический материал, различные данные, которые характеризуют структуру и особенности социально-экономического комплекса.

Список литературы

1. Красс М.С. Математика в экономике. – М.: ФБК-ПРЕСС, 2005. – 472 с.
2. Мамаев И.И., Бондаренко В.А. Экономические задачи на составление систем линейных алгебраических уравнений // Финансово-экономические и учетно-аналитические проблемы развития регионов: материалы ежегодной 78-й научно-практической конференции Ставропольского ГАУ «Аграрная наука Северо-Кавказскому федеральному округу». Секция «Финансово-экономические и учетно-аналитические проблемы развития региона, г. Ставрополь, 16 апреля 2014г. – Ставрополь: ООО «Альфа Принт», 2014. – С. 251-255.
3. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Опыт использования математических моделей современных экономических исследований в учебном процессе // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона. – Ставрополь, 2013. – С. 233-236.
4. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Модель совершенствования мотивации обучения студентов экономических специальностей в учебном процессе // Информационные системы и технологии как фактор в развитии экономики региона: сборник материалов Международной научно-практической конференции / СтГАУ. – Ставрополь: Бюро Новостей, СтГАУ, 2013. – С. 225-228.
5. Мамаев И.И., Бондаренко В.А. Моделирование экономических процессов с использованием методов линейной алгебры // Аграрная наука, творчество, рост: сборник научных трудов по материалам Международно-практической конференции. – Ставрополь: СтГАУ, 2013. – С. 268-271.
6. Мамаев И.И., Долгополова А.Ф. Профессиональная направленность в обучении студентов математическим дисциплинам // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 278-280.
7. Цысь Ю.В., Долгополова А.Ф. Элементы линейной алгебры и их применение при решении экономических задач // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – №6. – С. 91-93.

ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДСТВ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ В МЕТОДЕ КОНТУРНЫХ ТОКОВ

Гайчук В.Д.

Ставропольский государственный аграрный университет,
Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Одной из возможных областей применения средств линейной алгебры является раздел электротехники, занимающийся расчетами контурных токов в цепи. Для решения задач электротехники используется матричное уравнение контурных токов, системы линейных уравнений, определители. Рассмотрим применение этого аппарата более подробно.

В методе контурных токов принято считать, что в каждом независимом контуре схемы течет свой контурный ток. Уравнения составляются относительно контурных токов. После нахождения решений уравнений определяют токи ветвей через контурные токи.

Следовательно, метод контурных токов можно определить как метод расчета, в котором за неизвестные принимаются контурные токи.

Контурные токи – это условные, расчетные токи. Обозначим их двойными индексами: I_{11} , I_{22} , I_{33} . Число переменных в этом методе равно числу независимых контуров, то есть числу уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа.

В этом случае задача расчета токов разделяется на две части:

- 1) рассчитываются контурные токи I_{11} , I_{22} , I_{33} .
- 2) рассчитываются реальные токи.

Для лучшего понимания зададим условие конкретной схемы (см. рис. 1)

Для данной схемы известны следующие значения: $E_1 = 8В$, $E_2 = 12В$, $E_3 = 19В$, $R_1 = 9Ом$, $R_2 = 20Ом$, $R_3 = 12Ом$, $R_4 = 19Ом$, $R_5 = 14Ом$, $R_6 = 10Ом$.

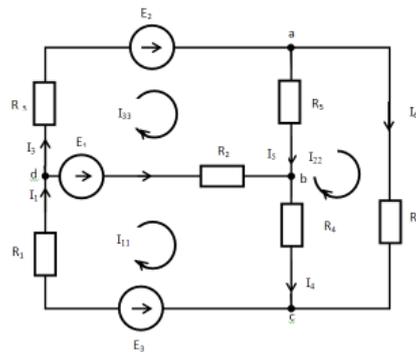


Рис. 1. Схема электрической цепи

В процессе решения задачи электротехники привлекаются математические способы записи условий и алгоритмы, позволяющие найти математическое решение поставленной задачи, в частности, системы линейных алгебраических уравнений, матрицы, определители.

Матрицы применяются для компактной записи систем линейных алгебраических или дифференциальных уравнений. В этом случае количество строк матрицы соответствует числу уравнений, а количество столбцов – количеству неизвестных. В результате решение систем линейных уравнений сводится к операциям над матрицами.

Переведём поставленную задачу расчёта контурных токов на язык математики, учитывая порядок расчёта токов:

- а) выберем независимые контуры $dabd$, $acba$, $abcd$;
- б) выберем направления контурных токов (по часовой стрелке);
- в) выберем направления обхода контуров (по часовой стрелке);
- г) составим для каждого контура уравнение по второму закону Кирхгофа, учитывая, что через сопротивления, входящие в два соседних контура проходят два контурных тока.

Рассмотрим схему электрической цепи, представленной на рисунке 1. Направления обхода контуров показаны стрелками и обозначены I_{11} , I_{22} , I_{33} . По второму закону Кирхгофа уравнения для этих контуров примут следующий вид (1):

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_2 + R_4) - I_{22} \cdot R_4 - I_{33} \cdot R_2 = E_2 - E_1, \\ I_{22}(R_4 + R_5 + R_6) - I_{11} \cdot R_4 - I_{33} \cdot R_5 = 0, \\ I_{33}(R_3 + R_5 + R_2) - I_{11} \cdot R_2 - I_{22} \cdot R_5 = E_2 - E_3. \end{cases}$$

Арифметическая сумма сопротивлений, входящих в каждый выбранный контур, будет *собственным контурным* сопротивлением R_{kk} (с двойным индексом номера контура) и определяется по формулам:

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_4,$$

$$R_{22} = R_4 + R_5 + R_6,$$

$$R_{33} = R_3 + R_5 + R_2.$$

Сопротивления, входящие в два соседних контура, будут *общими сопротивлениями контура*. Например, сопротивление R_4 является общим между первым и вторым контурами, обозначим его также двойным индексом – по номерам контуров.

Например, $R_4 = R_{12} = R_{21}$.

Алгебраическая сумма ЭДС, входящих в данный контур, будет *контурной ЭДС*, её также обозначим двойными индексами: