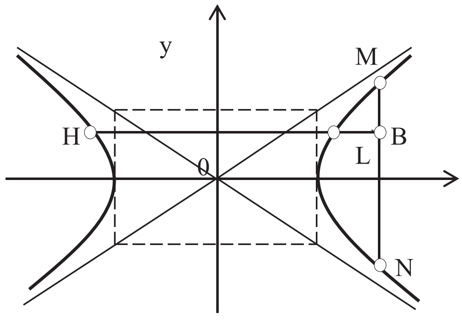

Рис. 5.

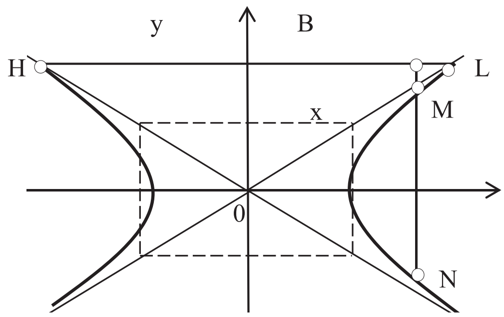

Рис. 6.

Так как через точку B, не лежащую на кривой, можно провести всякий раз по две прямых (две хорды, или две секущих, или секущую касательную), составляющих с осью Ox одинаковые углы, то из рассмотренных выше лемм, а также их частных случаев, непосредственно вытекают следующие теоремы.

Теорема I. Произведения отрезков хорд кривой второго порядка, проходящих через данную точку и, составляющих с ее осью одинаковые углы, равны между собой.

Теорема II. Произведения секущих кривой второго порядка, проходящих через данную точку и составляющих с ее осью одинаковые углы, на их внешней части, равны между собой.

Теорема III. Если секущие и касательные кривой второго порядка, проведенные из данной точки, составляют одинаковые углы с ее осью, то квадрат касательной будут равен произведению секущей на ее внешнюю часть.

Теорема IV. Если хорда центральной кривой HL параллельна оси Ox и хорда MN параллельна оси Oy и, кроме того, B – точка пересечения хорд или точка, лежащая на продолжении их, то $HB \cdot BL \cdot b^2 = MB \cdot BN \cdot a^2$. В частности, для окружности и равносторонней гиперболы ($b = a$) будем иметь: $HB \cdot BL = MB \cdot BN$.

Отметим также, что теоремы I, II и III (с учетом того, что касательная если предельное положение секущей) можно объединить в одну теорему: если AC и A_1C_1 – хорды кривой второго порядка, составляющие с ее осью одинаковые углы, и B является точкой пересечения этих хорд или лежащие на их продолжении, то для полученных при этом отрезков имеет место равенство $AB \cdot BC = A_1B \cdot BC_1$.

Список литературы

1. Погорелов А.В. Основания геометрии. – М.: Наука, 1979.

2. Мамаев И.И., Котова С.В. Окружность в абсолютной геометрии. II Инновация в науке: пути развития: материалы международной заочной научно-практической конференции. – Чебоксары: учебно-методический центр, 2014. – С. 326-331.

3. Мамаев И.И., Бондаренко В.А., Шибаев В.П. Элементы теории математических доказательств в преподавании математических дисциплин в вузе. Ежегодная 77 научно-практическая конференция «Аграрная наука – Северо-Кавказскому федеральному округу». – Ставрополь: СтГАУ, 2013. – С. 482-486.

4. Донец З.Г., Мамаев И.И., Шибаев В.П. Учебная дисциплина как целостная модель организации обучения студентов на интегративной основе // Теоретические и прикладные проблемы современной педагогики. – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 40-47.

5. Литвин Д.Б., Яновский А.А., Донец З.Г. Интерполяция и аппроксимация данных в MATLAB // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона. – Ставрополь: СтГАУ, 2013. – С. 97-99.

6. Серикова В.С., Родина Е.В. Кривые второго порядка // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – №5. – С. 175-177.

7. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Анализ и оценка приоритетности, изучаемых студентами экономических специальностей аграрных вузов // Вестник АПК Ставрополья. СтГАУ. – 2013. – №1(9). – С. 6-10.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИКЕ

Одукалец А.А., Хорошман П.А.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Методы дискретной математики (методы формализованного представления) часто используются для анализа, исследования управленческих задач и их решения, а также для моделирования объектов исследования. В число этих методов входят методы, которые базируются на теоретико-множественных представлениях, математической логике, графах и других разделах математики.

Методы дискретной математики применяются в таких отраслях экономики, как математическое моделирование, логистика, эконометрика.

В эконометрике, например, используются булевские переменные для построения регрессионных моделей по неоднородным данным и для анализа регрессионных моделей с переменной структурой.

В данном случае исследуется только одно уравнение регрессии, в которое добавляются булевские переменные, характеризующие изучаемый фактор. Этим методом очень удобно пользоваться, если есть необходимость установить зависимость модели от какого-либо фактора.

Если в логистике требуется задать маршруты или описать потоки, то удобнее всего будет применить теорию графов. Здесь схему дорог мы можем изобразить, как ориентированный граф, и далее выбрать самый короткий маршрут.

Что же касается теории нечетких множеств, то с ее помощью можно правильно сделать выбор в пользу конкурентоспособного товара или услуги методом нечеткого предпочтения, поэтому эта теория используется в маркетологии, когда нужно проанализировать рынки экономических благ.

Рассмотрим практическое применение Жадного алгоритма, который заключается в принятии локально оптимальных решений на каждом этапе, допуская, что конечное решение также окажется оптимальным. В этом алгоритме пересеклись интересы дискретной математики и исследования операций.

Пусть нам дана задача: в городе Невинномысске находятся заводы. Они поставляют свою продукцию в магазины, кафе и аптеки этого города. Специалисты определили возможные дорожные маршруты для того, чтобы проложить все коммуникации, и выяснили, сколько денежных средств потребуется для создания коммуникаций для каждой трассы. Итак, проложить коммуникаций для дороги между фабрикой одежды и магазином обуви составляет 15 у.е., между фабрикой одежды и мебельным заводом – 85 у.е., между фабрикой одежды и кондитерской фабрикой составляет 20 у.е., между магазином обуви и мебельным заводом – 25 у.е., между магазином обуви и обувным заводом – 65 у.е. Стоимость прокладки коммуникаций для трассы, которая соединяет кондитерскую фабрику и магазин продуктов – 5 у.е., между кондитерской фабрикой и рестораном – 50 у.е., между мебельным заводом и рестораном – 20 у.е., между магазином продуктов и хозяйственным магазином составляет 20 у.е., между хозяйственным магазином и обувным заводом – 25 у.е, между хозяйственным магазином и рестораном – 35 у.е., между обувным заводом и овощным магазином – 15 у.е, между обувным заводом и аптекой составляет 40 у.е., между рестораном и аптекой – 10 у.е., между овощным магазином и торговым центром – 20 у.е., между аптекой и металлургическим заводом составляет 30 у.е, между аптекой и торговым центром – 45 у.е., между металлургическим заводом и торговым центром, – 25 у.е. Необходимо найти такую структуру сети, при которой коммуникации связали бы все пункты, а затраты на прокладку этих коммуникаций были бы минимальны.

Введём обозначения: V_1 – фабрика одежды, V_2 – магазин обуви, V_3 – кондитерская фабрика, V_4 – мебельный завод, V_5 – магазин продуктов, V_6 – хозяйственный магазин, V_7 – обувной завод, V_8 – ресторан, V_9 – овощной магазин, V_{10} – аптека, V_{11} – металлургический завод, V_{12} – торговый центр.

При создании графической интерпретации данной модели нам становится понятно, что получился граф, который содержит 12 вершин и 18 ребер.

Для решения задачи необходимо дерево покрытия минимального веса. Эта задача решается алгоритмом Краскала – разновидностью «жадного» алгоритма.

