только для роста, а даже для быстрого роста, чем компании с большой рыночной капитализацией.

Но компания не могут расти вечно. В итоге, успешная компания на своем пути должна будет перейти от роста к созданию стабильного дохода для ее акционеров.

Рассмотрим следующий случай: предположим, что вероятность хищения автомобиля данной марки стоимостью 650 000 рублей составляет 0,05 в год (то есть в среднем угоняют 5 машин из 100). Вероятность хищения всегда существует. И хотя это происходит с 5% владельцев машин, для каждого из них есть вероятность возникновения такой стрессовой ситуации. Вполне логично, что люди желают быть защищены от такого «потрясения». Если у владельца желание защититься от такого убытка самостоятельно, то ему следует копить деньги на покупку нового автомобиля взамен угнанного. А сколько следует отложить автовладельцу? Ответ весьма вероятен – 650 000 рублей. Теперь предположим, что 1500 автовладельцев решат создать общий страховой фонд для выплат тем, у кого был угнан автомобиль. В соответствии с законом больших чисел средняя частота хищения будет стремиться к своему теоретическому значению 0,05. То есть на 1500 машин будет ожидаться 75 угонов. Если разделить стоимость автомобилей, которые возможно будут похищены на всех участников, то следует собрать с каждого (650 000×75)/1500=32 500 рублей. За такую плату владелец вправе ожидать полного возмещения убытка 650 000 рублей, что очень выгодно для всех владельцев.

Таким образом, раздел «закон больших чисел» доказывает уникальность и нужность данного материала даже в обыденных жизненных ситуациях.

Принцип математической статистики, согласно которому совместное действие набора случайных факторов может привести к неслучайному (детерминированному) результату.

Выводом может послужить мысль о том, что математическая статистика применяется нами в обыденной, отдаленной от науки жизни, и следует уметь применять такие универсальные законы, как закон больших чисел, на практике.

Список литературы

1. Мелешко С.В. , Невидомская И.А., Донец З.Г. Организация самостоятельной работы студентов при решении задач теории вероятностей: сборник научных трудов по материалам ежегодной 77-й научно-практической конференции ФБГОУ ВПО «Ставропольский государственный аграрный университет» «Аграрная наука-Северо-Кавказскому федеральному округу». – 2013. – С. 486-489.

2. Литвин Д.Б., Яновский А.А, Донец З.Г. Интерполяция и аппроксимация данных в MATLAB // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона. – 2013. – С. 97-99.

3. Мелешко С.В., Невидомская И.А., Донец З.Г. Организация самостоятельной работы студентов при изучении комбинаторики // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона. – 2012. – С. 289-292.

4. Выск Н.Д.Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. – М.: МАТИ-РГТУ им. К.Э. Циолковского, 2011.

5. Теория вероятностей и математическая статистика / А.Ф. Долгополова, Т.А. Гулай, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко // Международный журнал экспериментального образования. – 2012. – № 11. – С. 51-52.

ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДСТВ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ КАТКА СТУПЕНЧАТОГО БЛОКА

Журавлёв И.В., Рыбалкин Н.А., Попова С.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Математика всегда была основой точного естествознания, а вместе с механикой является фундаментом всех технических наук, основным инструментом в познании общих закономерностей мироздания.

Теоретическая механика рассматривается с разных точек зрения. С одной стороны – это часть теоретической физики, изучающая математические методы классической механики, альтернативные прямому применению законов Ньютона (так называемая аналитическая механика). С другой стороны – это набор физико-математических методов, облегчающих расчёты механизмов, сооружений и различных конструкций. Её также можно рассматривать как часть естествознания, использующую математические методы, имеющую дело не с самими реальными материальными объектами, а с их моделями.

Моделями теоретической механики являются материальные точки и их системы, абсолютно твёрдые тела и их системы, деформируемые сплошные среды. Эти модели исследуются в таких разделах теоретической механики, как кинематика, статика, динамика. Исследования моделей производятся с помощью таких разделов математики, как векторное исчисление, дифференциальная геометрия, математический анализ, особенно дифференциальные уравнения, вариационное исчисление.

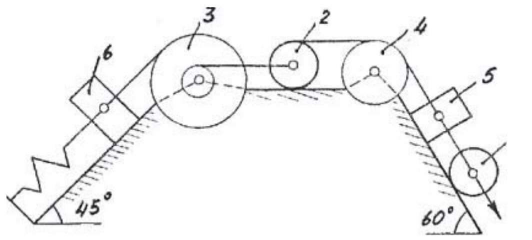
Для описания положения и движения материальных объектов в механической системе используется векторная алгебра: каждый объект задаётся радиус-вектором, а вся механическая система – совокупностью векторов. В дальнейшем положение тела относительно начала отсчета определяется по положению какой-либо его точки, фиксированной в теле, по положениям остальных точек тела относительно этой фиксированной точки и по угловым параметрам ориентации или по матрице ориентации тела относительно абсолютного пространства. Использование матриц приводит к применению законов линейной алгебры. Движение материальной точки наиболее удобно описывать такими вектор-функциями $\bar{r}(t)$ (законами), которые имеют непрерывные вторые производные по времени, что заставляет применять такой раздел математики, как дифференциальная геометрия, который подразумевает хорошее знание, как геометрии, так и математического анализа.

Рассматривая кинетическую энергию механической системы, необходимо владеть навыками вычисления частных производных функций нескольких переменных, составлять из них матрицы, выделять в записи формул кинетической энергии линейные и квадратичные формы.

В процессе нахождения работы системы сил при действительных линейных перемещениях механической системы задействуется интегральное исчисление (чаще всего вычисляется криволинейный интеграл).

Все выше названные разделы математики в основном задействованы для теоретического описания процессов, на практике чаще используются уже выведенные формулы, как, например, в классической задаче теоретической механики.

Пусть механическая система, изображённая на рисунке, состоит из катков (или катка и подвижного блока) 1 и 2, ступенчатого шкива 3 с радиусами ступеней $R_3 = 0{,}3$ м, $r_3 = 0{,}1$ м и радиусом инерции относительно оси вращения $p_3 = 0{,}2$, блока 4 радиуса $R_4 = 0{,}2$ м и грузов 5 и 6. Тела 1 и 2 считать сплошными однородными цилиндрами, а массу блока 4 - равномерно распределенной по ободу. Коэффициент трения грузов о плоскость $f = 0{,}1$. Тела системы соединены друг с другом нитями, перекинутыми через блоки и намотанными на шкив 3 (или на шкив и один из катков); участки нитей параллельны соответствующим плоскостям. К одному из тел прикреплена пружина с коэффициентом жесткости С = 200Н/м.



Под действием силы $F = f(s) = 860$ Н, зависящей от перемещения S точки её приложения, система приходит в движение из состояния покоя; деформация пружины в момент начала движения равна нулю. При движении на шкив 3 действует постоянный момент М = 1,2 Н·м сил сопротивления (от трения в подшипниках). Необходимо определить значение линейной скорости V_{c_1} в тот момент времени, когда перемещение S станет равным $S_1 = 0{,}2$ м. Все катки, включая и катки, обмотанные нитями, катятся по плоскостям без скольжения.

По условию

$$m_1 = m_4 = m_6 = 0,\ m_2 = 6\ кг,\ m_3 = 2\ кг,\ m_5 = 4\ кг.$$

Искомую скорость V_{c_1} катка 1 находим с помощью теоремы о Сумме кинетической энергии системы $T_1 - T_0 = \sum A_i$. Так как движения происходят из состояния покоя, то кинетическая энергия в системе в начале движения $T_0 = 0$. Кинетическая энергия системы будет равна сумме кинетических энергий всех тел, входящих в систему в момент, когда система пройдет заданные расстояния.

Кинетическая энергия груза 5 ,движущегося поступательно со скоростью V_{c_1} равна

$$T_5 = \frac{m_5 \cdot V_{c_1}^2}{2} = 2\ V_{c_1}^2.$$

Кинетическая энергия катка 2, участвующего в плоском движении составит:

$$T_2 = \frac{m_2 \cdot V_{c_2}^2}{2} + \frac{I_2 \cdot w_2^2}{2},$$

где $w_2 = \frac{V_A}{2R_2} = \frac{V_{c_1}}{2R_2}$ – угловая скорость катка в этом движении, показывающая связь криволинейных величин с линейными величинами (выводится с помощью дифференциальной геометрии).

Скорость катка 2 определяется по формуле:

$$V_{c_2} = w_2 R_2 = \frac{V_{c_1}}{2}.$$

Величина $I_2 = \frac{1}{2} m_2 R_2^2$ – момент инерции катка 2.

Следовательно, кинетическую энергию катка 2 можно определить следующим образом:

$$T_2 = \frac{1}{8} m_2 V_{c_2}^2 + \frac{1}{16} m_2 V_{c_1}^2 = \frac{3}{16} m_2 V_{c_2}^2 = 1{,}125 V_{c_1}^2.$$

Кинетическая энергия ступенчатого блока, вращающегося с угловой скоростью

$$w_3 = \frac{V_{c_2}}{r_3} = \frac{V_{c_1}}{2\,r_3},$$

можно установить с помощью формулы: $T_3 = \frac{1}{2} I_3 w_3^2$, где $I_3 = m_3 p_3^2$ – момент инерции ступенчатого шкива 3.

