скоростью изменений функции или темпом изменения функции. Если данный темп будет положительным, то скорость изменения увеличивается, если же отрицательным, то скорость сокращается.

Рассмотрим это на примере. Производительность труда рабочих предприятия может быть задана следующим уравнением

$$y = -\frac{5}{6}t^2 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 65,\ 1 \le t \le 8,$$

где t – рабочее время в часах.

Необходимо вычислить темп и скорость изменения производительности труда через полтора часа после начала работы и за полчаса до ее начала, при $t_1 = 1, t_2 = 7$

Производная выражает производительность труда $y`(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 15t + 100$, а темп изменения производительности и скорость – соответственно производной $u''(t)$ и $g'(t)$ и логарифмической производной $(\ln g(t))`$.

$$g`(t) = -5t + 15\ (\text{ед.\час})$$

$$(\ln g(t))` = \frac{g`(t)}{g(t)} = \frac{-5t + 15}{-\frac{5}{2}t^2 + 15t + 100} =$$

$$= \frac{2t - 6}{t^2 - 6t - 40}\ (\text{ед.\час})$$

Если $t_1 = 1$, то $g(1) = 112{,}5(\text{ед.\час})$;

$$g`(1) = 10(\text{ед.\час}^2);\ T_g(1) = 0{,}09$$

Если $t_2 = 7$, то $g(7) = 82{,}5(\text{ед.\час})$;

$$g`(7) = -20(\text{ед.\час}^2);\ T_g(7) = -0{,}24(\text{ед.\час});$$

Очевидно, что в конце рабочего дня производительность труда резко снижается, а изменение с положительного знака на отрицательный означает то, что возрастание производительности труда в начале рабочего дня сменяется ее уменьшением в последние часы.

Подводя итог, можно сказать, что логарифмическое дифференцирование играет очень важную роль, как в математическом анализе, так и в исследовании различных экономических явлений и процессов.

Список литературы

1. Мамаев И.И., Бондаренко В.А. Дифференциальное исчисление в задачах экономики // Аграрная наука, творчество, рост: материалы Международной научно-практической конференции. Т.1. Перспективы развития учетно-аналитической работы на предприятиях различных отраслей экономики (Секция факультета «Учетно-финансовый»). Ч.2: сб. науч. тр. – Ставрополь: «АГРУС» СтГАУ, 2013.

2. Попова С.В., Смирнова Н.Б. О прикладной направленности математики в высшей школе // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона: сб. научных статей по материалам Международной НПК. – Ставрополь: АГРУС Ставропольского ГАУ, 2013. – С. 260-264.

3. Гулай Т.А., Невидомская И.А., Мелешко С.В. Анализ и оценка приоритетности разделов дисциплины «Математический анализ», изучаемой студентами инженерных направлений // European Social Science Journal. – 2013. – № 8-2 (35). – С. 109-115.

4. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Совершенствование профессиональной подготовки экономистов через направленность содержания математического образования // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 252-254.

5. Кочержова Е.Н., Боташева Л.Р., Цыплакова О.Н. Роль производной в экономике // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 72-74.

6. Бондаренко В.А., Цыплакова О.Н. Некоторые аспекты интегрированного подхода изучения математического анализа // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона: матер. 76-й научно-практической конференции. – Ставрополь: Альфа-Принт, 2012. – С. 280-283.

7. Донец З.Г., Мамаев И.И., Шибаев В.П. Учебная организация как целостная модель организации обучения студентов на интегративной основе // Теоретические и прикладные проблемы современной педагогики: сборник научных статей по материалам научно-практической конференции. – Ставрополь: Изд-во «АГРУС», 2012.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РАБОТЫ ФОНДА СОЦИАЛЬНОГО СТРАХОВАНИЯ

Черкова Т.В., Ермишкина Н.В., Мамаев И.И.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Фонд социального страхования – это государственная кредитно-финансовая организация, управляющая финансами социального страхования. Егокоренное отличие от рядовых страховых компаний состоит в регулярных денежных выплатах,направляемых на осуществление региональных и межотраслевых программ по охране здоровья служащих, санаторно-курортному лечению, организация учебного досуга детей.Фонд социального страхования РФ – второй по количеству задействованных финансов после Пенсионного фонда РФ. Для оптимального управления капиталом фонда необходимо решения задач математического моделирования.

