$x_1 = |A_1| / |A| = 200 / 1 = 200.$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 5 & 2700 & 4 \\ 2 & 900 & 1 \\ 3 & 1600 & 2 \end{vmatrix} = 5\times900\times2+2\times1600\times4+2700\times1\times3-$$

$$-3\times900\times4-1600\times1\times5-2\times2700\times2=300,$$

$x_2 = |A_2| / |A| = 300 / 1 = 300.$

$$|A_3| = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 2700 \\ 2 & 1 & 900 \\ 3 & 2 & 1600 \end{vmatrix} = 5\times1\times1600+3\times900\times3+$$

$$+2700\times2\times2-3\times2700\times1-1600\times2\times3-2\times900\times5=200,$$

$x_3 = |A_3| / |A| = 200 / 1 = 200.$

Т.е. завод выпускает 200 шт. флаконов с шампунем, 300 шт. флаконов лака для волос и 200 шт. флаконов антиперспирантов.

Ответ: (200, 300, 200).

На основании данной статьи можно сделать вывод, что матричный метод в экономике – это метод научного исследования свойств объектов на основе использования правил теории матриц, по которым определяется значение элементов модели, отражающих взаимосвязи экономических объектов.

Список литературы

1. Литвин Д.Б., Шайтор А.К., Роговая Н.А. Метод коррекции свойств объекта управления: сборник «Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем». – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 5-8.
2. Литвин Д.Б., Яновский А.А., Донец З.Г. Интерполяция и аппроксимация данных в MATLAB: сборник «Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона». – Ставрополь: СтГАУ, 2013. – С. 97-99.
3. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Визуализация решений дифференциальных уравнений в среде SIMULINK системы MATLAB: сборник «Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем». – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 129-131.
4. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Перспективы применения математических методов в экономических исследованиях: сборник «Аграрная наука, творчество, рост». – Ставрополь: СтГАУ, 2013. – С. 255-257.
5. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Государственное регулирование в системе агробизнеса: сборник «Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона». – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 202-207.
6. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Виселов Г.И. Матричный метод линеаризации уравнений движения управляемого объекта: сборник «Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона». – 2013. – С. 128-130.
7. Коннова Д.А., Леликова Е.И., Мелешко С.В. Взаимодействие математики с экономикой // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – №5-2. – С. 159-161.

ОТНОШЕНИЕ МЕРЫ ДУГИ И ДЛИНЫ ЕЕ ХОРДЫ В АБСОЛЮТНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Мамаев И.И., Трембач Ю.С.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Как известно, отношение меры дуги к длине ее хорды, когда дуга неограниченно убывает, имеет предел, равный положительному числу. Доказательство этого предложения в геометрии Евклида известно, однако, понятие о дуге длины окружности имеет смысл и в абсолютной геометрии. Поэтому возникла задача провести доказательство указанного предложения без использования аксиомы параллельности.

Сначала докажем несколько вспомогательных предложений.

Предложение 1. Из отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону, больше тот, который принадлежит большей стороне.

Пусть BC>AB. (Рис.1). Проведем медиану BS и продолжим ее на отрезке SD=BS, точку D соединим с точкой C. Очевидно, $\Delta ABS = \Delta SCD$ и $DC = AB$, а следовательно, BC>DC и $\angle D \rangle \angle SBC$. Но $\angle D = \angle ABS$, поэтому $\angle ABS \rangle \angle SBC$, т.е. биссектриса угла $\angle ABC$ пересекает сторону AC в некоторой точке K, лежащей между A и S, а так как AS=SC, то AK<KC.

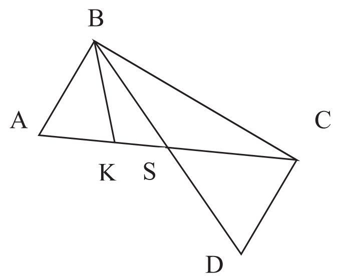

Рис. 1.

