

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКОНОМИКИ  
С ПРИМЕНЕНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ**

Грищенко К.В., Тютюнникова Ю.С.

Ставропольский государственный аграрный университет,  
Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

**1. Способ пропорционального деления и долевого участка.**

Для нахождения величины влияния причин на отклонение от плана результативного показателя можно воспользоваться методом соразмерного деления. Во многих случаях он необходим и важен, например таких как: аддитивные модели типа  $Y = a + b + c$  и кратно-аддитивными такие как:

$$y = \frac{a}{b + c + d + \dots + n}$$

где,  $a, b, c$  – причина, фактор, а  $y$  – общий показатель.

Сущность такого метода заключена в следующем:

1. Определить часть всякой причины в общей сумме их изменений;

2. Эту часть умножить на общую величину изменения обобщающего показателя.

Для одноуровневого типа модели мы производим расчёт по такому принципу:

$$\Delta Ya = \frac{\Delta Y}{\Delta a + \Delta b + \Delta c} * \Delta a$$

$$\Delta Yb = \frac{\Delta Y}{\Delta a + \Delta b + \Delta c} * \Delta b$$

$$\Delta Yc = \frac{\Delta Y}{\Delta a + \Delta b + \Delta c} * \Delta c$$

Пример 1: Пусть относительный показатель экономической эффективности упал на 10% из-за увеличения имущества, используемого для получения прибыли, в организации на 100 млн руб. Вследствие цена общего капитала поднялась на 150 млн руб., а оборотного снизилась на 25 млн руб. Значит :

1. За счёт 1 фактора относительный показатель экономической эффективности уменьшился;

2. За счёт второго фактора увеличился.

$$\Delta R1 = \frac{-10\%}{100} * 150 = -15\%$$

$$\Delta R2 = \frac{-10\%}{100} * (-25) = +2,5\%$$

Кратно-аддитивный расчёт проходит немного иначе и сложнее. Взаимосвязь причин в комбинированной модели такова:  $Y$  – результативный показатель,  $A, B, C$  – факторы первого уровня;  $D, N, M$  – факторы второго уровня.

Если нам известны  $\Delta Bd, \Delta DBn, \Delta Bm$  и  $\Delta Yb$ , то для нахождения  $\Delta Yd, \Delta Yn, \Delta Ym$  используется рассматриваемый нами метод. Этот способ базируется на соразмерном разделении прироста результативного показателя  $Y$  за счёт изменения причин  $B$  между причинами второго уровня  $D, N, M$ , которые, в свою очередь, соответствуют своим показателям.

Также в данном методе хорошо используется коэффициент, который распределяет пропорциональность, а также показывает величину изменения результативного показателя  $Y$  за счёт изменения причин  $B$  на одну единицу.

Обозначается коэффициент обычной латинской буквой «K» и находится по формуле:

$$K = \frac{\Delta Yb}{\Delta B} = \frac{\Delta Yb}{\Delta Bd + \Delta Bn + \Delta Bm}$$

Изменение результативного показателя можно найти путём умножения коэффициента на абсолютное отклонение  $B$  за счёт соответствующей причины:

$$\Delta Yd = K * \Delta Bd, \Delta Yn = K * \Delta Bn, \Delta Ym = K * \Delta Bm.$$

Пример 1: Изначальная цена 1 ткм из-за ухудшения производительности автомобилей повысилась на 180 руб. Но также, мы знаем, что эта средняя годовая производительность снизилась из-за:

1. превышающих простоев машин – 3000 ткм ;
2. превышающих холостых пробегов – 4000 ткм;
3. неполного использования максимальной нагрузки – 3000 ткм.