Итак, рассмотрим следующую модель:

Обозначим Фонд S(t) существующий сейчас. Тогда скорость выплаты средств, находящихся на счете Фонда, на общественные программы разного рода представим как – *(S), где – c*(S) = 0 при S < S_0. Соответственно, выплаты на социальные базы будут выделяться только примногократном превышении капиталом фонда определенного пограничного значения S_0, что по своей природе вполне нормально, поскольку основная задача фонда: стремление максимально снизить вероятность банкротства(при S < 0) на незначительном уровне и производит лишь выплаты по страховым случаям при капитале, меньшем некоторой критической шкалы.

Найдем функцию c*(S), создающую необходимые условия стабильной работы Фонда.

Наша цель: максимально уменьшить дисперсию скорости дифференцирования капитала фонда с использованием детерминированной компоненты c(S) = c_0 – c*(S) – при чем, вероятность издержек направленных на социальные программы 0 P(S > S_0) остается неизменной.

Итак,

$$D\big(c(S)\big) \to \underset{c(x)}{\min},\ \text{при} P(S)S_0) = \pi_1 \qquad (1)$$

Плотность капитала Фонда выглядит так:

$$\begin{Bmatrix} P(s) = C_{exp}\dfrac{2}{\alpha_2\lambda}(C_0 - \alpha_1\lambda)(S - S_0)\ \text{ при } s < S_0 \\ C_g(s) \text{ при } s < S_0: \end{Bmatrix}$$

где $C = \left(\frac{1}{2\tilde{c}} + \int_{S_0}^{\infty} g(s)ds\right)$

$$g(s) = \exp\frac{2}{a_2\lambda} + \int_{S_0}^{\infty} g(s)ds\ ,\ \tilde{c} = \frac{C_{0-a_1}\lambda}{a_2\lambda}.$$

Промежуточное значение:

$$M\big(c(S)\big) = Ca1\,\lambda \text{ и } P(S > S0) = C\int_{S_0}^{\infty} g(s)ds$$

Принимая во внимание то, что

$$c(s) = \frac{a_2\,\lambda\acute{g}\,(s)}{2g(s)}\lambda_1 a_1$$

находим:

$$D(c(s)) = c\left(\frac{c_0^2}{2\tilde{c}} + \left(\int_{s_0}^{\infty} \frac{a_2^2\lambda^2 g'^2(s)}{4\,g(s)} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + a1a2\lambda^2 g(s) + a_1^2\right)\lambda^2 g(s)\right)\, ds - c^2 a_1^2 \lambda^2$$

В итоге, возникает данная запись:

$$\int_{s_0}^{\infty}\left(\frac{a_2^2\lambda^2 g'^2(s)}{4\,g(s)} + \mathrm{a1a2}\lambda^2\mathrm{g(s)} + a_1^2\lambda^2 g(s)\right)\mathrm{ds} \to$$

$$\to \min_{g(s)}$$

При постоянном $\int_{s_0}^{\infty} g(s)ds$ уравнение Эйлера можно записать следующим образом:

$$\varphi' + \varphi^2 = \frac{a_1^2\ \ \lambda^2\ + \lambda^*}{a_1^2\ \lambda^2} \qquad (2.1)$$

где $\varphi = \frac{g'(s)}{2g(s)}$; λ^* – в этом выражении: неопределенный множитель Лагранжа

Следует заметить, что в неравенстве,

$$e\frac{a_1^2\ \ \lambda^2\ + \lambda^*}{a_1^2\ \lambda^2} > 0$$

не существует функции g, соответствующей данному уравнению и установленному ограничению.

