

Условие (4) перепишем в таком виде:

$$\gamma_1(1 + \gamma_1^2) \left( \arctg \gamma_1 + \frac{\pi}{2} \right) + \gamma_1^2 = \frac{\pi_1}{1 - \pi_1} \frac{c_1 - \alpha_{1\lambda}}{c_0 - \alpha_{1\lambda}}$$

Ищем:

$$\lim_{\gamma_1 \rightarrow \infty} (\gamma_1(1 + \gamma_1^2) \left( \arctg \gamma_1 + \frac{\pi}{2} \right) + \gamma_1^2) = -2/3,$$

$$\text{Из чего следует: } c_1 = \frac{2}{3}c \left( 1 - \frac{1}{\pi_1} \right)$$

Таким образом, оптимальная скорость выдач ирисурсов на социальные программы будет иметь вид

$$c^*(s) = \left\{ \alpha_2 \lambda c \left( 1 - \left( 1,5 \frac{\pi_1}{\pi_1 - 1} + c(s - S_0) \right)^{-1} \right) \right\}$$

при  $S_m > s > S_0$ , 0 – в противном случае

Максимальная величина капитала фонда рассчитывается по формуле:

$$S_m = S_0 + \frac{1,5\pi_1}{c(1 - \pi_1)}$$

Аналогично при непрерывном управлении и при устремлении капитала фонда к максимальному значению быстрота выделения денег на социальные программы неограниченно возрастает.

В итоге, оттолкнувшись от представления о том, что функция управления капиталом фонда непрерывна, мы уменьшили дисперсию  $c(S)$  при постоянной вероятности существования выплат по социальным программам, учитывая, что зависимость  $c(S)$  от  $\pi_1$  имеет существенно более простой вид. Заметим, что непрерывность  $c(S)$  нарушается только при  $s = S_0$ , где происходит изменение величины

$$\frac{\alpha_2 \lambda c}{3} \left( 1 + \frac{2}{\pi_1} \right) = \frac{c_0 - \alpha_{1\lambda}}{3} \left( 1 + \frac{2}{\pi_1} \right)$$

Критический уровень капитала, при принижении которого прекращаются выплаты по социальным программам, найдем из условия фиксации вероятности разорения фонда на любом желаемом уровне  $\alpha_0$ :

$$P(S < 0) = \frac{\exp(-2cS_0)}{1 - \pi_1} = \alpha_0$$

Итак, искомая конечная функция имеет вид:

$$S_0 = - \frac{\ln(1 - \pi_1) + \ln \alpha_0}{2c}$$

На наш взгляд, вышеизложенная математическая модель в наиболее полной мере способствует организации оптимального функционирования фонда социального страхования.

#### Список литературы

1. Корнилов И.А. Основы страховой математики. – М.: Юнити-Дана, 2012. – 400 с.
2. Кундышева Е.С. Математическое моделирование в экономике. – М.: Дашков и К, 2004. – 352 с.
3. Бондаренко В.А., Мамаев И.И., Сахнюк П.А., Сахнюк Т.И. Опыт использования математических моделей современных экономических исследований в учебном процессе // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона: сборник материалов Международной научно-практической конференции. – Ставрополь: Бюро Новостей, СтГАУ, 2013. – С. 233-236.
4. Попова С.В., Смирнова Н.Б. Использование дифференциальных уравнений в построении математических моделей экономических процессов // Аграрная наука, творчество, рост: сб. научных статей по материалам Международной научно-практической конференции. – Ставрополь: АГРУС Ставропольского ГАУ, 2013. – С. 278-280.
5. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Особенности применения методов математического моделирования в экономических исследованиях // Кант: Экономика и управление. – 2013. – №1.
6. Галаганов В.П. Основы страхования и страхового дела. – М.: Проспект, 2009. – 177 с.
7. Поляк Г.Б. Бюджетная система Российской Федерации. – М.: Проспект, 2013. – 479 с.

#### ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Шелухина А. В., Марченко К. П.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

В настоящее время на занятиях по математическим дисциплинам остро встает вопрос активизации познавательной деятельности студентов. Обязанностью каждого преподавателя является стимуляция этой деятельности, развития заинтересованности изучаемым материалом и стремления к самостоятельной работе. Показывая многочисленные приложения математики к решению различных задач физики, биологии, механики, экономики других наук, знакомя с новыми направлениями в естествознании, возникающими на стыке естественнонаучных и математических дисциплин, можно повысить интерес к изучению этого предмета.

В последнее время выпускники школ в качестве своей дальнейшей деятельности выбирают экономические специальности. При изучении математики на этих направлениях обязательным является рассмотрение экономических приложения какой-либо темы и достаточно времени уделяется применению математического моделирования к решению экономических задач. Не является исключением и тема о приложении определенного интеграла в различных областях знаний.

В основном практическое приложение интеграла применяется в технике и физике, а также при нахождении объемов геометрических тел и при вычислении площадей разнообразных фигур.

Тогда как на экономических направлениях велика роль интеграла в моделировании экономических процессов. Для исследования и моделирования процессов, которые происходят в экономике, интегральное исчисление дает широкий математический аппарат

Как известно, основой экономической системы является производство. В связи с этим экономическую систему можно рассматривать как совокупность управляемой (производство) и управляющей систем. Из этого вытекают следующие особенности:

- большие масштабы производства как управляемой системы;
- так как производство, как система, постоянно совершенствуется, то и управление им включает управление процессами совершенствования;
- с совершенствованием научно-технического прогресса и развитием производительных сил изменяются параметры системы, что ведет к необходимости исследования новых закономерностей развития производства и их использования в управлении;
- необходимость учета комплекса социальных, биотических, экологических и других факторов связано с участием человека в производстве как неотъемлемой части производительных сил общества;
- повышение требований к методам сбора, накопления, переработки информации является следствием с усложнения производства; ее дифференциации по уровням иерархии с учетом существенности с точки зрения принятия управленческих решений.

Рассмотрим применение интегрального исчисления в экономике и приложения интегралов на примерах нахождения потребительского излишка. В рыночной экономике широко используется это понятие. Прежде чем приступить к рассмотрению конкретных примеров введем несколько экономических обозначений и понятий. С точки зрения купли продажи рынок – это сфера взаимодействия спроса и предложения. В их взаимодействии формируются цены на различные

товары и услуги, поэтому они являются основными составляющими рынка. Изучением механизма их взаимодействия и занимается экономическая наука.

Зависимость между ценой товара и объемом его покупки, сложившаяся на конкретный момент времени называется спросом на какой-либо товар. На отдельный товар спрос графически изображается в виде кривой, показывающей зависимость между ценой  $p$  единицы этого товара и количеством товара  $q$ , которое потребители готовы купить при каждой заданной цене. Наклон кривой – отрицательный (чем дешевле товар, тем большее количество товара готовы купить покупатели, и наоборот).

Другое основное понятие экономической теории – предложение товара – определяется по аналогии: взаимосвязь между количеством товара, предлагаемого к продаже и ценой данного товара, сложившаяся на конкретный момент времени. Графически предложение какого-либо товара изображается в виде кривой, показывающей зависимость между ценой единицы данного товара  $p$  и количеством этого товара  $q$ , которое потребители готовы продать при каждой цене. Наклон кривой – положительный.

Большую роль в моделировании процессов экономики играет еще одно понятие – рыночное равновесие. Его характеризуют такие цена и количество, при которых величина предложения совпадает с объемом спроса. Точка пересечения кривых спроса и предложения – графическое изображение рыночного равновесия.

Перейдем теперь к рассмотрению приложений интеграла для определения потребительского излишка. Приобретая товар в количестве  $q^*$  по равновесной цене  $p^*$ , общие расходы на покупку такого товара составят  $p^*q^*$ . Предположим теперь, что товар в количестве  $q^*$  продается продавцами не сразу, а поступает на рынок небольшими партиями  $q$ . Именно такое допущение вместе с предположением о непрерывности функции спроса и предложения является основным при выводе формулы для расчета потребительского излишка.

$$CS = \int_0^{q^*} f(q) dq - p^* q^* \quad (1)$$

Далее рассмотрим примеры определения излишка потребителя.

1. Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией  $p = 5 - q^2$ , где  $q$  – количество товара (в шт.),  $p$  – цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при  $p^* = q^* = 1$ . Определите величину потребительского излишка

Решение.

$$CS = \int_0^1 (5 - q^2) dq - 1 \cdot 1 = (5q - \frac{q^3}{3}) \Big|_0^1 - 1 = \frac{11}{3} \text{ руб.}$$

2. Спрос на некоторый товар описывается функцией  $q = 8000 / p^3$ , а предложение данного товара характеризуется функцией  $q = 500p$ . Необходимо найти величину излишка потребителя при покупке данного товара.

Решение. Для расчета излишка потребителя сначала определим параметры рыночного равновесия ( $p^*$ ;  $q^*$ ). Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} q = \frac{8000}{p^3} \\ q = 500p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8000}{p^3} = 500p \\ q = 500p \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p^4 = 16 \\ q = 500p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p^* = 2 \\ q^* = 1000 \end{cases}$$

Таким образом,  $p^* = 2$ ,  $q^* = 1000$ .

Запишем формулу для вычисления потребительского излишка (1), где  $f(q)$  – функция, обратная функции  $q = 8000 / p^3$  т.е

$$f(q) = \sqrt[3]{\frac{8000}{q}} = 20q^{-\frac{1}{3}}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} CS &= \int_0^{1000} 20q^{-\frac{1}{3}} dq - 2 \cdot 1000 = \\ &= \frac{3 \cdot 20q^{\frac{2}{3}}}{2} \Big|_0^{1000} - 2000 = 30q^{\frac{2}{3}} \Big|_0^{1000} - 2000 = \\ &= 30 \cdot 1000^{\frac{2}{3}} - 2000 = 30^3 \sqrt{1000^2} - 2000 = 1000 \text{ ден. ед.} \end{aligned}$$

При применении интегрального метода должно соблюдаться условие непрерывной дифференцируемости функции, где в качестве аргумента берется какой-либо экономический показатель. Независимо от числа элементов, которые входят в модель, а также независимо от формы связи между этими элементами интегральное исчисление устанавливает общий подход к решению моделей различных видов. При его применении имеется возможность получения более обоснованных результатов исчисления влияния отдельных факторов, чем при использовании других методов.

#### Список литературы

1. Агафонова Н.П., Орехова Н.В., Мелешко С.В. Применение метода наименьших квадратов для определения уравнений кривых спроса и предложения и состояния рыночного равновесия // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – №5-2. – С. 136-138.
2. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Математика: учебное пособие // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – №11-1. – С. 114-115.
3. Мамаев И.И., Родина Е.В. Основные особенности применения экономико-математических моделей в управлении: сборник «Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона». – 2012. – С. 286-289.
4. Коннова Д.А., Леликова Е.И., Мелешко С.В. Взаимодействие математики с экономикой // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 159-161.
5. Невидомская И.А., Якубова А.М. Применение факторного анализа при исследовании экономических процессов // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 81-83.
6. Сизова С.А., Мурдугова В.Ю., Мелешко С.В. Линейное программирование как область математического программирования при решении экономических задач // Theoretical & Applied Science. – 2013. – №6 (2). – С. 16-20.
7. Яновский А.А., Симоновский А.А., Холопов В.Л. Моделирование процесса роста парового пузырька при кипении магнитной жидкости // 15-я Международная плесская конференция по нанодисперсным магнитным жидкостям: материалы конференции. – Плес, 2012. – С. 234-240.
8. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Перспективы применения математических методов в экономических исследованиях // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 255-257.

#### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОНЯТИЯ ПРОИЗВОДНОЙ В ЭКОНОМИКЕ

Шуваев А.В., Гочияев М.Х.

Ставропольский государственный аграрный университет,  
Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Экономика как наука о развитии общества и объективных причинах функционирования использует