Всего – 12000 ткм

Найдём изменение изначальной цены с учётом влияния причин II уровня:

$$\begin{aligned} \Delta Ca &= \frac{\Delta C_{2в}}{\Delta GBa + \Delta GBb + \Delta GBв} * \Delta GBa = \\ &= \frac{180 \text{ руб}}{-12000} * (-5000) = +75 \text{ руб.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Cb &= \frac{\Delta C_{2в}}{\Delta GBa + \Delta GBb + \Delta GBв} * \Delta GBb = \\ &= \frac{18 \text{ руб}}{-12000} * (4000) = +60 \text{ руб.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Cv &= \frac{\Delta C_{2в}}{\Delta GBa + \Delta GBb + \Delta GBв} * \Delta GBв = \\ &= \frac{180 \text{ руб}}{-12000} * (-3000) = +45 \text{ руб.} \end{aligned}$$

Всего +180 руб.

**2. Метод дифференциального исчисления.**

При решении математических задач можно использовать различные методы: логарифмирования, дифференциального исчисления, линейного программирования. В дифференциальном исчислении базовой категорией является производная. Производная является предельным показателем дифференцируемой функции. В большинстве экономических наук вместо предельного показателя используют средний, т.к. вычисление предельного показателя – очень трудоёмкий и сложный процесс. Но по результатам среднего показателя нельзя определить, насколько увеличится эффективность и производительность предприятия. Точные исследования дадут результат, максимально приближенный к реальному, получаемому в процессе производства. Дифференциальное исчисление было создано И. Ньютоном и Лейбницем в конце XVII века на основе двух задач:

- 1) Поиск касательной к произвольной линии.
- 2) Поиск скорости при произвольном законе движения (также используемый в физике – скорость движения частиц).

Основной задачей экономического анализа можно считать изучение взаимосвязей экономических величин, записанных в виде функций.

В экономике часто стоит задача при помощи математических формул найти оптимальное значение показателя: производительности труда, издержек производства, прибыли, ожидаемых капиталовложений, максимального уровня выпуска продукции.

Приведём пример использования метода дифференциального исчисления в экономических задачах:

Пусть зависимость между издержками производства «у» и объёмом выпускаемой продукции «х» на

предприятию выражается функцией  $y = 20x^2 + 100$ . Определим предельные издержки при объеме выпуска продукции  $x=500$ . Предельные издержки можно выразить как  $y'(x)$  при  $x=500$ ,  $y'(500) = 40$ . Это означает, что при объеме выпущенной продукции ( $x = 500$  единиц), на выпуск дополнительной единицы продукции необходимы затраты (сверх установленной нормы) в 40 денежных единиц. Из этого можно сделать вывод, что предельная величина показывает не состояние, а (в данном случае) сам процесс изменения объема выпускаемой продукции. Во-первых, метод дифференциального исчисления также как и другие математические методы позволяет внедрять теорию в практику на производстве. Во-вторых, использование «математического языка» даёт возможность точно излагать положения экономической теории, использовать методы не только в математике, но и в экономической теории. В-третьих, эти методы показывают зависимость между переменными: использование тех или иных формул зависит от области их применения. В математике можно использовать средние показатели, но на предприятии для определения его эффективности необходимы предельные, т.к. небольшая погрешность в вычислении может нарушить функционирование всего производства.

Таким образом, применение математических методов, в том числе дифференциального исчисления, не ограничивается применением в математике, экономике, а изменяется, развивается и совершенствуется.

В будущем многие методы будут использоваться также в различных отраслях: промышленности, экономике, физике, инженерии.

#### Список литературы

1. Электронный ресурс // book.all-5.ru/afhd1173.htm
2. Гулай Т.А., Литвин Д.Б., Долгополова А.Ф. Использование математических методов для анализа динамических свойств управляемого объекта // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем. – 2012. – С. 167-170.
3. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Личностно-ориентированное обучение математике студентов экономических направлений как средство повышения качества обучения // Теоретические и прикладные проблемы современной педагогики. – 2012. – С. 28-33.
4. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Перспективы применения математических методов в экономических исследованиях // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 255-257.
5. Донец З.Г., Бабаева Э.З., Шумская В.Ю. Модели управления запасами // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – №5-2. – С. 155-156.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА В ЭКОНОМИКЕ

Донец З.Г., Смолянинова Е.Е., Литвинец К.В.