Зададим:

$$\frac{a_1^2\ \ \lambda^2\ + \lambda^*}{a_1^2\ \lambda^2} = -\beta^2 .$$

Значит решением уравнения (2.1) является (2.2):

$$\phi = \beta tg(\bar{c} - \beta) \text{ и } c(s) = \alpha_2\lambda\beta tg(\bar{c} - \beta s) + \alpha_1\lambda$$

где $\bar{c}$ – какая-то постоянная величина. Рассматривая политику неизменного управления фондом, найдем $\bar{c}$ учитывая, что $c(s_0)=c_0$: абстрагировавшись от внешних влияний экономики находим:

$$\bar{c} = arctg\frac{\tilde{c}}{\beta} + \beta s_0 .$$

В этом варианте максимальная величина капитала Фонда вычисляется:

$$S_m = \frac{\bar{c} + \frac{\pi}{2}}{\beta} = S_0 + \frac{1}{\beta}\left(arctg\frac{\tilde{c}}{\beta} + \frac{\pi}{2}\right).$$

Найдем функцию g(s) , учитывая, что $g(S_0)=1$. Получим:

$$g(s) = \frac{cos^2(\bar{c}-\beta s)}{cos^2(\bar{c}-\beta s_0} = (1+\gamma_2)cos^2\big(arctg\gamma - \beta(s - s_0)\big),$$

где $\gamma = \bar{c}/\beta$

Найдем

$$\int_{S_0}^{S_m} g(s)ds = \int_{S_0}^{S_m}(1 + \cos 2(c - \beta s)) =$$

$$= \frac{1+\gamma^2}{2\beta}\left(arctg\gamma + \frac{\pi}{2} + \frac{\gamma}{1+\gamma^2}\right)$$

В вариационной задаче связь возникает вследствие:

$$\gamma(1+\gamma^2)\left(arctg\gamma + \frac{\pi}{2}\right) + \gamma^2 = \frac{\pi_1}{1-\pi_1} \qquad (3)$$

Нетрудно показать, что уравнение (3) имеет единственный положительный корень

$$0 < \gamma_0 < \sqrt{\frac{\pi_1}{1-\pi_1}}$$

Таким образом, оптимальная скорость выделения средств на социальные программы в случае непрерывного управления

$$c^*(s) = \left\{\begin{matrix} \dfrac{\alpha_{2\lambda c(1+\gamma_0^2)} \quad tg\left(\frac{c}{\gamma_0}(s-S_0)\right)}{\gamma_0 \quad\quad 1+\gamma_0\ tg\left(\frac{c}{\gamma_0}(s-S_0)\right)} \\ 0 - \text{в противном случае} \end{matrix}\right\} \text{при } S_m > s > S_0$$

При этом капитал Фонда ни в коем случае не может превышать величины:

$$S_m = S_0 + \frac{\gamma_0}{c}\left(arctg\gamma_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

В случае, когда капитал устремляется к наибольшему значению, быстрота выделение ресурсов на социальные расходы критично растет. Абстрагировавшись от требования непрерывности управления капиталом Фонда и найдем постоянную величину $\bar{c}$ в (2.2) при условии $c(S_0)=c_1$. Выражая через

$$c_1 = \frac{c_{1-\alpha_{1\lambda}}}{\alpha_{2\lambda}}, \gamma_1 = \frac{c_1}{\beta}$$

Получим

$$c = arctg\gamma_1 + \beta S_0, S_m = S_0 + \frac{arctg\gamma_1 + \frac{\pi}{2}}{\beta},$$

$$g(s) = (1+\gamma_1^2)cos^2(c - \beta s)$$

Условие связи в задаче (1) можно записать в виде

$$\gamma(1+\gamma_1^2)\left(arctg\gamma_1 + \frac{\pi}{2}\right) + \gamma\gamma_1 = \frac{\pi_1}{1-\pi_1}$$