Пусть имеется конечное непустое множество E, $w: E®R+$ – функция, которая ставит в соответствие каждому элементу e этого множества неотрицательное действительное число, $w(e)$ – вес элемента e и семейство $\varepsilon \subset 2E$. Вес $w(X)$ найдем сложением весов всех элементов множества X. Нам нужно из данного семейства выбрать непустое подмножество с наименьшим весом.

Всем пунктам сети поставим в соответствие вершины графа G, а всем ребрам графа поставим в соответствие число, которое равно сумме денежных средств, необходимых для строительства соответствующей коммуникации, связывающей объекты.

Из всех ребер выбирается ребро с наименьшим весом (исходя из алгоритма Краскала). В нашем случае таким ребром является ребро $e_1 = \{3, 5\}$, получаем граф T_1. Далее строится граф T_2, равный сумме $(T_1 + e_2)$, где e_2 – ребро, которое имеет самый маленький вес среди тех ребер, которые не входят в граф T_1, и не составляющий циклов с ребрами T_1, $e_2 = \{8,10\}$. Граф T_3 находится сложением T_2 и e_3, где $e_3 = \{7, 9\}$. Аналогично находим графы $T_4 - T_{11}$.

$$T_4 = T_3 + e_4, \text{ где } e_4 = \{1, 2\}.$$

$$T_5 = T_4 + e_5, \text{ где } e_5 = \{1, 3\}.$$

$$T_6 = T_5 + e_6, \text{ где } e_6 = \{5, 6\}.$$

$$T_7 = T_6 + e_7, \text{ где } e_7 = \{4, 8\}.$$

$$T_8 = T_7 + e_8, \text{ где } e_8 = \{9, 12\}.$$

$$T_9 = T_8 + e_9, \text{ где } e_9 = \{2, 4\}.$$

$$T_{10} = T_9 + e_{10}, \text{ где } e_{10} = \{6, 7\}.$$

$$T_{11} = T_{10} + e_{11}, \text{ где } e_{11} = \{11, 12\}.$$

Таким образом, мы нашли минимальное дерево покрытия взвешенного графа, а значит, определили оптимальную структуру сети, в которой денежные средства, которые необходимо потратить на прокладку коммуникаций, рассчитываются следующим образом: 5+10+15+15+20+20+20+20+25+25+25=200.

Из всех возможных затрат эта сумма является наименьшей.

Итак, при прокладке коммуникационной сети, которая должна соединить все указанные объекты, затрачивается 200 у.е. Коммуникации будут проложены между следующими объектами: аптека – ресторан – мебельный завод – магазин обуви – фабрика одежды – кондитерская фабрика – магазин продуктов – хозяйственный магазин – обувной завод – овощной магазин – торговый центр – металлургический завод.

Разберем задачу Коммивояжера как ещё один пример применения средств дискретной математики в экономике.

Представителю страховой фирмы необходимо выехать из Ставрополя, объехать 6 населенных пунктов и вернуться назад. Между пунктами проложены дороги.

Расстояние между Ставрополем и Михайловском составляет 6 км, между Ставрополем и Пелагиадой – 7 км, между Ставрополем и Надеждой расстояние составляет 20 км, между Ставрополем и Татаркой – 12 км, между Ставрополем и Рождественским – 10 км. Между Михайловском и Пелагиадой расстояние составляет 5 км, между Михайловском и Надеждой – 7 км, между Михайловском и Татаркой – 9 км, между Михайловском и Рождественским – 16 км. Между Пелагиадой и Надеждой расстояние составляет 4 км, между Пелагиадой и Татаркой – 10 км, между Пелагиадой и Рождественским – 12 км. Между Надеждой и Татаркой расстояние – 3 км, между Надеждой и Рождественским – 15 км. Между Татаркой и Надеждой – 6 км, между Татаркой и Рождественским – 4 км, между Рождественским и Пелагиадой – 11 км, между Рождественским и Татаркой – 21 км. Представитель страховой фирмы должен объехать все порученные ему пункты по одному разу и вернуться назад за самый короткий срок или с наименьшими затратами на проезд.

