Теперь решим это же уравнение графически. Построим поле направлений дифференциального уравнения, изображая изоклины: $c = x^2 + y^2$, (c ≥ 0).

Изоклины – семейство окружностей с центром (0;0) и радиусом $\sqrt{c}$.

1) c=0: $x^2 + y^2 = 0$ – уравнение определяет точку (0;0) в которой tgα=0, значит α=0;

2) c=1:$x^2 + y^2 = 1$, вдоль этой изоклины отрезки поля имеют угловой коэффициент tg(α)=1, т.е. α=arctg(1) α = π/4;

3) c=4: $x^2 + y^2 = 4$, tgα=4, α=arctg(4)≈76°;

4) c=9: $x^2 + y^2 = 9$, tgα=9, α=arctg(9)≈84°;

5) c=16: $x^2 + y^2 = 16$, tgα=16, α=arctg(16)≈86°;

6) c=25: $x^2 + y^2 = 25$, tgα=25, α=arctg(25)≈88°.

Используя найденные значения, построим изоклины и поле направлений (рис. 2). Далее можно провести приближённое графическое решение.

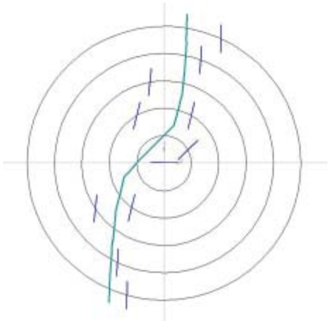

Рис. 2

Сопоставив два приближённых решения, приходим к выводу, что они графически совпадают.

Список литературы

1. Калюжный Д.А., Светличная В.Б. Решение операционным способом дифференциальных уравнений с импульсной правой частью // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6 . – С. 100-101.

2. Любимова О.В., Самодьянова А.С., Матвеева Т.А. Решение дифференциальных уравнений с импульсной правой частью // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4 . – С. 49-49.

3. Светличная В.Б., Мальцев А.В., Рубцов А.А. Поиск общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по известным частным решениям // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 199-200.

4. Светличная В.Б., Матюнина Е.В. Разные способы решения линейного дифференциального уравнения // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 195-196.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИИ НА ПРАКТИКЕ

Городжий А.В., Зотова С.А.,
Матвеева Т.А., Светличная В.Б.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru

Ни для кого не секрет, что между случайными величинами может существовать определённая зависимость. Один из её видов – это статистическая зависимость, которая имеет место тогда, когда при изменении одной случайной величины изменяется закон распределения другой случайной величины. Статистическая зависимость, в свою очередь, называется корреляционной, если при изменении одной из величин изменяется среднее значение другой – это зависимость в среднем, и она является функциональной.

Элементы теории корреляции занимают важное место в математической статистике, так как они имеют обширную область применения, охватывая также и экономическую сферу. В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

Распределение 100 предприятий отрасли по объёму выпускаемой продукции X (тыс. ед.) и её себестоимости Y (руб.) представлено в таблице:

x \ y	48	58	68	78	m_{x_i}
17	—	—	—	1	1
18	—	—	29	1	30
19	—	29	10	—	39
20	21	6	—	—	27
21	3	—	—	—	3
m_{y_j}	24	35	39	2	100

После проведения необходимых математических расчетов мы получили следующие данные: $\bar{x}$ = 19,01, $\sigma_x = 0{,}854$; $\bar{y}$ = 59,9, $\sigma_y = 8{,}209$; $\overline{xy}$ = 1132,48. Условные средние значения $\bar{x}_y$ и $\bar{y}_x$ и межгрупповые дисперсии равны: $\bar{x}_{y=48} = 20{,}1$, $\bar{x}_{y=58} = 19{,}2$, $\bar{x}_{y=68} = 18{,}3$, $\bar{x}_{y=78} = 17{,}5$, $\delta_x = 0{,}73$; $\bar{y}_{x=17} = 78$, $\bar{y}_{x=18} = 68{,}3$, $\bar{y}_{x=19} = 60{,}6$, $\bar{y}_{x=20} = 50{,}2$, $\bar{y}_{x=21} = 48$, $\delta_y = 7{,}37$.

Корреляционные отношения: $\eta_{XY} = 0{,}85$, $\eta_{YX} = 0{,}898$, на основании чего делаем вывод, что между X и Y имеется сильная корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции при этом равен – 0,89, что говорит нам о наличии сильной убывающей линейной зависимости. На уровне значимости α=0,05 мы наблюдаем наличие линейной корреляции. Корреляция называется линейной, если линия регрессии одной случайной величины на другую является прямой линией. Уравнения линейной регрессии выглядят следующим образом:

$y_x = -8{,}6x + 223{,}4$	$x_y = -0{,}1y + 25$
Полученное уравнение показывает, что при увеличении объёма выпуска X на 1 тыс. ед. себестоимость Y уменьшается в среднем на 8,6 (руб.).	Полученное уравнение показывает, что для уменьшения себестоимости Y на 1 руб. необходимо в среднем увеличить объём выпуска X на 0,1 тыс. ед.

Теоретический коэффициент детерминации равен 0,7921, это означает, что 79,21% вариации себестоимости продукции объясняется уравнением линейной регрессии, остальные 20,79% вариации себестоимости обусловлены влиянием неучтённых в модели факторов.