Найдем дисперсию c(s):

$$D\big(c(S)\big) = \alpha_1^2\lambda^2\pi_1 + (1-\pi_1) *$$

$$* \left(c_0^2 - 2c\alpha_1\alpha_2\lambda^2 + \alpha_2^2\lambda^2c^2\frac{(1+\gamma_1^2)\left(arctg\gamma_1 + \frac{\pi}{2}\right) - \gamma_1}{\gamma}\right)$$

Выразив γ из (4) и подставив в (5), рассмотрим D(c(S)) как функцию параметра γ_1, стремясь ее минимизировать. Таким образом, наша задача состоит в минимизации функции

$$f(\gamma_1) = (1+\gamma_1^2)^2\left(arctg\gamma_1 + \frac{\pi}{2}\right)^2 - \gamma_1^2$$

Достаточно легко покажем, что

$$f(\gamma_1)\uparrow, \lim_{n\to\infty} f(\gamma_1) \backsim 1{,}33$$

Для того чтобы $y_1 \to \infty$, возьмем $c_1 < a_1\lambda$ и далее устремим β к нулю. Найдем

$$\lim_{\gamma_1\to\infty} c(s) =$$

$$= \alpha_1\lambda + \alpha_2\,\lambda c_1 \lim_{\gamma_1\to\infty}\frac{tg\big(arctg\gamma_{1-c_1}(s-S_0)/\gamma_1\big)}{\gamma_1} =$$

$$= \alpha_1\lambda + \alpha_2\lambda c_1(1 + c_1(s - S_0))^{-1}$$

Условие (4) перепишемвтаком виде:

$$\gamma_1(1+\gamma_1^2)\left(arctg\gamma_1+\frac{\pi}{2}\right)+\gamma_1^2=\frac{\pi_1}{1-\pi_1}\frac{c_1-\alpha_{1\lambda}}{c_{0-\alpha_1\lambda}}$$

Ищем:

$$\lim_{\gamma_1\to\infty}(\gamma_1(1+\gamma_1^2)\left(arctg\gamma_1+\frac{\pi}{2}\right)+\gamma_1^2=-2/3,$$

Из чего следует: $c_1=\frac{2}{3}c\left(1-\frac{1}{\pi_1}\right)$

Таким образом, оптимальная скорость выдачиресурсов на социальные программы будет иметь вид

$$c^*(s)=\left\{\alpha_2\lambda c\left(1-\left(1{,}5\frac{\pi_1}{\pi_1-1}+c(s-S_0)\right)^{-1}\right)\right\}$$

при $S_m \quad > s > S_0$, 0 – в противном случае

Максимальная величина капитала фонда рассчитывается по формуле:

$$S_m=S_0+\frac{1{,}5\pi_1}{c(1-\pi_1)}$$

Аналогично при непрерывном управлении и при устремление капитала фонда к максимальному значению быстрота выделения денег на социальные программы неограниченно возрастает.

В итоге, оттолкнувшись от представления о том, что функция управления капиталом фонда непрерывна, мы уменьшили дисперсию c(S) при постоянной вероятности существования выплат по социальным программам, учитывая, что зависимость c(S) от π_1 имеет существенно более простой вид. Заметим, что непрерывность c(S) нарушается только при $s = S_0$, где происходит изменение величины

$$\frac{\alpha_2\lambda c}{3}\left(1+\frac{2}{\pi_1}\right)=\frac{c_0-\alpha_{1\lambda}}{3}\left(1+\frac{2}{\pi_1}\right)$$

Критический уровень капитала, при принижении которого прекращаются выплаты по социальным программам, найдем из условия фиксации вероятности разорения фонда на любом желаемом уровне α_0:

$$P(S<0)=\frac{\exp(-2cS_0)}{1-\pi_1}=\alpha_0$$

Итак ,искомая конечная функция имеет вид:

$$S_0=-\frac{\ln(1-\pi_1)+\ln\alpha_0}{2c}$$

На наш взгляд,вышеизложенная математическая модель в наиболее полной мере способствует организации оптимального функционирования фонда социального страхования.