Для решения данной задачи построим матрицу А, отображающую расстояние между городами *i* и *j*, при этом $i \neq j$. Если $i = j$, то ставим символ ∞, так как такой дороги не существует. В нашем случае матрица примет вид:

$$A = \begin{pmatrix} \infty & 6 & 7 & 20 & 12 & 10 \\ 6 & \infty & 5 & 7 & 9 & 16 \\ 7 & 5 & \infty & 4 & 10 & 12 \\ 20 & 7 & 4 & \infty & 3 & 15 \\ 12 & 9 & 10 & 6 & \infty & 4 \\ 10 & 16 & 11 & 15 & 21 & \infty \end{pmatrix}$$

Матрица *A* строится для того, чтобы в каждой строке и в каждом столбце получить не менее одного кратчайшего маршрута (нулевого приведенного значения). Для этого в каждой строке матрицы *A* от каждого элемента мы вычитаем значение минимального элемента этой строки. В результате получим:

$$A_1 = \begin{pmatrix} \infty & 0 & 1 & 14 & 6 & 4 \\ 1 & \infty & 0 & 2 & 4 & 11 \\ 3 & 1 & \infty & 0 & 6 & 8 \\ 17 & 4 & 1 & \infty & 0 & 12 \\ 8 & 5 & 6 & 2 & \infty & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 5 & 11 & \infty \end{pmatrix}$$

Вычисляем теперь коэффициент приведения. Он равен сумме всех минимальных элементов матрицы A, которые были вычтены из строк и столбцов:

$$k_{пр} = 6 + 5 + 4 + 3 + 4 + 10 = 20.$$

Вычисляем коэффициенты значимости для каждого занулившегося элемента.

$$k_{23} = 2,\ k_{34} = 1 + 2 = 3,\ k_{45} = 5,\ k_{61} = 2,\ k_{56} = 2 + 4 = 6.$$

Теперь из матрицы нужно вычеркнуть строку и столбец, в которых находится элемент с наибольшим коэффициентом значимости. В нашем случае таким элементом является a_{56}: коэффициент значимости равен 6. Для элемента a_{56} установим значение 1: $a_{56} = 1$.

После преобразований получим:

$$A_2 = \begin{pmatrix} \infty & 0 & 1 & 14 & 6 \\ 1 & \infty & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & \infty & 0 & 6 \\ 17 & 4 & 1 & \infty & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 5 & \infty \end{pmatrix}$$

Опять вычисляем коэффициенты значимости:

$$k_{12} = 2,\ k_{23} = 2,\ k_{45} = 5,\ k_{61} = 2,\ a_{34} = 3,\ a_{45} = 1.$$

Матрица уменьшается в размере:

$$A_3 = \begin{pmatrix} \infty & 0 & 1 & 14 \\ 1 & \infty & 0 & 2 \\ 3 & 1 & \infty & 0 \\ 0 & 6 & 1 & \infty \end{pmatrix}$$

Для новой матрицы находим коэффициенты значимости:

$$k_{12} = 2,\ k_{23} = 2,\ a_{45} = 1,\ k_{61} = 2,\ k_{34} = 3.$$

Теперь матрица запишется в виде:

$$A_4 = \begin{pmatrix} \infty & 0 & 1 \\ 1 & \infty & 0 \\ 0 & 6 & \infty \end{pmatrix}$$

Коэффициенты значимости последней матрицы:

$$k_{12} = 7,\ k_{61} = 7,\ k_{23} = 2,\ a_{12} = 1,\ a_{61} = 1,\ a_{23} = 1.$$

Выбираем элементы матрицы с наибольшими коэффициентами значимости: a_{56}, a_{45}, a_{34}, a_{12}, a_{61}, a_{23}, их индексы указывают нам те рёбра, которые должны войти в маршрут.

