ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ РАВНОВЕСИЯ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

Галькова А.А., Невидомская И.А.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Прогнозирование спроса населения на ту или иную продукцию тесно связано с экономическими, социальными, демографическими и научно-техническими аспектами. Платежеспособный спрос населения может принимать разнообразные формы, описание которых происходит с помощью методов математического аппарата.

Например, изучения цен спроса и предложения на какую-либо продукцию или услугу происходит с помощью теории дифференциальных уравнений.

Под дифференциальным уравнением будем понимать уравнение, которое связывает независимую переменную *x*, неизвестную функцию *y* и ее производные до некоторого порядка *n* включительно. Порядком дифференциального уравнения является порядок наивысшей производной.

Одной из моделей, описывающей формирование равновесия и изучающей динамику спроса и предложения на основе теории дифференциальных уравнений, является паутинообразная модель.

Рассмотрим паутинообразную модель с запасами товаров, где от величины запаса зависит скорость изменения цены *P*. Таким образом: *D* – спрос, *P* – цена, *S* – предложение, равновесная цена и равновесный объем находятся из условия равенства спроса и предложения $D(P) = S(P)$. Учитывая, что спрос и предложение – линейные функции цены, а именно

$$D = \alpha + aP, S = \beta + bP$$

а λ – постоянная, выражающая скорость изменения *P* при изменении запасов товара, что определяется скоростью реакции, получим дифференциальное уравнение, описывающее процесс изменения цены:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \lambda(b-a)P = \lambda(\alpha - \beta).$$

В качестве частного решения возьмем постоянную, которая представляет цену равновесия: $P = \overline{P} = (\alpha - \beta)/(b-a)$, тогда отклонение $p = P - \overline{P}$ удовлетворяет однородному уравнению

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \lambda(b-a)p = 0$$

Следующим действием найдем общее значение уравнения. Обозначим в уравнении неизвестную/

Заменим $\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$ на k^2.

Имеем характеристическое уравнение:

$$k^2 + \lambda(b-a) = 0.$$

Тогда выражение λ(b-a) будет положительным при условии: a<0, b>0, а λ>0.

Если $\omega = \sqrt{\lambda(b-a)}$, тогда характеристическое уравнение имеет корни $k_{1,2} = \pm i\omega$. Таким образом, общее решение уравнения будет иметь вид: $p = C\cos(\omega t - \varepsilon)$, где *C* и ε – произвольные постоянные, определяющиеся единственным образом, при заданных начальных условиях. Так, добавив $\overline{P}$, получаем искомый закон изменения цены во времени:

$$P = \overline{P} + C\cos(\omega t - \varepsilon).$$

Приведем пример. Будем предполагать, что производители зерна определяют предложение *S* товара в текущем периоде на основе цены *p,* которая была установлена в предшествующий период. Спрос *d* на товар изменяется в зависимости от цены в данном периоде.

Таким образом, можно говорить о запаздывании предложения от цены, так как решение об объеме производства принимается с учетом текущих цен, а производственный цикл имеет определенную продолжительность. В связи с этим, предложение, соответствующее данному решению, появится на рынке по окончании этого цикла.

Если спрос и предложения линейно зависят от *p,* то динамика цены описывается следующими уравнениями:

$$S(t) = a \cdot p(t-1) + b,$$
$$d(t) = -m \cdot p(t) + n,$$

которые описывают колебательный характер.

При этом, если

$$\frac{a}{m} < 1, то \left(-\frac{a}{m}\right)^t \to 0, \left(t \in \square\right) и p\left(t\right) \to \overline{p},$$

последовательность цен сходится к равновесному состоянию.

При $m = a$ значения $p\left(t\right)$ чередуются вокруг равновесного значения $\overline{p}$

Если

$$\frac{a}{m} > 1, то \left(-\frac{a}{m}\right)^t \to \infty$$

является неустойчивым равновесием. В результате чего бесконечно возрастающих колебаний не наблюдается. Это происходит в связи с тем, что при больших отклонениях от равновесия линейные зависимости спроса и предложения от цены становятся нереалистичными.

Таким образом, паутинообразная модель, показывающая колебания в простейшей динамической модели, в результате которых формируется равновесие. Данная модель отражает формирование равновесия в отрасли с фиксированным циклом производства с помощью дифференциальных уравнений.

Список литературы

1. Агафонова Н.П., Орехова Н.В., Мелешко С.В. Применение метода наименьших квадратов для определения уравнений кривых спроса и предложения и состояния рыночного равновесия // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 136-138.

2. Бондаренко В.А., Цыплакова О.Н. Задачи с экономическим содержанием на занятиях по дифференциальному исчислению. Актуальные вопросы теории и практики бухгалтерского учета, анализа и аудита. Ежегодная 75-ая научно-практическая конференция. – 2011. – С. 124-127.

3. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Визуализация решений дифференциальных уравнений в среде SIVULINK системы MATLAB // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем. – 2012. – С. 129-131.

4. Мамаев И.И., Бондаренко В.А. Дифференциальное исчисление в задачах экономики // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 266-268.

5. Невидомская И.А., Кочарян А.Г. Применение метода дискриминантного анализа для прогнозирования финансовой устойчивости предприятия // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 7. – С. 80-81.

6. Невидомская И.А., Якубова А.М. Применение факторного анализа при исследовании экономических процессов // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 81-83.

7. Попова С.В., Смирнова Н.Б. Использование дифференциальных уравнений в построении математических моделей в экономических процессах // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 280-283.