Имеем

$$t = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{s^2}{n}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)}} = \frac{100}{\sqrt{\frac{282089{,}241}{110}\cdot\left(1-\frac{110}{2000}\right)}} =$$

$$= \frac{100}{49{,}2281} = 2{,}03.$$

Тогда

$$P\{|\bar{x}_г - \bar{x}_в| \le 100\} = 2\Phi\,(2{,}03) = 2\cdot 0{,}4788 = 0{,}9576.$$

б) По данной таблице найдём долю теплиц с объёмом продаж не более 1000 ден. ед.:

$$p^* = \frac{m}{n} = \frac{8+25}{110} = \frac{33}{110} = 0{,}3.$$

Пусть $(p^*-\varepsilon, p^*+\varepsilon)$ – интервал, в который с вероятностью 0,97 попадает доля $p^* = 0{,}3$.

Значение ε определяется по формуле:

$$\varepsilon = t\sqrt{\frac{p^*(1-p^*)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}.$$

Т. к. γ = 0,97 = $P\{|p-p^*|<\varepsilon\} = 2$ Ф(t), то

$$\Phi(t) = 0{,}97 / 2 = 0.485.$$

По таблице находим t = 2,17.

Тогда

$$\varepsilon = 2{,}17\cdot\sqrt{\frac{33}{110}\left(1-\frac{33}{110}\right)\cdot\frac{1}{110}\left(1-\frac{110}{2000}\right)} =$$

$$= 2{,}17\cdot 0{,}0425 = 0{,}0922.$$

Окончательно находим доверительные границы:

$$0{,}3-0{,}0922 < p < 0{,}3+0{,}0922;$$

$$0{,}2078 < p < 0{,}3922.$$

в) Объём выборки определяем по формуле:

$$n = \frac{p^*(1-p^*)}{\left(\frac{\varepsilon}{t}\right)^2 + \frac{p^*(1-p^*)}{N}},$$

где $\varepsilon = 0{,}095$ (см. п. *б*), т. к. по условию задачи границы те же).

Для доверительной вероятности $2\Phi(t) = 0{,}999$ находим по таблице значение аргумента $t = 3{,}3$.

Имеем

$$n = \frac{0{,}3\cdot 0{,}7}{\left(\frac{0{,}0922}{3{,}3}\right)^2 + \frac{0{,}3\cdot 0{,}7}{2000}} = 237{,}2615.$$

Окончательно $n = 237$.

Список литературы

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Математическая статистика: учебное пособие // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2 – С. 122-123.

2. Булашкова М.Г., Ломакина А.Н., Чаузова Е.А., Зотова С.А. Роль математики в современном мире // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 45-45.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ. ПРОВЕДЕНИЕ АНАЛИЗА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ В ЭКОНОМИКЕ

Соловьева А.А., Коробкина А.В., Зотова С.А., Агишева Д.К., Светличная В.Б.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru

Каждый студент в процессе обучения сталкивается с вопросом: "А понадобится ли мне математический анализ в экономических приложениях в жизни?" Ответ да. Ведь с помощью знаний в этой области можно рассчитать прибыль компании, найти количество единиц продукции, которые необходимо продать, найти точку рыночного равновесия, а также объём выпуска, при котором прибыль производителя будет максимальной.

Прибегая к математическому анализу в экономических приложениях, производитель может найти средние издержки на производство единицы продукции, среднее приращение издержек, а также предельные издержки. Приведём пример.

У нас есть следующая функция издержек производства: $Y=50x - 0{,}05x^3$ (у.е.). Найти:

1) средние издержки на производство единицы продукции, если объём выпуска продукции $x_0 = 10$;

2) среднее приращение издержек, если объём выпуска продукции увеличится до x = 15;

3) предельные издержки.

Решение.

1) Найдём средние издержки:

$$y(x_o)/x_o = (50x-0{,}05x^3)/x = (50 - 0{,}05\cdot x^2)\Big|_{x=10} =$$

$$= 50 - 0{,}05\cdot 10^2 = 45 \text{ (у.е.)}.$$

2) Найдём среднее приращение издержек:

$$y(10) = (50x - 0{,}05x^3)\Big|_{x=10} = 50\cdot 10 - 0{,}05\cdot 10^3 = 450;$$

$$y(15) = (50x - 0{,}05x^3)\Big|_{x=10} = 50\cdot 15 - 0{,}05\cdot 15^3 = 581{,}25;$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(15)-y(10)}{15-10} = \frac{581{,}25-450}{15-10} =$$

$$= \frac{131{,}25}{5} = 26{,}25 \text{ (у.е.)}.$$

3) Найдём предельные издержки:

$y` = (50x - 0{,}05x^3)` = 50 - 0{,}15x^2 \Rightarrow$

$y`(10) = 35$ (у.е.);

$y`(15) = 16{,}25$ (у.е.).

Сравнивая результаты, делаем вывод, что чем больше объём дополнительной продукции производства, тем меньше требуется дополнительных затрат.

Данная задача по теме математический анализ в экономических приложениях наиболее заинтересовала нас, поэтому мы представили Вашему вниманию алгоритм её решения.

Для решения подобных задач используются основные теории дифференциального исчисления для экономических объектов. Перечислим их.

Теорема №1. Оптимальный для производителя уровень выпуска товара определяется равенством предельных издержек и предельного дохода.

