ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ В ЭКОНОМИКЕ

Карнаухова А.А., Долгополова А.Ф.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Теория графов один из наиболее интересных разделов математики. Родоначальником теории графов считается швейцарский математик Леонард Эйлер, который в 1736 году сформулировал решение задачи о семи кёнигсбергских мостах, ставшей впоследствии классической задачей теории графов. Развитие этой теории долгое время не происходило, а лишь в середине 20 века интерес к проблемам теории графов вновь появился, главным образом в Англии. Наиболее известной задачей-проблемой того периода является задача четырех красок, которая была составлена математиком Огастесом де Морганом в 1850 году. В настоящее время теория графов неуклонно развивается и получил широкое распространение в экономических исследованиях. В последнее время все чаще наблюдается проникновение математики в разные сферы и отрасли многих наук. Этот процесс затронул и экономическую сферу. Для нахождения кратчайшего или объездного пути, рационального маршрута передвижения, для оптимизации производственного цикла применяется теория графов.

В экономической сфере задачи теории графов применяются для принятия локально оптимальных решений на каждом этапе, причем конечное решение также окажется оптимальным.

Классическим примером таких задач является практическое применение жадного алгоритма в решении экономических проблем.

Под жадным алгоритмом понимается алгоритм, основанный на жадной стратегии, то есть достижении конечного результата с наименьшими затратами.

Пусть на территории некоторого города N размещены заводы, которые поставляют свою продукцию в магазины. В результате разработки были определены возможные трассы для прокладки коммуникаций и оценена стоимость их создания для каждой трассы (табл. 1).

Необходимо, чтобы коммуникации связали все объекты, но затраты на прокладку данных коммуникаций должны быть минимальными (табл. 2).

Таблица 2

Обозначения объектов

V_1 – завод №1	V_5 – магазин канцтоваров	V_9 – магазин №3
V_2 – хозяйственный магазин	V_6 – продуктовый магазин	V_{10} – аптека
V_3 – пекарня	V_7 – текстильная фабрика	V_{11} – завод №3
V_4 – завод №2	V_8 – кафе	V_{12} – торговый комплекс

Данная задача решается с помощью одной из разновидностей жадного алгоритма – алгоритма Краскала. Пусть имеется конечное множество E, при E = 18, весовая функция $\omega: E \in R$ и семейство $\varepsilon \in 2^E$. Необходимо найти X^E, такое что: E – конечное множество, $\omega: E \in R$ – функция, ставящая в соответствие каждому элементу e этого множества неотрицательное действительное число $\omega(\varepsilon)$ – вес элемента ε. Для X^E вес $\omega\ (X)$определим как сумму всех элементов множества X:

$$\omega(X) = min_{Y\epsilon\varepsilon}\omega(Y)$$

$$\omega(Z) = \sum_{\varepsilon\epsilon Z\subset E}\omega(e)$$

Необходимо выбрать в данном семействе непустое подмножество наименьшего веса. Сопоставив каждому пункту сети вершину графа G, а каждому из ребер этого графа составить число, которое равно стоимости строительства соответствующей коммуникации. Согласно теореме, алгоритм Краскала всегда приводит к ребру, имеющему минимальный вес. То есть это ребро $e_1 = \{3; 5\}$, тогда получается граф T_1. Строиться граф $T_2 = T_2 + e_2$, где e_2 – ребро, имеющее минимальный вес среди ребер, не вхо-

Таблица 1

Стоимость создания трассы между объектами

Первый объект	Второй объект	Стоимость проведения коммуникаций, у.е.
заводом №1	зоомагазином	20
магазином №1	заводом №3	90
заводом №1	пекарней	25
хозяйственным магазином	заводом№2	30
хозяйственным магазином	текстильной фабрикой	70
пекарней	магазином канцтоваров	10
пекарней	кафе	55
заводом №2	кафе	25
магазином канцтоваров	продуктовым магазином	25
продуктовым магазином	текстильной фабрикой	30
текстильной фабрикой	магазином №3	20
продуктовым магазином	кафе	40
текстильной фабрикой	аптекой	45
кафе	аптекой	15
магазином №3	торговым комплексом	25
аптекой	заводом №3	35
аптекой	торговым комплексом	50
заводом №3	торговым комплексом	30

ляших в T_1 и не составляющий циклов с ребрами T_1, $e_2\{8; 10\}$.

$$T_3 = T_2 + e_3, \text{где} e_3 = \{7; 9\}.$$

$$T_4 = T_3 + e_4, \text{где } e_4 = \{1; 2\}.$$

$$T_5 = T_4 + e_5, \text{где } e_5 = \{1; 3\}.$$

$$T_6 = T_5 + e_6, \text{где } e_6 = \{5; 6\}.$$

$$T_7 = T_6 + e_7, \text{где } e_7 = \{4; 8\}.$$

$$T_8 = T_7 + e_8, \text{где } e_8 = \{9; 12\}.$$

$$T_9 = T_8 + e_9, \text{где } e_9 = \{2; 4\}.$$

$$T_{10} = T_9 + e_{10}, \text{где } e_{10} = \{6; 7\}.$$

$$T_{11} = T_{10} + e_{11}, \text{где } e_{11} = \{11; 12\}.$$

Найдено минимальное дерево покрытия взвешенного графа, а следовательно, найдена и оптимальная структура сети, где общая стоимость затраченная на прокладку коммуникаций составит:

$$\omega(EG) = \sum_{\varepsilon\epsilon EG} 10 + 15 + 2 \times 20 + 4 \times 25 + 3 \times 30 = 255$$

Это минимальная сумма затрат из всех возможных исходов. При прокладке коммуникационной сети, которая соединяет все пункты, затрачивается 255 у.е.

Коммуникации необходимо проложить между следующими пунктами: аптека – кафе – завод №2 – хозяйственный магазин – завод №1 – пекарня – магазин канцтоваров – продуктовый магазин – текстильная фабрика – магазин №3 – торговый комплекс.

На основе вышеизложенного материала можно сделать вывод, что теория графов как один из разделов дискретной математики является многосторонним в применении, как в повседневной жизни человека, так и в других науках, в частности в экономике теория графов помогает решить проблему наиболее эффективного планирования процесса производства, а так же снижения транспортных издержек.

Список литературы

1. Зыков А.А. Основы теории графо: учебник. – М.: Вузовская книга, 2004. – 664 с.

2. Горбатов В.А. Дискретная математика. Теория, задачи, приложения: учебное пособие. – М.: Физмалит, 2000. – 544 с.

3. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Перспективы применения математических методов в экономических исследованиях // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 255-257.

4. Долгополова А. Особенности применения методов математического моделирования в экономических исследованиях / А.Ф. Долгополова, Т.А. Гулай, Д.Б. Литвин // Кант: экономика и управление. – 2013. – №1. – С. 62-66.

5. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б., Донец З.Г. Экономико-математическое моделирование факторов экономического анализа посредством метода линейного программирования: сборник «Аграрная наука, творчество, рост». – Ставрополь, 2014. – С. 329-332.

6. Мамаев И.И., Родина Е.В. Основные особенности применения экономико-математических моделей в управлении: сб. науч. тр. «Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона», 2012.

7. Невидомская И.А., Якубова А.М. Применение факторного анализа при исследовании экономических процессов // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 81-83.

8. Коннова Д.А., Леликова Е.И., Мелешко С.В. Взаимодействие математики с экономикой // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 159-161.

9. Бондаренко В.А., Цыплакова О.Н. Некоторые аспекты интегрированного подхода изучения математического анализа // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона: матер. 76-й научно-практической конференции. – Ставрополь: Альфа-Принт, 2012. – С. 280-283.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ПОМОЩИ СИМПЛЕКС-МЕТОДА НА ПРИМЕРЕ ХЛЕБОПЕКАРНОГО МАГАЗИНА «ШОКОЛАДНИЦА»

Кирнозова И.Р.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Математическая модель – это близкое к существующему описание какого-либо класса явлений или объектов реального мира на языке математики.

Цель моделирования: исследовать объекты и предугадывать результаты наблюдений.

Математическое моделирование незаменимо в тех случаях, когда эксперимент невозможен или затруднен по тем или иным причинам. Невозможно проверить правильность той или иной теории.

Основные этапы математического моделирования:

1) Построение модели. На этом этапе задается некоторый «нематематический» объект – некая конструкция, экономический план, производственный процесс и т. д. При этом, как правило, четкое описание ситуации затруднено. Сначала выявляются основные особенности явления и связи между ними на качественном уровне. Затем найденные качественные зависимости формулируются на языке математики, то есть строится математическая модель.

2) Решение математической задачи. Разработка алгоритмов и численных методов решения задачи.

3) Интерпретация полученных следствий из математической модели. Полученные сведения преобразовать для понятного объяснения.

4) Проверка адекватности модели. Согласование результатов эксперимента с теоретическими следствиями из модели в пределах определенной точности.

5) Модификация модели. На этом этапе происходит либо усложнение модели, чтобы она была более адекватной действительности, либо ее упрощение ради достижения практически приемлемого решения.

Математическое моделирование бывает:

- Аналитическое – процессы функционирования элементов системы записываются в виде некоторых функциональных соотношений (алгебраических и т.д.) или логических условий.

- Имитационное – моделирование, при котором реализующий модель алгоритм воспроизводит процесс функционирования системы во времени, причем имитируются все явления, входящие в процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности. Основным преимуществом имитационного моделирования перед аналитическим является возможность решения более сложных задач.

- Комбинированное – объединяет в себе предыдущие два вида моделирования: аналитическое и имитационное. Это позволяет получить более точные показатели для задачи

Симплекс метод – это универсальный метод для решения линейной системы уравнений или неравенств и линейного функционала, так как позволяет решить задачу линейного программирования, записанную в каноническом виде. Если система ограничений задана в стандартной форме, то ее переводят в каноническую форму путем добавления новых переменных.

Общая идея симплексного метода (метода последовательного улучшения плана) для решения задачи линейного программирования заключается в следующих моментах:

- умение находить начальный опорный план;
- наличие признака оптимальности опорного плана;
- умение переходить к нехудшему опорному плану.