Таким образом, в маршрут представителя страховой фирмы вошли ребра: {5,6}, {4,5}, {3,4}, {1,2}, {6,1}, {2,3}. Все вершины (пункты) соединились.

Длина маршрута составляет:

$$4 + 3 + 4 + 6 + 10 + 5 = 32.$$

Путь торговца включает расстояния между городами {Ставрополь, Михайловск}, {Михайловск, Пелагиада}, {Пелагиада, Надежда}, {Надежда, Татарка}, {Татарка, Рождественский}, {Рождественский, Ставрополь} и имеет длину, равную 32 километрам.

Список литературы

1. Соболева Т.С., Чечкин А.В. Дискретная математика. 2006.

2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов. 2-е изд. – СПб.: Питер, 2007.

3. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Исследование операций: учебное пособие // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 11-1. – С. 118-119.

4. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Линейная алгебра: учебное пособие // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 11-1. – С. 115.

5. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Математика: учебное пособие // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 11-1. – С. 114-115.

6. Попова С.В., Смирнова Н.Б., Долгих Е.В., Крон Р.В. Агроинженерия: электронный учебно-методический комплекс // Международный журнал экспериментального образования. – 2009. – № S4. – С. 6-7.

7. Морозова О.В., Долгополова А.Ф., Попова С.В., Крон Р.В., Смирнова Н.Б., Долгих Е.В., Тынянко Н.Н. Комплект рабочих тетрадей по курсу высшей математики для экономических специальностей // Международный журнал экспериментального образования. – 2009. – № S4. – С. 22.

8. Немцова А.В., Попова С.В. Применение средств матричной алгебры для решения задач экономического содержания // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 171-172.

9. Смирнова Н.Б. Проблемы создания математических моделей эколого-экономических систем в процессе взаимодействия человека и окружающей среды // Культура и общество: история и современность: материалы III Всероссийской (с международным участием) науч.-практ. конф. Филиал РГСУ в г. Ставрополь; под редакцией О.Ю. Колосовой, Т.В. Вергун, Р.Ф. Гударенко. – Ставрополь, 2014. – С. 185-190.

10. Смирнова Н.Б., Лубенцева Е.Ф. Роль математики в современном обществе // Культура и общество: история и современность: материалы III Всероссийской (с международным участием) науч.-практ. конференции. Филиал РГСУ в г. Ставрополь; под редакцией О.Ю. Колосовой, Т.В. Вергун, Р.Ф. Гударенко. – Ставрополь, 2014. – С. 160-163.

11. Невидомская И.А., Копылова Е.П., Сотникова Ю.Д., Нивинская С.И. Применение дискретной математики при решении задач экономического содержания // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 169-171.

12. Коннова Д.А., Леликова Е.И., Мелешко С.В. Взаимодействие математики с экономикой // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 159-161.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В БАНКОВСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Орищенко Е.С., Шаповалова А.Н., Мамаев И.И.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

В наше время общество не может себе представить жизнь без применения математики в экономике. Одним из самых распространенных расчетов в банковской деятельности является расчет кредитных ставок.

Итак, рассмотрим некоторые элементы финансовой математики:

Существует такое понятие как эффективная процентная ставка.

Смысл эффективной процентной ставки заключается в том, что она призвана отражать реальную стоимость кредита с точки зрения заёмщика, то есть учитывать все его побочные выплаты, непосредственно связанные с кредитом (помимо платежей по самому кредиту).

Следующий элемент это – непрерывное начисление сложных процентов.

Как известно, для стремящегося к бесконечности числа x существует предел

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$$

где e = 2,718281828... – основание натуральных логарифмов. Эта формула называется вторым замечательным пределом. Из неё следует, в частности, что справедливо соотношение

$$\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{i}{m}\right)^m = e$$

Значит, если капитализация процентов осуществляется достаточно часто, например, ежедневно, то эффективную процентную ставку можно приближённо найти следующим образом: $\approx e^{i-1}$

И, наконец, интенсивность процентов.