Список литературы

1. Корнилов И.А. Основы страховой математики. – М.: Юнити-Дана, 2012. – 400 с.

2. Кундышева Е.С. Математическое моделирование в экономике. – М.: Дашков и К, 2004. – 352 с.

3. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Опыт использования математических моделей современных экономических исследование в учебном процессе // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона: сборник материалов Международной научно-практической конференции. – Ставрополь: Бюро Новостей, СтГАУ, 2013. – С. 233-236.

4. Попова С.В., Смирнова Н.Б. Использование дифференциальных уравнений в построении математических моделей экономических процессов // Аграрная наука, творчество, рост: сб. научных статей по материалам Международной научно-практической конференции. – Ставрополь: АГРУС Ставропольского ГАУ, 2013. – С. 278-280.

5. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Особенности применения методов математического моделирования в экономических исследованиях // Кант: Экономика и управление. – 2013. – №1.

6. Галаганов В.П. Основы страхования и страхового дела. – М.: Проспект, 2009. – 177 с.

7. Поляк Г.Б. Бюджетная система Российской Федерации. – М: Проспект, 2013. – 479 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Шелухина А. В., Марченко К. П.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

В настоящее время на занятиях по математическим дисциплинам остро встает вопрос активизации познавательной деятельности студентов. Обязанностью каждого преподавателя является стимуляция этой деятельности, развития заинтересованности изучаемым материалом и стремления к самостоятельной работе. Показывая многочисленные приложения математики к решению различных задач физики, биологии, механики, экономики других наук, знакомя с новыми направлениями в естествознании, возникающими на стыке естественнонаучных и математических дисциплин, можно повысить интерес к изучению этого предмета.

В последнее время выпускники школ в качестве своей дальнейшей деятельности выбирают экономические специальности. При изучении математики на этих направлениях обязательным является рассмотрение экономических приложения какой-либо темы и достаточно времени уделяется применению математического моделирования к решению экономических задач. Не является исключением и тема о приложении определенного интеграла в различных областях знаний.

В основном практическое приложение интеграла применяется в технике и физике, а также при нахождении объемов геометрических тел и при вычислении площадей разнообразных фигур.

Тогда как на экономических направлениях велика роль интеграла в моделировании экономических процессов. Для исследования и моделирования процессов, которые происходят в экономике, интегральное исчисление дает широкий математический аппарат

Как известно, основой экономической системы является производство. В связи с этим экономическую систему можно рассматривать как совокупность управляемой (производство) и управляющей систем. Из этого вытекают следующие особенности:

- большие масштабы производства как управляемой системы;
- так как производство, как система, постоянно совершенствуется, то и управление им включает управление процессами совершенствования;
- с совершенствованием научно-технического прогресса и развитием производительных сил изменяются параметры системы, что ведет к необходимости исследования новых закономерностей развития производства и их использования в управлении;
- необходимость учета комплекса социальных, биотических, экологических и других факторов связано с участием человека в производстве как неотъемлемой части производительных сил общества;
- повышение требований к методам сбора, накопления, переработки информации является следствием с усложнения производства; ее дифференциации по уровням иерархии с учетом существенности с точки зрения принятия управленческих решений.

Рассмотрим применение интегрального исчисления в экономике и приложения интегралов на примерах нахождения потребительского излишка. В рыночной экономике широко используется это понятие. Прежде чем приступить к рассмотрению конкретных примеров введем несколько экономических обозначений и понятий. С точки зрения купли продажи рынок – это сфера взаимодействия спроса и предложения. В их взаимодействии формируются цены на различные