ЗНАЧЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ В ПРИНЯТИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Цыплакова О.Н., Полтко И.В., Головина Ю.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Теория вероятности представляет собой раздел математики, изучающий закономерности случайных явлений, событий и значений. В современном мире, для получения наиболее достоверных количественных значений экономических показателей, все более актуально применение математического аппарата теории вероятности, устанавливающего взаимосвязь между различными случайными параметрами, что помогает принимать обоснованные решения в управлении экономическими процессами. Задачи, решаемые данным способом, имеют огромную практическую значимость, позволяя упростить довольно громоздкие вычисления.

Исходным понятием при построении вероятностных моделей, в задачах по принятию решений, является опыт. Первым шагом становится выделение элементарных событий, при которых возможно два исхода: событие произошло, либо не произошло. Совокупностью всех возможных исходов в проводимом опыте, называется пространство элементарных событий, состоящих из конечного числа элементов.

Применение вероятностного метода подразумевает прохождение нескольких этапов в процессе решения. Во-первых, необходимым условием является переход от экономических, управленческих и технологических показателей. На полученной числовой базе формируются вероятностные модели системы управления, процедуры принятия решений. Во-вторых, проведение расчетов и как следствие получение числовых математических выводов. В-третьих, интерпретация математического анализа относительно к реальной ситуации и принятие соответствующего решения.

Рассмотрим данный алгоритм применимо к решению задач по выработки стратегии работы страховых компаний. Наступление, либо не наступление страхового случая есть величина случайная. В связи с этим страховые компании анализируют статистические данные по поводу наступления страховых случаев, с учетом условий при которых они наступили. Для установления ставки страхового взноса, в условиях безубыточности компании, оценивается вероятность наступления страхового случая.

Пусть страховая компания заключает договоры страхования сроком на 1 год, на T рублей каждый. Страховой случай происходит с вероятностью p и не происходит с вероятностью q=1-p. Таким образом, закон распределения случайной величины Xi – количества страховых случаев у одного, i-го, страхователя. Число людей, застрахованных в компании, составляет 1300 клиентов.

Математическое ожидание дискретной случайной величины Xi называется сумма произведений ее возможных значений на соответствующие им вероятности:

$$M(X) = x_1p_1+x_2p_2+...+x_np_n$$

$$\text{или } M(X)=\sum\nolimits_{i=1}^{n}x_ip_i \qquad (1)$$

Дисперсией случайной величины называется математическое ожидание квадрата отклонения этой величины от ее математического ожидания и равно:

$$D(X) = M(X^2) – M^2(X),$$

$$\text{где } M(X^2) = \sum\nolimits_{i=1}^{n}x_i^2p_i \qquad (2)$$

Случайная величина $X = \sum\nolimits_{i=1}^{n}Xi$; количество страховых случаев у страхователей имеет математическое ожидание M(X)=np и дисперсию D(X)=npq, как следствие среднее квадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{D(X)} = \sqrt{npq}.$$

Случайная величина X распределена по нормальному закону в силу централизованной предельной теоремы. В среднем страховая компания должна будет выплатить npT страховых возмещений, с каждого страхователя по pT рублей страхового взноса. Исходя из этого, в среднем баланс страховой компании будет нулевым. Величина страховых возмещений – случайна, и может оказаться больше и привести к убыткам компании, либо меньше, образуя прибыль. Для безубыточности страховой компании, сумма взноса должна быть больше рассчитанной, величину которого можно определить с помощью интервальных оценок.

Реальную ставку обозначим через $\tilde{p} > p$, в этом случае страховая компания соберет с-го количества страхователей сумму равную $n\tilde{p}T$ рублей. Обозначим через f(x) = y, вероятность того, что компания не понесет убытков. При этом вероятность, что количество страховых случаев не более $n\tilde{p}$, есть $P(x < x\tilde{p}) = y$.

Нормальное распределение или распределение Гаусса, есть распределение вероятностей, которое в одномерном случае задается функцией плотности вероятности, совпадающей с функцией Гаусса:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (3)$$

где a=M(X)(1), $\sigma = \sqrt{D(X)} = \sqrt{npq}$ (2).

Используя нормальный закон распределения для случайной величины X, имеем:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}}\int_{-\infty}^{n\tilde{p}} e^{\frac{-(x-np)^2}{2npq}}dx =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\frac{n(p-\tilde{p})}{\sqrt{npq}}} e^{-\left(\frac{x-np}{\sqrt{npq}}\right)/2} d\left(\frac{x-p}{\sqrt{npq}}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{n(\tilde{p}-p)}{\sqrt{npq}}\right);$$

В данном случае через Φ обозначена интегральная функция Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-(z^2/2)}dz; (4)$$

Теорема. Если в серии nнезависимых испытаний вероятность наступления события в каждом отдельном испытании постоянна и $0 < p < 1$, то вероятность того что событие наступит от a до b раз равняется формуле (4).

Зададим вероятность y = 0,87 , что страховая компания не разорится, соответственно вероятность наступления страхового случая равна p = 0,13. Число клиентов, застрахованных в компании, равно n = 1300 .

Формула Лапласа (4) на практике используется в случае, если $npq \geq 10$. Если же $npq < 10$, то формула приводит к довольно большим погрешностям.

Пользуясь таблицей значений функции Лапласа:

$$\Phi\left(\frac{n(\tilde{p}-p)}{\sqrt{npq}}\right) += 0{,}87; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi\left(\frac{n(\tilde{p}-p)}{\sqrt{npq}}\right) = 0{,}37; \Rightarrow \frac{n(\tilde{p}-p)}{\sqrt{npq}} = 1{,}13;$$

Исходя из этого, найдем ставку страхового процента ($\tilde{p}$):

$$\frac{1300 * (\tilde{p} - 0{,}13)}{\sqrt{1300 * 0{,}13 * 0{,}87}} = 1{,}13; \Rightarrow \tilde{p} - 0{,}13 \approx 0{,}01; \Rightarrow \tilde{p} \approx 0{,}14.$$

Вследствие полученных результатов, можно сделать вывод о том, что чем больше риск для страховой компании, тем больше величина страхового взноса. Данная закономерность обусловлена ожиданиями предстоящих расходов компании. В среднем, расходы по наступлению страховых случаев, какого либо типа, должны быть меньше, чем доходы в виде страховых взносов от страхователей.

Применение экономико-математических методов позволяет провести качественный и количественный анализ экономических явлений, способствует количественной оценки значений риска и рыночной неопределенности, что позволяет выбрать наиболее оптимальное решение. Математические модели в первую очередь позволяют абстрактно представлять различные хозяйственные ситуации с дальнейшей оценкой последствий при выборе решений, что существенно упрощает поставленную задачу.

Список литературы

1. Мелешко С.В., Попова С.В., Цыплакова О.Н. Элементы комбинаторики: учебно-методическое указание. – Ставрополь, 2012. – 32 с.
2. Цыплакова О.Н., Салпагарова Ф.А.-А., Богданова А.А. Экономико-математическое моделирование в исследовании объектов // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 180-181.
3. Бондаренко В.А., Цыплакова О.Н. Математическая компетентность как основа профессионального становления бакалавра // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: материалы Международной научно-практической конференции. – 2014. – С. 52-56.
4. Мелешко С.В., Невидомская И.А., Донец З.Г. Организация самостоятельной работы студентов при изучении комбинаторики // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона. – 2012. – С. 289-292.
5. Невидомская И.А., Мелешко С.В., Гулай Т.А. Элементы теории вероятностей случайных событий: учебно-методическое пособие. – Ставрополь, 2012. – 76 с.
6. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б., Мелешко С.В. Теория вероятностей и математическая статистика // Международный журнал экспериментального образования. – 2012. – № 11. – С. 51-52.
7. Мамаев И.И., Бондаренко В.А., Шибаев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в аграрном вузе // Финансово-экономические проблемы развития региона и учетно-аналитические аспекты функционирования предпринимательских структур: материалы Ежегодной 77-й научно-практической конференции ФГБОУ ВПО СтГАУ «Аграрная наука – Северо-Кавказскому федеральному округу». – 2013. – С. 478-482.
8. Долгополова А.Ф., Морозова О.В., Долгих Е.В., Крон Р.В., Тынянко Н.Н., Попова С.В., Смирнова Н.Б. Теория вероятностей для экономических специальностей на базе Excel: практикум // Международный журнал экспериментального образования. – 2009. – № S4.

ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Цыплакова О.Н., Васильева В.А.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

В математическом анализе немаловажное место занимает логарифмическое дифференцирование. В данной статье мы постараемся выявить взаимосвязь экономического процесса и логарифмического дифференцирования, как метода математического анализа. Логарифмическое дифференцирование является наиболее оптимальным математическим методом для экономического анализа, в тех случаях, когда необходимо преобразовать функцию, выражающую зависимость между стоимостью общих затрат на производство и стоимостью выпускаемой продукции. Формированию дифференциального исчисления как прикладного, а позднее и научного метода, предшествовало появление стройной философской теории, созданной Николаем Кузанским.

Также существенный вклад в развитие основ дифференциального исчисления внесли французские ученые П. Ферма (1601 – 1665) и Р. Декарт (1596 – 1650), а в XVII веке И. Ньютон пришел к понятию производной, решая задачи механики, связанные с нахождением мгновенной скорости.

Основываясь на том, что потребитель должен поступать рационально, экономист определяет оптимальное соотношение изменений благ и издержек, при котором данные предельные величины равны. Основной задачей, как микро, так и макроэкономики являются выявление таких закономерностей и зависимостей, разработка наилучшего плана действий и другое.

Чтобы понять роль логарифмического дифференцирования, для начала рассмотрим такое понятие как дифференцирование. В математике дифференцированием называется процесс нахождения производной. Но иногда возникают ситуации, когда процесс нахождения производной достаточно сложен. Чтобы его облегчить сложные функции предварительно логарифмируют, в этом и заключается суть логарифмического дифференцирования. Данный метод является наиболее оптимальным при нахождении производной произведения нескольких функций или их участки, а также при дифференцировании выражений, имеющие корни из дробей (функций),

Рассмотрим метод более детально. Пусть дана функция $y = f(x)$. Прологарифмируем правую и левую часть.

Получим: $\ln y = \ln f(x)$

Затем продифференцируем данное выражение как сложную функцию, с учетом того, что y – это функция от x

$$(\ln y)` = (\ln f(x))` \frac{1}{y} y`(x) = \ln f(x))`$$

В результате искомая производная равна

$$y` = \ln(f(x))`$$

Производная такого вида называется логарифмической, а процесс её нахождения логарифмическим дифференцированием. Рассмотрим конкретный пример. Необходимо найти производную функции

$$y = \frac{(x+1)^2 * \sqrt{x-1}}{(x+4)^3 * e^x}.$$

Прологарифмировав правую и левую часть, получаем

$$\ln y = 2\ln(x+1) + \frac{1}{2}\ln(x-1) - 3\ln(x+4) - x;$$

Дифференцируем данное выражение

$$\frac{1}{y} y` = \frac{2}{x+1} + \frac{1}{2(x-1)} - \frac{3}{x+4} - 1,$$

отсюда получаем $y` = y(\frac{2}{x+1} + \frac{1}{2(x-1)} - \frac{3}{x+4} - 1)$

В некоторых функциях, например как степенно-показательных, производная вычисляется только методом логарифмического дифференцирования. Данный метод также применяется для вычисления в тех случаях, когда аналитическое выражение функции включает несколько множителей.

Как говорилось ранее, логарифмическое дифференцирование имеет экономический смысл. Заключается он в том, что производительность труда есть производная объема произведенной продукции по времени. Иными словами, производная логарифмической функции $(\ln y)` = \frac{y`}{y}$, где $y = u`$ обозначается логарифмической производной, или же относительной