Теорема №2. Оптимальный для производителя уровень экономического производства определяется равенством средних и предельных издержек.

Теорема №3. (Закон доходности): С увеличением производства объёма дополнительной продукции, полученной на каждую новую единицу ресурса, с некоторого момента уменьшается.

Теорема №4. (Закон полезности): С увеличением производства товара дополнительная полезность от каждой его новой единицы с некоторого момента уменьшается.

Список литературы

1. Лосева А.Ю., Агишева Д.К. Эластичность спроса // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 48-49.
2. Астапенко Е.Ю., Лисник А.Ф., Немцова Е.В., Агишева Д.К., Светличная В.Б. Функции издержек в экономике // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 189-189.
3. Булашкова М.Г., Ломакина А.Н., Чаузова Е.А., Зотова С.А. Роль математики в современном мире // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 45-45.

МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

Королева А.В., Сабинина А.С., Зотова С.А., Светличная В.Б., Матвеева Т.А.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru

Увеличение прибыли и минимизация издержек – основные проблемы для любой фирмы. Правильное и рациональное управление запасами поможет выбрать правильный размер одной партии товара для поставки таким образом, чтобы уменьшить годовые затраты и тем самым решить одну из проблем производства. В связи с этим, каждому экономисту важно знать, как правильно определить размер одной партии.

В этом случаи не обойтись без математики. Три основные модели помогу правильно определить ситуацию и при правильных математических вычислениях достичь желаемого результата.

Чтобы не ошибиться в выборе ситуации существует три модели: «Основная модель» (партия поступает на склад мгновенно, когда запас становится равным нулю), «Модель производственных поставок» (запас пополняется, когда возникает дефицит, при помощи производственной линии) и «Модель поставок со скидкой» (если размер партии достаточно велик, то товар может поставляться по льготной цене).

Обозначим основные величины:

1. Цена единицы товара – c (у.е.);
2. Интенсивность спроса товара в год – d (ед.);
3. Организационные издержки за одну партию товара – s (у.е.);
4. Издержки на хранение единицы запаса товара в год – h (у.е.);
5. Размер одной партии товара – q (ед.).

Рассмотрим на конкретном примере, какие математические действия требуются для расчёта партии товара.

Интенсивность равномерного спроса составляет 2 тыс.ед. товара в год. Товар поставляется с конвейера, производительность которого составляет 6 тыс. ед. в год. Организационные издержки равны 15 у.е., издержки на хранение – 2 у.е., цена ед. товара – 3 у.е. Чему равен оптимальный размер партии?

Из условия нам известна производительность конвейера, что говорит нам о модели производственных поставок. Эта модель требует следующих вычислений:

По условию: d = 2000, c = 3, h = 2, s = 15, p = 6000.

Найдём оптимальный размер партии:

$$C = cd + \frac{sd}{q} + \frac{(p-d)qh}{2p}.$$

$$C(q) = 3*2000 + \frac{15*2000}{q} + \frac{(6000-2000)*2q}{2*6000}.$$

$$q^* = \sqrt{\frac{2*6000*15*2000}{(6000-2000)*2}} = \sqrt{\frac{360000000}{8000}} =$$

$= \sqrt{45000}$=212 – оптимальный размер партии

Оптимальное число поставок за 1 год

$$n^* = d / q^* = 2000 / 212 = 9.$$

Продолжительность поставки

$$\tau^* = q^* / p = (212 / 6000) \times 365 = 13 \text{ дней}.$$

Продолжительность цикла изменения запаса

$$t^* = 365 / n^* = 365 / 9 = 41 \text{ дней}.$$

Прибегнув к несложным математическим вычислениям, мы смогли определить оптимальное количество размера партии и числа поставок.

Тем самым экономист, умеющий управлять запасами, сможет выбрать правильный вариант поставки и минимизировать годовые затраты фирмы.

Список литературы

1. Лосева А.Ю., Агишева Д.К. Эластичность спроса // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 48-49.
2. Булашкова М.Г., Ломакина А.Н., Чаузова Е.А., Зотова С.А. Роль математики в современном мире // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 45-45.
3. Стольникова Ю.С., Поливанова А.Е., Шошина В.О., Агишева Д.К., Зотова С.А. Функции спроса и предложения в экономике // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 200-201.
4. Астапенко Е.Ю., Лисник А.Ф., Немцова Е.В., Агишева Д.К., Светличная В.Б. Функции издержек в экономике // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 189-189.

ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О НОРМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВЫБОРКИ

Котин А.И., Агишева Д.К., Светличная В.Б.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru

При обследовании 2000 тепличных хозяйств было отобрано 110 теплиц. Распределение их по объёму совокупных ежегодных продаж (ден. ед.) приведено в таблице:

Объём совокупных ежегодных продаж, ден. ед.	менее 500	500-1000	1000-1500
Число теплиц	8	20	52

Объём совокупных ежегодных продаж, ден. ед.	1500-2000	2000-2500	Всего
Число теплиц	18	12	110

Используя критерий χ^2 Пирсона, при уровне значимости α = 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении случайной величины X – объёма совокупных ежегодных продаж.

По условию $N = 2000$, $n = 110$. Найдём середины интервалов.

$\tilde{x}_i$	250	750	1250	1750	2250	Всего
m_i	8	25	47	18	12	110

Найдём числовые характеристики выборки: