товары и услуги, поэтому они являются основными составляющими рынка. Изучением механизма их взаимодействия и занимается экономическая наука.

Зависимость между ценой товара и объемом его покупки, сложившаяся на конкретный момент времени называется спросом на какой-либо товар. На отдельный товар спрос графически изображается в виде кривой, показывающей зависимость между ценой р единицы этого товара и количеством товара q, которое потребители готовы купить при каждой заданной цене. Наклон кривой – отрицательный (чем дешевле товар, тем большее количество товара готовы купить покупатели, и наоборот).

Другое основное понятие экономической теории – предложение товара – определяется по аналогии: взаимосвязь между количеством товара, предлагаемого к продаже и ценой данного товара, сложившаяся на конкретный момент времени. Графически предложение какого-либо товара изображается в виде кривой, показывающей зависимость между ценой единицы данного товара p и количеством этого товара q, которое потребители готовы продать при каждой цене. Наклон кривой – положительный.

Большую роль в моделировании процессов экономики играет еще одно понятие – рыночное равновесие. Его характеризуют такие цена и количество, при которых величина предложения совпадает с объемом спроса. Точка пересечения кривых спроса и предложения – графическое изображение рыночного равновесия.

Перейдем теперь к рассмотрению приложений интеграла для определения потребительского излишка. Приобретая товар в количестве q^* по равновесной цене p^*, общие расходы на покупку такого товара составят p^*q^*. Предположим теперь, что товар в количестве q^* продается продавцами не сразу, а поступает на рынок небольшими партиями q. Именно такое допущение вместе с предположением о непрерывности функции спроса и предложения является основным при выводе формулы для расчета потребительского излишка.

$$CS = \int_0^{q^*} f(q)dq - p^* q^* \qquad (1)$$

Далее рассмотрим примеры определение излишка потребителя.

1. Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией $p = 5 - q^2$, где q – количество товара (в шт.), p – цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при $p^* = q^* = 1$. Определите величину потребительского излишка

Решение.

$$CS = \int_0^1 (5 - q^2)dq - 1 \cdot 1 = (5q - \frac{q^3}{3})\Big|_0^1 - 1 = \frac{11}{3} \text{ руб.}$$

2. Спрос на некоторый товар описывается функцией $q = 8000 / p^3$, а предложение данного товара характеризуется функцией q=500p. Необходимо найти величину излишка потребителя при покупке данного товара.

Решение. Для расчета излишка потребителя сначала определим параметры рыночного равновесия (p^*; q^*). Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} q = \dfrac{8000}{p^3} \\ q = 500p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{8000}{p^3} = 500p \\ q = 500p \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p^4 = 16 \\ q = 500p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p^* = 2 \\ q^* = 1000 \end{cases}$$

Таким образом, $p^* = 2$, $q^* = 1000$.

Запишем формулу для вычисления потребительского излишка (1), где $f(q)$ – функция, обратная функции $q = 8000 / p^3$ т.е

$$f(q) = \sqrt[3]{\frac{8000}{q}} = 20q^{-\frac{1}{3}}$$

Отсюда

$$CS = \int_0^{1000} 20q^{-\frac{1}{3}} dq - 2 \cdot 1000 =$$

$$= \frac{3 \cdot 20q^{\frac{2}{3}}}{2}\Big|_0^{1000} - 2000 = 30q^{\frac{2}{3}}\Big|_0^{1000} - 2000 =$$

$$= 30 \cdot 1000^{\frac{2}{3}} - 2000 = 30\sqrt[3]{1000^2} - 2000 = 1000 \text{ ден. ед.}$$

При применении интегрального метода должно соблюдаться условие непрерывной дифференцируемости функции, где в качестве аргумента берется какой-либо экономический показатель. Независимо от числа элементов, которые входят в модель, а также независимо от формы связи между этими элементами интегральное исчисление устанавливает общий подход к решению моделей различных видов. При его применении имеется возможность получения более обоснованных результатов исчисления влияния отдельных факторов, чем при использовании других методов.

Список литературы

1. Агафонова Н.П., Орехова Н.В., Мелешко С.В. Применение метода наименьших квадратов для определения уравнений кривых спроса и предложения и состояния рыночного равновесия // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – №5-2. – С. 136-138.

2. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Математика: учебное пособие // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – №11-1. – С. 114-115.

3. Мамаев И.И., Родина Е.В. Основные особенности применения экономико-математических моделей в управлении: сборник «Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона». – 2012. – С. 286-289.

4. Коннова Д.А., Леликова Е.И., Мелешко С.В. Взаимодействие математики с экономикой // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 159-161.

5. Невидомская И.А., Якубова А.М. Применение факторного анализа при исследовании экономических процессов // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 81-83.

6. Сизова С.А., Мурдугова В.Ю., Мелешко С.В. Линейное программирование как область математического программирования при решении экономических задач // Theoretical & Applied Science. – 2013. – №6 (2). – С. 16-20.

7. Яновский А.А., Симоновский А.Я., Холопов В.Л. Моделирование процесса роста парового пузырька при кипении магнитной жидкости // 15-я Международная плесская конференция по нанодисперсным магнитным жидкостям: материалы конференции. – Плес, 2012. – С. 234-240.

8. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Перспективы применения математических методов в экономических исследованиях // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 255-257.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОНЯТИЯ ПРОИЗВОДНОЙ В ЭКОНОМИКЕ

Шуваев А.В., Гочияев М.Х.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Экономика как наука о развитии общества и объективных причинах функционирования использует различные количественные характеристики и вследствие этого затрагивает разнообразные математические методы и модели. Их широкое использование является важным направлением совершенствования экономического анализа.

Изучение экономических приложений математических дисциплин, которые составляют фундамент актуальной экономической математики, позволяет приобрести некие навыки решения экономических задач и углубить знания в данной области.

Обратим внимание на предельные и средние показатели:

При изучении экономических процессов выполняется расчет средних и предельных значений функций, которые выражают зависимости между различными экономическими факторами.

Средняя величина показателя подсчитывается как отношение значения определяющей его функции к соответствующему значению аргумента. Например, пусть функция $y = f(x)$ выражает зависимость издержек производства y от объема выпускаемой продукции x. Тогда функция средних издержек на единицу продукции определяется по формуле:

$$A_y = y / x.$$

Для обозначения средних величин к обычному обозначению величин добавляется буква А. Под предельным или маржинальным значением показателя в экономическом анализе понимается производная функции этого показателя (при условии того, что эта функция является непрерывной). Так, в нашем примере предельные издержки производства

$$M_y = y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

Для обозначения предельных величин к обычному обозначению добавляется буква М. Если функция показателя дискретна, то под предельной или же маржинальной величиной понимают отношение изменения функции к вызвавшему это изменение приращению независимой переменной.

Предельные величины характеризуют процесс изменения экономического объекта по времени или относительно некоторого фактора. Они показывают прирост соответствующего показателя в расчете на единицу прироста определяющего его фактора. Так, предельные издержки определяют приближенно дополнительные затраты на производство единицы второстепенной или дополнительной продукции.

Так же могут быть определены и другие предельные показатели, такие как: предельная выручка, предельная себестоимость, предельная производительность, предельный доход, предельный спрос и некоторые другие.

Исследуем применение эластичности функции:

Эластичностью непрерывной функции называется предел отношения относительного приращения функции к относительному приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю:

$$E_x(y) = \lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{x}{\Delta x}\right) = \frac{x}{y} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{x}{y} \cdot y'$$

Эластичность может быть выражена в виде отношения предельной и средней величин:

$$E_x(y) = \frac{M_y}{A_y}$$

Эластичность функции – это величина без размера, значение которой не зависит от измерения величины x и y. Она показывает приближенно, на сколько процентов изменится функция при изменении аргумента на 1%.

Свойства эластичности можно трактовать следующим образом.

