предприятии выражается функцией $y = 20x^2 + 100$. Определим предельные издержки при объёме выпуска продукции $x=500$. Предельные издержки можно выразить как $y'(x)$ при $x=500$, $y'(500) = 40$. Это означает, что при объёме выпущенной продукции ($x = 500$ единиц), на выпуск дополнительной единицы продукции необходимы затраты (сверх установленной нормы) в 40 денежных единиц. Из этого можно сделать вывод, что предельная величина показывает не состояние, а (в данном случае) сам процесс изменения объёма выпускаемой продукции. Во-первых, метод дифференциального исчисления также как и другие математические методы позволяет внедрять теорию в практику на производстве. Во-вторых, использование «математического языка» даёт возможность точно излагать положения экономической теории, использовать методы не только в математике, но и в экономической теории. В-третьих, эти методы показывают зависимость между переменными: использование тех или иных формул зависит от области их применения. В математике можно использовать средние показатели, но на предприятии для определения его эффективности необходимы предельные, т.к. небольшая погрешность в вычислении может нарушить функционирование всего производства.

Таким образом, применение математических методов, в том числе дифференциального исчисления, не ограничивается применением в математике, экономике, а изменяется, развивается и совершенствуется.

В будущем многие методы будут использоваться также в различных отраслях: промышленности, экономике, физике, инженерии.

Список литературы

1. Электронный ресурс // book.all-5.ru/afhd1173.htm

2. Гулай Т.А., Литвин Д.Б., Долгополова А.Ф. Использование математических методов для анализа динамических свойств управляемого объекта // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем. – 2012. – С. 167-170.

3. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Личностно-ориентированное обучение математике студентов экономических направлений как средство повышения качества обучения // Теоретические и прикладные проблемы современной педагогики. – 2012. – С. 28-33.

4. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Перспективы применения математических методов в экономических исследованиях // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 255-257.

5. Донец З.Г., Бабаева Э.З., Шумская В.Ю. Модели управления запасами // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – №5-2. – С. 155-156.

ПРИЛОЖЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА В ЭКОНОМИКЕ

Донец З.Г., Смолянинова Е.Е., Литвинец К.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Для начала можно остановиться на вычислении суммарной экономической прибыли фирмы в долгосрочном периоде. Для этого понадобится ввести ряд экономических терминов, понятий и обозначений.

P (price) – цена данного товара, выпускаемого фирмой;

Q (quantity) – объем товара, выпускаемый производителем;

TR (total revenue) – валовой доход, т. е. весь совокупный доход фирмы от продажи конкретного количества товара за определенную цену;

TC (total costs) – валовые издержки: совокупность всех расходов фирмы на выпуск конкретного объема товара;

Основным мотивом и движущей системой деятельности фирмы является прибыль. Она представляет собой разницу между совокупной выручкой и совокупными издержками фирмы. Она обозначается P (profit):

$$P = TR - TC$$

$$TR = -x^2 + 8x - 7 \text{ и } TC = x^2 - 8x + 17.$$

Производитель будет иметь только нормальную прибыль, при которой TR – TC = 0. Нас интересуют расчеты экономической прибыли в длительном периоде, т.к. предприятие в течение времени t увеличивает объем выпуска Q на ΔQ.

При помощи интегрального уравнения достаточно легко получить искомое значение. Пределами интегрирования являются значения Q_1 и Q_2, где $TR - TC$.

1) $-x^2 + 8x - 13 = x^2 - 8x + 17$, а значит $x_1 = Q_A = 3$ и $x_2 = Q_B = 5$.

Геометрически зона экономической прибыли представляет собой площадь пересечения графиков заданных функций. Таким образом, разница определенных интегралов функций TR и TC, т. е. разности площадей криволинейных трапеций является искомым значением площади (необходимые и достаточные условия выполняются для обеих функций).

$$\int_3^5 (-x^2 + 8x - 13)dx$$

$$\int_3^5 (-x^2 - 8x + 17)dx$$

Так как разность интегралов равна разности подынтегральных выражений, получим:

$$\int_3^5 (-x^2 + 8x - 13 - (x^2 - 8x + 17)dx =$$

$$= -2\int_3^5 (x^2 + 8x - 15)dx = -2(\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 15x)_3^5| =$$

$$= -2\left(\frac{125}{3} + 200 - 75\right) + 2(9 + 36 - 45) =$$

$$= -\frac{500}{3} = -166\tfrac{2}{3}$$

Монополист действует на рынке в отсутствие соперников. Поэтому в противоположность совершенно конкурентному предприятию, чья экономическая прибыль в длительном периоде (благодаря увеличению числа предприятий) сводится к нулю, монополист может получать положительную экономическую прибыль и в длительном периоде. С другой стороны, как и в случае совершенной конкуренции, экономическая прибыль монополиста в длительном периоде не может быть отрицательной. Следовательно,

$$P = |-166\tfrac{2}{3}| = 166\tfrac{2}{3}$$

Расчет экономической прибыли возможен при анализе иных функций: как при сравнении объема максимизирующей прибыли, возможно сравнение как *TC* и *TR* в длительном периоде, так и *MR* и *TR* в краткосрочном, где:

MR – предельный доход *MR* = (*TR*)’. Доход, получаемый с каждой дополнительной единицы товара. MR = –1,4q + 5.

MC – предельные издержки. Издержки фирмы от производства каждой дополнительной единицы товара.

$$VC = (TC);\ NC = \frac{4}{q} + 2{,}3;\ MC = (q-2)^2 + 3.$$

Линии *MC* ниже *D*, т.к. в условиях монополии. Это обусловлено тем, что продажа дополнительной единицы продукции требует от монополиста снижения цен на нее.

$$D = -q + 7$$

Для расчетов можно использовать более легкие функции и примеры.