Следовательно,

$$T_3 = \frac{1}{8} m_3 \left(\frac{p_3}{r_3}\right)^2 V_{c_1}^2 = V_{c_1}^2.$$

Кинетическая энергия составит

$$T = T_3 + T_2 + T_5 = 4{,}125 V_{c_1}^2.$$

Находим работу внешних сил, приложенных к системе, при которой груз 5 сместится на расстояние S.

Работа силы $\overline{F}$ на этом перемещении определяется с помощью интеграла:

$$A(F) = \int_0^{0,2} 20(8 + 3S)\,ds = 20(8S + 1{,}5S^2)\Big|_0^{0,2} = 32{,}2\ Дж.$$

Работа силы тяжести груза 5 определим с помощью соотношений в прямоугольном треугольнике с использованием тригонометрических функций углов:

$$A(G_5) = m_5 g\, S_1 \sin 60^0 = 6{,}8\ Дж.$$

Аналогично определяется работа силы трения груза 5 на наклонную плоскость:

$$A(F) = -f\ m_5\ g\ S_1 \cos 60^0 = -0{,}39\ Дж.$$

Работы сил $\overline{N_5}$, $\overline{G_2}$, $\overline{N_2}$, равны нулю, так как они перпендикулярны перемещению.

Работы сил $\overline{N_3}$, $\overline{G_3}$ равны нулю, так как они приложены к неподвижной точке.

Работа момента *M* сил сопротивления, приложенного к ступенчатому блоку, составит: $A(M) = -M\ \varphi_3$,

где $\varphi_3 = \left(\frac{S_1}{2\,r_3}\right) = 1$ раз, тогда *A(M)* = – 1,2 Дж.

Работа сил упругости пружин $A(P) = -\frac{C\,S_p^2}{2}$, где

$S_p = \varphi_3 R_3 = 0{,}3$ Ом, тогда $A(P) = -\frac{200 \cdot 0{,}3^2}{2} = -3$ Дж.

Отсюда

$$\sum A_c = A(F) + A(G_5) + A(F) + A(M) + A(P) = 35{,}4\ Дж.$$

Получим $4{,}125 V_{c_1}^2 =$ 35,4 Дж, и окончательно

$$V_{c_1} = 2{,}39\ м/с.$$

Окончательно, линейная скорость катка 1будет равна: $V_{c_1} = 2{,}39$ м/с.

Решение задачи можно выполнять по определённой схеме, используя соответствующие формулы теоретической механики. Но для более глубокого понимания исследуемого движения механической системы нужно не только знать эти формулы, но и представлять, как они получены, что приводит к необходимости привлечения серьёзного математического аппарата, умению пользоваться им, применять в непривычных сочетаниях.

Список литературы

1. Попова С.В., Смирнова Н.Б., Долгих Е.В., Крон Р.В. Агроинженерия (электронный учебно-методический комплекс) // Международный журнал экспериментального образования. – 2009. – № S4. – С. 6-7.

2. Попова С.В., Крон Р.В., Смирнова Н.Б., Долгих Е.В., Морозова О.В., Долгополова А.Ф., Тынянко Н.Н. Комплект рабочих тетрадей по курсу высшей математики для инженерных специальностей // Международный журнал экспериментального образования. – 2009. – № S4. – С. 14-15.

3. Попова С.В., Смирнова Н.Б. О прикладной направленности математики в высшей школе // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона: сб. научных статей по материалам Международной науч.-практ. конф. – Ставрополь: АГРУС Ставропольского ГАУ, 2013. – С. 260-264.

4. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Математика: учебное пособие // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 11-1. – С. 114-115.

5. Лиханос В.А., Бобрышов А.В., Кожухов А.А. Формирование взаимосвязи общетехнических дисциплин при изучении курса механики // Инновационные технологии современного образования. – 2013. – С. 92-94.

6. Атанов И.В., Капустин И.В., Никитенко Г.В., Скрипкин В.С. Межпредметные связи в учебном процессе высшего учебного заведения // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6. – С. 355.

7. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Линейная алгебра: учебное пособие // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 11-1. – С. 115.

8. Смирнова Н.Б., Нанаян С.С. Интегрирующая роль математики в современном мире // Культура и общество: история и современность: материалы II Всероссийской (с международным участием) научно-практической конференции / под ред. Колосовой О.Ю., Гударенко Р.Ф., Ряснянской Н.А., Красиковой Е.А. – 2013. – С. 164-167.

9. Котова Т.Н., Хачатурян Р.Е. Формирование профессиональной компетенции студентов технических вузов на основе междисциплинарной интеграции // Сборники конференций НИЦ Социосфера. – 2014. – № 7. – С. 53-57.

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Загребельникова В.А.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

В наше время большое количество задач планирования и управления во многих отраслях народного хозяйства, а также достаточно большой объём частных прикладных задач можно решить методами математического программирования. Одними из наиболее развитых в области решения оптимизационных задач являются методы линейного программирования. Данные методы позволяют нам описать с достаточной точностью задачи деятельности коммерции, такие, как планирование товарооборота; размещение розничной торговой городской сети; планирование товароснабжения города, района; организация рациональных перевозок товаров; распределение работников торговли должностям [1].

Линейное программирование является математической дисциплиной, которая посвящена теории, а так же методам решения экстремальных задач на множествах n-мерного векторного пространства, которые задаются системами линейных уравнений и неравенств.

Линейное программирование возникло в 40-х годах прошлого века как один из разделов теории оптимизации, точнее, в 1939 г. было положено начало линейному программированию советским математиком-экономистом Л.В. Канторовичем в его работе «Математические методы организации и планирования производства». После появления этой работы был открыт новый этап в применении математики в экономике.

Исторически задача линейного программирования впервые была задана в 1947 г. Дж. Б. Данцигом, Маршаллом Вудом и некоторыми их сотрудниками в департаменте военно-воздушных сил США. В те времена эта группа исследовала возможности использования математических, а так же смежных с ними методов для решения военных задач и проблем планирования. Далее для развития данных идей в ВВС организуется исследовательская группа, которая называется Project SCOOP. Первое решение задачи линейного программирования, увенчавшееся успехом, на ЭВМ SEAC проводилось в январе 1952 г.

Достаточно быстро линейное программирование стало известным методом для решения задач планирования и экономики, в которых переменные могут принимать вещественные значения. В некоторых случаях удавалось приспособить линейное программирование так же и для дискретных задач, но систематическое изучение данного программирования к комбинаторике началось лишь несколько десятилетий спустя. Одним из первых эту область начал осваивать, несомненно, Джек Эдмондс, работающий над полиэдральной комбинаторикой, знания о которой достаточно расширили наши познания о связи линейных задач и комбинаторных.

Основная проблема линейного программирования это решение задачи максимизации или минимизации линейной функции или функции нескольких переменных, ограниченной системой неравенств. Возможен вариант, где потребуется решение задачи с помощью поиска экстремума для системы линейных функций на множестве, которые могут задаваться как равенствами, так и линейными неравенствами. Задача линейного программирования состоит в том, что необходимо максимизировать или минимизировать некоторый линейный функционал на многомерном пространстве при заданных линейных ограничениях.

Линейные неравенства на переменные ограничивает полупространство в линейном пространстве. В результате все неравенства ограничивают многогранник, который, может быть бесконечным. Такой многогранник называется полиэдральным комплексом. Уравнение $W(x) = c$, где $W(x)$ – минимизируемый или максимизируемый линейный функционал, создает гиперплоскость L(c). Данная зависимость создает семейство параллельных гиперплоскостей. Тогда формулировка экстремальной задачи будет записываться так: требуется найти такое наибольшее c, что гиперплоскость $L(c)$ пересекает многогранник хотя бы в одной точке. Следует отметить, что пересечение оптимальной гиперплоскости и многогранника будет содержать хотя бы одну вершину, при этом, их будет больше одной, если пересечение содержит k-мерную грань или ребро. Таким образом, максимум функционала можно искать в вершинах многогранника [2-3].

Существует несколько методов для решения задач линейного программирования:

1. Простой перебор;
2. Направленный перебор;
3. Симплекс-метод.

Рассмотрим более подробно симплексный метод, который представляет собой алгоритм решения оптимизационной задачи в многомерном пространстве путём перебора вершин выпуклого многогранника.

Принцип симплексного метода состоит в том, необходимо выбрать одну из вершин многогранника и после этого начинать движение по его рёбрам от вершины к вершине в сторону увеличения значения функционала. Последовательность вычислений данного метода можно разделить на две основные фазы:

1. последовательный переход от одной вершины к другой, ведущий к оптимизации значения целевой;
2. функции нахождение исходной вершины множества допустимых решений.

Анализ эффективности и наблюдения метода в практических задачах и приложениях привело к развитию других способов измерения эффективности.

Симплекс-метод имеет среднюю полиномиальную сходимость при широком выборе распределения значений в случайных матрицах.

Вычислительная эффективность оценивается при помощи двух параметров:

1) Числа итераций, необходимого для получения решения;

2) Затрат машинного времени.

Рассмотрим пример, в котором нужно определить объём производства продукции (x_1 и x_2) двух видов