1. Эластичность частного или произведения двух функций равна разности или сумме эластичностей этих функций:

$$E_x(uv) = E_x(u) + E_x(v),\ E_x\left(\frac{u}{v}\right) = E_x(u) - E_x(v)$$

2. Эластичности взаимно обратных функций – это взаимно обратные величины:

$$E_x(y) = \left(E_y(x)\right)^{-1}$$

3. Если c – постоянная величина, то $E_x \cdot c = 0$;

$$E_x(cu) = E_x(u)$$

Рассмотрим функцию спроса: зависимость количества покупаемого товара q от его цены p: $q=q(p)$. Эластичность спроса по цене можно записать в виде формулы следующим образом:

$$E_p(q) = \frac{p}{q} \cdot q'$$

Если $|E_p(q)|>1$, спрос называют эластичным. Небольшое изменение цены товара вызывает значительное изменение величины спроса на него.

Если $0<|E_p(q)|<1$, спрос называют неэластичным. Изменение цены ведет к сравнительно небольшому изменению величины спроса.

Если $|E_p(q)|=1$, спрос называют нейтральным.

Исследуем динамику выручки при различных видах спроса. Выручка от продажи товара по цене p составляет $u = p \cdot q(p)$ Предельная выручка

$$u' = q(p) + pq'(p) = q(p)\left(1 + \frac{p}{q(p)} q'(p)\right) =$$
$$= q(p)(1 + E_p(q))$$

Заметим, что, поскольку функция спроса является убывающей, ее производная $q'(p)<0$. Поэтому и $E_p(q)<0$.

Следовательно:

- если спрос эластичен, то с увеличением цены выручка от продажи уменьшается. Можно сделать вывод: для повышения выручки продавцам выгодно понижать цену;
- при нейтральном спросе выручка практически не зависит от цены;
- при неэластичном спросе повышение цены приводит к увеличению выручки.

Рассмотрим конкретную задачу на применение производной в экономической теории:

Объём продукции z цеха в течение рабочего дня представляет функцию $z = -t^3 - 3t^2 + 85t + 325$, где t – время, выраженное в часах (ч). Нужно найти производительность труда через 2 часа после начала работы.

Решение: За период времени от $t_0 = 2$ до $(t_0 + \Delta t)$ количество произведенной продукции изменится от $z_0 = z(t_0)$ до значения $z_0 + \Delta z = z(t_0 + \Delta t)$, средняя производительность труда в этот временной период составит $\Delta z / \Delta t$. Следовательно, производительность труда (обозначим ее ПТ) в момент t_0 можно определить, в качестве предельного значения средней производительности труда за период времени от t_0 до $(t_0 + \Delta t)$ при $\Delta t \to 0$, то есть ПТ (производительность труда) можно выразить следующим образом:

$$\text{ПТ} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta t} = z'(t)$$

Теперь найдем производную от уже известной нам функции z и подставим туда значение t_0=2. Получим следующее уравнение:

$$z'(t) = -3t^2 - 6t + 85 \Rightarrow z(t0) = -3\cdot2^2 - 6\cdot2 + 85 = 61$$

В итоге можно сделать вывод, что производительность труда после начала работы, которая длилась 2 часа, составит 61 единицу продукции в час.

В заключение можно сказать, что математика очень тесно связана с другими науками, особенно с экономикой. Математические модели играют важную роль в экономических исследованиях. Также применение производной часто используется в экономических задачах и теориях. Благодаря использованию производной или дифференциального исчисления решаются многие экономические задачи, такие как, например, задачи об эластичности спроса, или как представлено выше: задачи о нахождении производительности труда.

Безусловно, без современной математики был бы не возможен прогресс в различных областях человеческой деятельности. Поэтому математика как наука контактирует с большим количеством наук, а с некоторыми интегрируется более тесно. Эта взаимосвязь помогает человечеству в решении многих вопросов, которые касаются вопросов о внедрении или интеграции с другими науками.

Список литературы

1. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Перспективы применения математических методов в экономических исследованиях // Аграрная наука, творчество, рост. – Ставрополь: СтГАУ, 2013.

2. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Государственное регулирование в системе агробизнеса // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона. – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 202-207.

3. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Виселов Г.И. Матричный метод линеаризации уравнений движения управляемого объекта // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона. – 2013. – С. 128-130.

4. Литвин Д.Б., Шайтор А.К., Роговая Н.А. Метод коррекции свойств объекта управления // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем. – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 5-8.

5. Литвин Д.Б., Яновский А.А., Донец З.Г. Интерполяция и аппроксимация данных в MATLAB // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона. – Ставрополь: СтГАУ, 2013. – С. 97-99.

6. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Визуализация решений дифференциальных уравнений в среде SIMULINK системы MATLAB // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем. – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 129-131.

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Эреджепова М.С., Калайчева С.Н.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Согласно проведенным исследованиям графический метод решения задач линейного программирования основан на геометрической интерпретации данной задачи. Этот метод наиболее прост и нагляден, в отличии от симплекс метода с помощью графического метода мы можем найти одновременно решение как максимума, так и минимума. В современной экономике графический метод решения ЗЛП очень популярен из-за его наглядности. В современных компаниях это метод используется чаще всего для выявления максимального дохода предприятия, а также максимального объема производства. В следующей задаче наглядно продемонстрирован пример использования графического метода в современной экономике.

Компьютерная компания занимается изготовлением мониторов и мышек, но их ресурсы производства ограничены (обшивка, USB провод, материнская плата) (табл. 1).

Необходимо составить план выпуска продукции с учетом имеющихся ресурсов, обеспечивающих наивысшую прибыль.

Выше приведены условия, которые являются экономической постановкой задачи. Теперь же необходимо составить математическую модель задачи.

Таблица 1

Нормы затраты на одну ед. продукции, количество ресурсов, и прибыль от реализации одной единицы продукции

Виды ресурсов	Виды продукции		Количество ресурсов
	Монитор	Мышь	
Обшивка	3	2	27
USB провод	2	4	28
Материнская плата	2	3	23
Прибыль	4	7	

Пусть x и y – количество выпускаемых мониторов и мышек. Тогда следует, что общая прибыль от продажи всей продукции составит Z = 4X + 7Y → max. При этом общий расход обшивки равен 3x + 2y и он не должен быть больше имеющегося запаса 27. Таким образом они ограничиваются $3x + 2y \le 27$. Так же учитываются ограничения по USB проводу и материнской плате: $2x + 4y \le 28$, $2x + 3y \le 23$. Следовательно, если объем больше нуля, то $x \ge 0$, $y \ge 0$. Тогда математическая модель задачи имеет вид:

$$Z = 4X + 7Y \to \max$$
$$\begin{cases} 3x + 2y \le 27 \\ 2x + 4y \le 28 \\ 2x + 3y \le 23 \end{cases}$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0.$$

Таким образом, цель данной задачи состоит в том, чтобы найти положительные значения $x \ge 0$, $y \ge 0$, где Z принимает наивысшее значения.

Для начала составим ОДР, затем найдем Zmax. Начнем решение задачи с геометрического представления ОДР. Уравнение $x \ge 0$, $y \ge 0$ ограничивают ОДР 1 четвертью. Система уравнений составляет на координатной плоскости xOy некоторую полуплоскость. Найдем полуплоскости на которых выполняются эти уравнения. Для этого нужно просто взять некую произвольную точку, через которую не проходит граничная прямая и проверить, удовлетворяет ли данная точка уравнению. Если данная точка подходит,то это уравнение выполняется на полуплоскости, на которой находится произвольная точка. В обратном случае берется полуплоскость, на которой не находится произвольная точка. Берем в качестве произвольной точки начало координат O (0;0). Обратим внимание, что при построении ОДР систему уравнений удобнее выражать в отрезках.

$$\frac{X}{9} + \frac{Y}{27/2} \le 1, \frac{X}{14} + \frac{Y}{7} \le 1, \frac{X}{\frac{23}{2}} + \frac{Y}{\frac{23}{2}} \le 1$$

Для данной задачи области допустимых решений – это множество точек многоугольника OIUYT. На рисунке 1 показаны уравнения прямых, а стрелками указаны области, где они выполняются.

Составим геометрическую интерпретацию уравнения Z = 4X + 7Y →max.

Уравнение Z = C1X + C2Y = 4X + 7Y , при значении Z = Z1, то Z1 = 4X + 7Y. Если изменить значение Z, то получим семейство параллельных прямых, называемых линиями уровня. $\bar{C}$ = (C1; C2) перпендикулярен каждой из линий уровня.