Предложение 2. Если в сумме $x_1 + x_2 + ... + x_n = a$ положительных чисел слагаемые с возрастанием номера не убывают (возрастают) и сумма m первых слагаемых при m<n равна b, то

$$\frac{b}{a} \le \frac{m}{n}\left(\frac{b}{a} \langle \frac{m}{n}\right).$$

Действительно, все числа, входящие в состав b, не больше каждого из чисел $x_{m+1}, ..., x_n$.,

Поэтому $b \le m x_{m+1}$, $b \le m x_{m+2}$, ... , $b \le m x_n$.
складывая эти неравенства, получим

$$b(n-m) \le (a-b),$$

откуда следует $nb \le ma$, т.е. $\frac{b}{a} \le \frac{m}{n}$.

В случае возрастания слагаемых аналогичные рассуждения дают $\frac{b}{a} \langle \frac{m}{n}$.

Далее имеем следующие теоремы.

Теорема 1. Если дуга окружности неограниченно убывает, то отношение соответствующего ей отрезка касательной к ее хорде стремится к единице.

Пусть AB – хорда, стягивающая дугу σ, AC – соответствующей дуге отрезок касательной, O – центр дуги, AD – перпендикуляр, опущенный из точки A на OC (рис. 2).

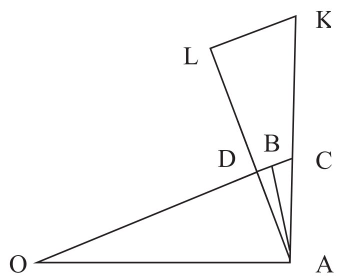

Рис. 2.

Так как лежит между C и D, то AD<AB<AC, а, следовательно,

$$1 \langle \frac{AC}{AB} \langle \frac{AC}{AD}.$$

На продолжении AC возьмем произвольную точку K и опустим из нее перпендикуляр KZ на прямую AD.

Так как по предыдущей лемме

$$\frac{AC}{AD} \leq \frac{AK}{AZ}, \text{ то } 1 \langle \frac{AC}{AB} \langle \frac{AC}{AD} \leq \frac{AK}{AZ}.$$

Но при $\sigma \to 0$ последнее отношение стремится к 1, поэтому $\lim\limits_{\sigma \to 0} \frac{AC}{AB} = 1$.

Теорема 2. Предел отношения меры неограниченно убывающей дуги окружности к длине ее хорды существует и равен положительному числу.

В самом деле, если σ – мера дуги, a – длина ее хорды и t – длина соответствующего дуге отрезка касательной, то

$$\lim_{\sigma \to 0} \frac{\sigma}{a} = \lim_{\sigma \to 0} \frac{\sigma}{t} \cdot \frac{t}{a} = \lim_{\sigma \to 0} \frac{\sigma}{t} \rangle 0 \cdot$$

Теорема 3. Существует система измерения дуг, при которой предел отношения меры неограниченно убывающей дуги к длине ее хорды равен 1.

Пусть λ – градусная мера и a – длина хорды дуги окружности и $\lim\limits_{\lambda \to 0} \frac{\lambda}{a} = K$.

Примем за единицу измерения дугу K^0. Новую меру дуги λ обозначим через S. Так как новая единица в K раз больше старой, то

$$S = \frac{1}{K} \lambda,$$

а поэтому

$$\lim_{\lambda \to 0} \frac{S}{a} = \lim_{\lambda \to 0} \frac{1}{K} \cdot \frac{\lambda}{a} = \frac{1}{K} \cdot \lim_{\lambda \to 0} \frac{\lambda}{a} = 1.$$

Называя систему измерения, о которой говорится в последней теореме, линейной, а меру дуги в линейной системе измерения длиной дуги, получим следующую теорему.

Теорема 4. Длина всякой дуги окружности равна пределу, к которому стремится длина вписанной в дугу выпуклой ломаной, когда число звеньев ломаной неограниченно возрастает, так что каждая часть дуги, стягиваемая звеном, стремится к нулю.

Список литературы

1. Бакельман И.Я. Высшая геометрия. – М.: Просвещение, 1967. – 367 с.

2. Мамаев И.И., Попова С.В. Окружность в абсолютной геометрии // Инновации в науке: пути развития: матер. Междунар. заочн. науч-практ. конф. – Чебоксары: учебно-методический центр, 2014. – С. 326-331.

3. Мамаев И.И., Бондаренко В.А., Шибаев В.П. Элементы теории математических доказательств в преподавании математических дисциплин в вузе. Ежегодная 77 науч-практ. конф. "Аграрная наука – Северо-Кавказскому федеральному округу". – Ставрополь: СтГАУ, 2013. – С. 482-486.