Ставропольский государственный аграрный университет,  
Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Для начала можно остановиться на вычислении суммарной экономической прибыли фирмы в долгосрочном периоде. Для этого понадобится ввести ряд экономических терминов, понятий и обозначений.

$P$  (price) – цена данного товара, выпускаемого фирмой;

$Q$  (quantity) – объем товара, выпускаемый производителем;

$TR$  (total revenue) – валовой доход, т.е. весь совокупный доход фирмы от продажи конкретного количества товара за определенную цену;

$TC$  (total costs) – валовые издержки: совокупность всех расходов фирмы на выпуск конкретного объема товара;

Основным мотивом и движущей системой деятельности фирмы является прибыль. Она представляет собой разницу между совокупной выручкой и совокупными издержками фирмы. Она обозначается  $P$  (profit):

$$P = TR - TC$$

$$TR = -x^2 + 8x - 7 \text{ и } TC = x^2 - 8x + 17.$$

Производитель будет иметь только нормальную прибыль, при которой  $TR - TC = 0$ . Нас интересуют расчеты экономической прибыли в длительном периоде, т.к. предприятие в течение времени  $t$  увеличивает объем выпуска  $Q$  на  $\Delta Q$ .

При помощи интегрального уравнения достаточно легко получить искомое значение. Пределами интегрирования являются значения  $Q_1$  и  $Q_2$ , где  $TR - TC$ .

1)  $-x^2 + 8x - 13 = x^2 - 8x + 17$ , а значит  $x_1 = Q_A = 3$  и  $x_2 = Q_B = 5$ .

Геометрически зона экономической прибыли представляет собой площадь пересечения графиков заданных функций. Таким образом, разница определенных интегралов функций  $TR$  и  $TC$ , т.е. разности площадей криволинейных трапеций является искомым значением площади (необходимые и достаточные условия выполняются для обеих функций).

$$\int_3^5 (-x^2 + 8x - 13) dx$$

$$\int_3^5 (-x^2 - 8x + 17) dx$$

Так как разность интегралов равна разности подинтегральных выражений, получим:

$$\begin{aligned} & \int_3^5 (-x^2 + 8x - 13 - (x^2 - 8x + 17)) dx = \\ & = -2 \int_3^5 (x^2 + 8x - 15) dx = -2 \left( \frac{x^3}{3} + 4x^2 - 15x \right) \Big|_3^5 = \\ & = -2 \left( \frac{125}{3} + 200 - 75 \right) + 2(9 + 36 - 45) = \\ & = -\frac{500}{3} = -166\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Монополист действует на рынке в отсутствие соперников. Поэтому в противоположность совершенному конкурентному предпринятию, чья экономическая прибыль в длительном периоде (благодаря увеличению числа предприятий) сводится к нулю, монополист может получать положительную экономическую прибыль и в длительном периоде. С другой стороны, как и в случае совершенной конкуренции, экономическая прибыль монополиста в длительном периоде не может быть отрицательной. Следовательно,

$$P = \left| -166\frac{2}{3} \right| = 166\frac{2}{3}$$

Расчет экономической прибыли возможен при анализе иных функций: как при сравнении объема максимизирующей прибыли, возможно сравнение как  $TC$  и  $TR$  в длительном периоде, так и  $MR$  и  $TR$  в краткосрочном, где:

$MR$  – предельный доход  $MR = (TR)'$ . Доход, получаемый с каждой дополнительной единицы товара.  $MR = -1,4q + 5$ .

$MC$  – предельные издержки. Издержки фирмы от производства каждой дополнительной единицы товара.

$$VC = (TC); NC = \frac{4}{q} + 2,3; MC = (q - 2)^2 + 3.$$

Линии  $MC$  ниже  $D$ , т.к. в условиях монополии. Это обусловлено тем, что продажа дополнительной единицы продукции требует от монополиста снижения цен на нее.

$$D = -q + 7$$