Пример. Определить объем продукции, произведенной рабочим за третий час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией:

$$f(t) = 3/(3t+1) + 4$$

Решение. Если непрерывная функция f(t) характеризует производительность труда рабочего в зависимости от времени t, то объем продукции, произведенной рабочим за промежуток времени от t1 до t2 будет выражаться формулой:

$$V = \int_{t1}^{t2} f(t)dt$$

В нашем случае:

$$V = \int_2^3 \left(\frac{3}{3t+1} + 4\right) dt = (\ln(3t+1) + 4t)|_2^3 =$$

$$= \ln 10 + 12 - \ln 7 - 8 = \ln 10/7 + 4$$

Рассмотренные выше примеры практических задач, дают нам ясное представление значимости определенного интеграла для их разрешимости. Трудно назвать научную область, в которой бы не применялись методы интегрального исчисления, в общем, и свойства определенного интеграла, в частности. Также определенный интеграл используется не только в экономике, но также и для изучения собственно самой математики. Например, при решении дифференциальных уравнений, которые в свою очередь вносят свой незаменимый вклад в решение задач практического содержания. Можно сказать, что определенный интеграл – это некоторый фундамент для изучения математики. Отсюда и важность знания методов их решения.

Список литературы

1. Мелешко С.В., Невидомская И.А., Донец З.Г. Организация самостоятельной работы студентов в информационно-образовательной среде вуза на основе дистанционных технологий // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем. – 2012. – С. 282-285.
2. Донец З.Г., Мамаев И.И., Шибаев В.П. Учебная дисциплина как целостная модель организации обучения студентов на интегративной основе // Теоретические и прикладные проблемы современной педагогики. – 2012. – С. 40-47.
3. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Личностно-ориентированное обучение математике студентов экономических направлений как средство повышения качества обучения // Теоретические и прикладные проблемы современной педагогики. – 2012. – С. 28-33.
4. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Совершенствование профессиональной подготовки экономистов через направленность содержания математического образования // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 252-254.

ДВУХМЕРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ: РАСЧЕТ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ

Донец З.Г., Иванова Ю.А., Иванова А.А.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Возможное значение случайной величины определяется одним числом, то она называется одномерной. Например, число очков, выпадающее при бросании кости (дискретная одномерная случайная величина, расстояние от орудия до места падения снаряда (непрерывная одномерная случайная величина).

Кроме одномерных случайных величин изучают величины, возможные значения которых определяются двумя, тремя, ..., **n** числами., их называются соответственно двумерными, трехмерными, ... , **n**-мерными.

Двумерную случайную величину обозначают ***(X, Y)***, их называют составляющей; величины ***X*** и ***Y***, образуют систему двух случайных величин. Аналогично n-мерную величину можно рассматривать как систему ***n*** случайных величин.

Для дискретной случайной величины ξ, принимающей значения $x=x_1,x_2\ldots$ с вероятностями $P_\xi(x)$, т.ч.

$$\sum_{k=1}^{+\infty} P_\xi(X_k) = 1, \quad \sum_{k=1}^{+\infty} X_k P_\varepsilon(x_k) < \infty.$$

$$M_\varepsilon = \sum_{k=1}^{+\infty} x_k P_\varepsilon(x_k) = \mu_\varepsilon$$

Математическое ожидание M_ε используют как характеристику положения распределения ξ.

Для непрерывной случайной величины ξ с плотностью вероятности $P_\varepsilon(x)$, т.ч.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |X * P_\varepsilon(x)| < \infty$$

математическим ожиданием называется

$$M_\varepsilon = X * P_\varepsilon(x)dx = \mu_x$$

Ковариацией $\sigma_{\varepsilon\eta}(x,y)$ случайных величин ξ и η называется величина

$$\sigma_{\varepsilon\eta}(x,y) = M(x - M_\varepsilon)(y - M_\eta) = M_{\varepsilon\eta} - M_\varepsilon M_\eta =$$

$$= \iint (x - M_\varepsilon)(y - M_\eta) P_{\varepsilon\eta}(x,y)dxdy$$

Связь между величинами является функциональная зависимость. В этом случае каждому значению одной величины соответствует вполне определенное одно или несколько значений другой величины. Однако существуют такие связи между величинами, которые нельзя отнести к типу функциональных зависимостей.

Ковариация . $\sigma_{\varepsilon\varepsilon}(x,x) = M_{\varepsilon^2} - (M_\varepsilon)^2 = D_\varepsilon$

Абсолютное значение ковариации 2х случайных величин не превосходит произведения стандартных отклонений этих случайных величин, т.е.

$$|\sigma_{\varepsilon\eta}(x,y)| \le \sigma_\varepsilon(x) * \sigma_\eta(y)$$

Следовательно, называемая коэффициентом корреляции нормированная величина находится в диапазоне от [-1;1]. Теснота зависимости двух случайных величин определяется коэффициентом корреляции.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x}) * (y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 * \sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}}$$

Свойства коэффициента корреляции:

1. При $r = 0$ связь между величинами отсутствует.
2. При $|r| = 1$ связь между величинами становится функциональной.
3. При $|r| < 1$ связь между величинами устанавливается по ***шкале Чеддока***:

Показатели тесноты связи	0,1–0,3	0,3–0,5	0,5–0,7	0,7–0,9	0,9–0,99
Характеристика силы связи	Слабая	Умеренная	Заметная	Высокая	Весьма высокая