Средние квадратические ошибки S_{ε_y} и S_{ε_x} равны 3,14 и 0,23 соответственно. Таким образом, найденные модели линейной регрессии целесообразно использовать. Средние ошибки аппроксимации составляют 2,76% и 0,675%, что свидетельствует о незначительных погрешностях моделей.

Таким образом, мы увидели, как себестоимость и объём выпускаемой продукции зависят друг от друга относительно большого числа различных предприятий. Подобную информацию целесообразно применять, например, при ведении конкурентной борьбы, а также при формировании исходных данных (себестоимость и объём выпускаемой продукции) при запуске деятельности предприятия с целью максимизации экономической прибыли.

Список литературы

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Математическая статистика: учебное пособие // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2. – С. 122-123.

2. Светличная В.Б., Матвеева Т.А., Фильчаков С.А. Исследование корреляционной зависимости интенсивности движения и скорости // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 198-199.

3. Аббазова Р.А., Агишева Д.К., Светличная В.Б., Пак К.И. Теория корреляции в решении задачи «об отчислениях в пенсионный фонд» // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 186-187.

ПОИСК УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ

Давыдов А.С., Агишева Д.К., Матвеева Т.А.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru

Дана двумерная выборка:

x \ y	48	67	86	m_{x_i}
0	1	–	–	**1**
1	2	29	–	**31**
2	–	2	30	**32**
3	–	29	6	**35**
4	1	–	–	**1**
m_{y_j}	**4**	**60**	**36**	**100**

По данным таблицы найти соответствующее уравнение регрессии.

Решение. Проведём вспомогательные расчёты:

$$\bar{x} = 2{,}04, \quad \overline{x^2} = 4{,}9, \quad \sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = 0{,}859,$$

$$\bar{y} = 73{,}08, \quad \overline{y^2} = 5448{,}12,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2} = 10{,}365, \quad \overline{xy} = 150{,}36.$$

$$\bar{x} = 2{,}04, \quad \overline{x^2} = 4{,}9, \quad \sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = 0{,}859,$$

$$\bar{y} = 73{,}08, \quad \overline{y^2} = 5448{,}12,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2} = 10{,}365, \quad \overline{xy} = 150{,}36.$$

Корреляционное отношение

$$\eta_{XY} = \frac{\delta_y}{\sigma_y} = 0{,}839,$$

значит, имеется сильная корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции

$$r_в = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = 0{,}143,$$

значит, линейная зависимость практически отсутствует. По виду расположения условных средних значений $\bar{y}_x$ на плоскости, которые представлены точками на рис. 1, предполагаем квадратическую зависимость. Составим уравнение нелинейной параболической регрессии: $y_x = ax^2 + bx + c$.

Заполним вспомогательную таблицу для вычисления коэффициентов.

Решая систему

$$\begin{cases} 490a + 204b + 100c = 7309{,}9, \\ 1296a + 490b + 204c = 15040{,}5, \\ 3634a + 1296b + 490c = 35806{,}7. \end{cases}$$

получим: a = – 12,2; b = 50,7; c = 29,5. Таким образом, искомое уравнение регрессии имеет вид

$$y_x = -12{,}2x^2 + 50{,}7x + 29{,}5.$$

Заполним таблицу:

x	0	1	2	3
$\bar{y}_x$	48	65,8	84,8	70,3
y_x	29,5	68	82,1	71,8

Построим на одном чертеже график параболической регрессии $y_x = -12{,}2x^2 + 50{,}7x + 29{,}5$ и нанесём экспериментальные данные $\bar{y}_x$ (рис. 1).

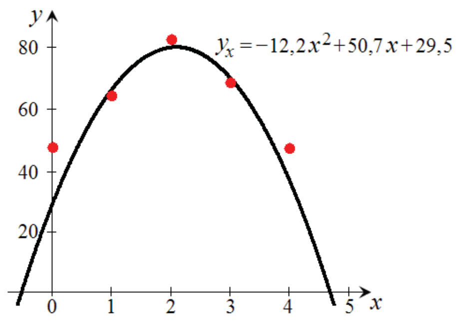

Рис. 1.

Список литературы

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Математическая статистика: учебное пособие // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2 – С. 122-123.

2. Булашкова М.Г., Ломакина А.Н., Чаузова Е.А., Зотова С.А. Роль математики в современном мире // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 45-45.

3. Ратушный И.А., Гаан А.С., Матвеева Т.А. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса в среде программирования C++ // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 8 (2). – С. 224-225.

Таблица для вычисления коэффициентов

x	$\bar{y}_x$	m_x	xm_x	x^2m_x	x^3m_x	x^4m_x	$\bar{y}_x m_x$	$x\bar{y}_x m_x$	$x^2\bar{y}_x m_x$
0	48	1	0	0	0	0	48	0	0
1	65,8	31	31	31	31	31	2039,8	2039,8	2039,8
2	84,8	32	64	128	256	512	2713,6	5427,2	10854,4
3	70,3	35	105	315	945	2835	2460,5	7381,5	22144,5
4	48	1	4	16	64	256	48	192	768
Σ	–	100	204	490	1296	3634	7309,9	15040,5	35806,7