4. Донец З.Г., Мамаев И.И., Шибаев В.П. Учебная дисциплина как целостная модель организации обучения студентов на интегративной основе // Теоретические и прикладные проблемы современной педагогике. – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 40-47.

5. Конков Д.А., Леликова Е.И., Мелешко С.В. Взаимодействие математики с экономикой // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – №5. – С. 159-161.

6. Невидомская И.А., Якубова А.М. Применение факторного анализа при исследовании экономических процессов // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – №6. – С. 81-83.

7. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Анализ и оценка приоритетности, изучаемых студентами экономических специальностей аграрных вузов // Вестник АПК Ставрополья. СтГАУ. – 2013. – №1(9). – С. 6-10.

СВОЙСТВА СЕКУЩИХ И КАСАТЕЛЬНЫХ КРИВЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Мамаев И.И., Светличная В.Ю.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Для кривых второго порядка возникает вопрос, имеющий практическое значение: действительны ли для параболы, эллипса и гиперболы метрические соотношения подобные тем, которые существуют для окружности (свойства касательной и секущей и другие).В данной статье покажем, что такие метрические соотношения существуют.

I. Парабола

Лемма 1. Пусть точка B лежит на хорде AC параболы $y = ax^2$ или на ее продолжении и, кроме того, прямая BD параллельна оси Oy, причем точка D лежит на параболе. Тогда

$$a \cdot AB \cdot BC \cos^2 \alpha = BD, \tag{1}$$

где α – угол, составленный хордой с горизонталью.

Доказательство. Решим сначала графическим путем квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$. Для этого построим на одном чертеже графики функции $y = ax^2$ и $y = -bx - c$. Очевидно, абсцисса x_1 и x_2 точек пересечения A и C параболы с прямой будут корнями данного уравнения.Сделав затем некоторые дополнительные построения, найдем из чертежа (рис. 1):

$$AE = x - x_1 \text{ и } EF = x_2 - x.$$

Далее, перемножая AE и EF, получим (2):

$$AE \cdot EF = AB \cdot BC \cdot \cos^2 \alpha =$$
$$= x(x_1 + x_2) - x_1 x_2 - x^2 = -\frac{b}{a}x - \frac{c}{a} - x^2 = \frac{1}{a}(-bx - c - ax^2)$$

Кроме того, нетрудно заметить, что

$$BD = (-bx - c) - ax^2 \tag{3}$$

Из равенств (2) и (3) следует (1).Аналогичным доказывается лемма и в том случае, когда точка B будет внешней по отношению к параболе (рис. 2).

II. Эллипс

Лемма 2. Пусть DE – вертикальная или горизонтальная и AC – наклонная хорды эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ и, кроме того, B – точка пересечения хорд или точка, лежащая на продолжении их. Тогда

$$AB \cdot BC \cdot \cos^2 \alpha = \frac{EB \cdot BD \cdot l^2}{b^2 + a^2 \cdot k^2}, \tag{4}$$

где α – угол, составленный наклонной хордой с осью Ox, $k = tg\alpha$ и l равно a или b, в зависимости от того, вертикальной или горизонтальной будет хорда DE.

Доказательство. Пусть $y = kx + d$ – уравнение прямой, проходящей через концы наклонной хорды. Решив его совместно с уравнение эллипса, получим квадратное уравнение:

$$x^2 + \frac{2a^2kd}{b^2 + a^2k^2} \cdot x + \frac{a^2(d^2 - b^2)}{b^2 + a^2k^2} = 0.$$

Очевидно, что в данном случае

$$x_1 + x_2 = -\frac{2a^2k \cdot d}{b^2 + a^2 \cdot k^2} \text{ и } x_1 \cdot x_2 = \frac{a^2(d^2 - b^2)}{b^2 + a^2 \cdot k^2}.$$

Далее, из чертежа (рис.3) найдем:

$$CB \cdot \cos\alpha \cdot AB \cdot \cos\alpha = (x_1 - m)(m - x_2) =$$
$$= -x_1 x_2 + (x_1 + x_2)m - m^2,$$