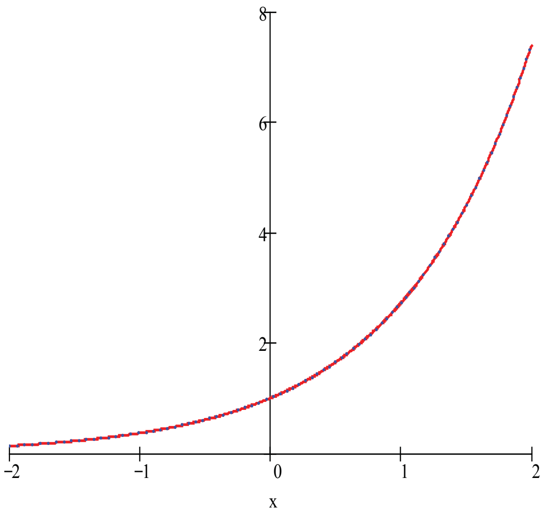
Как видно из вычислений при девяти слагаемых значения с точностью до третьего знака после запятой совпадают.

Найдём абсолютную ошибку:

$\lvert y(X) - G(X,9) \rvert$
281·10- 4
666·10- 5
459·10- 7
73·10-10
0
77·10-10
886·10- 7
637·10- 5
577·10- 4

Построим на одном чертеже графики y(x) и S(x,9).



Вывод: в данном случае предпочтительнее использовать ряд Тейлора с девятью слагаемыми.

Список литературы

1. Матвеева Т.А., Афонасенков О.В., Агишева Д.К. Функциональные ряды, ряды и интеграл Фурье // Международный журнал экспериментального образования. – 2010. – № 12. – С. 76-77.

2. Чеботков П.Е., Светличная В.Б. Представление функции различными рядами Фурье // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 55-56.

ПОСТРОЕНИЕ КУСОЧНО-КВАДРАТИЧНОЙ СПЛАЙН-ИНТЕРПОЛЯЦИИ

Матрохин С.А., Сергиенко В.В., Агишева Д. К., Матвеева Т. А.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, Россия, www.volpi.ru

Сплайны [1] имеют многочисленные применения, как в математической теории, так и в разнообразных вычислительных приложениях.

В частности, сплайны двух переменных интенсивно используются для задания поверхностей в различных системах компьютерного моделирования.

Сплайны двух аргументов называют бисплайнами (например, бикубический сплайн), которые являются двумерными сплайнами, моделирующими поверхности. Их часто путают с B-сплайнами (базисными сплайнами), которые являются одномерными и в линейной комбинации составляют кривые – каркас для «натягивания» поверхностей.

Также из базисных сплайнов возможно составить трёхмерную конструкцию для моделирования объёмных тел.

Рассмотрим алгоритм кусочно-квадратичной интерполяции.

Пусть в результате некоторого опыта получены экспериментальные данные, которые можно представить в виде таблицы (табл. 1).

Таблица 1

x	x_0	x_1	…	x_{i-1}	x_i	x_{i+1}	…	x_{n-2}	x_{n-1}
y	y_0	y_1	…	y_{i-1}	y_i	y_{i+1}	…	y_{n-2}	y_{n-1}

Точки x_0, x_1, …, x_{n-1} называются узлами интерполяции. Все точки принадлежат отрезку [a; b], где $a = x_0$, $b = x_{n-1}$.

Для удобства будем полагать, что узлы – равноотстоящие с шагом $h = \dfrac{b-a}{n}$, тогда

$$x_i = x_0 + i \cdot h,\ 1 \le i \le n-1.$$

Сплайном (англ. spline) называли гибкую металлическую линейку – универсальное лекало, которое использовали чертёжники для соединения точек на чертеже плавной кривой, то есть для графического исполнения интерполяции.

В вычислительной математике сплайном называется функция, которая вместе с производными непрерывна на всём заданном отрезке [a; b], но при этом на каждом частичном отрезке $[x_{i-1};\ x_i]$ в отдельности представляется в виде некоторого алгебраического многочлена.

Максимальная по всем частичным отрезкам степень многочленов называется степенью сплайна, а разность между степенью сплайна и порядком наивысшей непрерывной на [a,b] производной – дефектом сплайна.

Алгоритм кусочно-квадратичной интерполяции относительно прост и включает в себя два этапа:

1) нужно найти три узла, ближайших к узлу интерполяции;

2) вычислить значение интерполяционного многочлена второй степени.

Первый этап реализуется в зависимости от регулярного или нерегулярного расположения узлов интерполяции.

Не умаляя общности, можно предположить, что узлы интерполяции расположены произвольно. Тогда, поиск ближайших точек можно осуществить в виде цикла, в котором очередной узел интерполяции последовательно сравнивается с правыми границами отрезков интерполяции.

В том случае, когда выполняется условие $x \le x_k$, то для интерполяции выбираются (k-1)-й, k-й и (k+1)-й узлы.

Иначе k увеличивается на единицу.

Код программной реализации кусочно-квадратичной интерполяции сплайнами:

$$
\text{pinterp}(vx, vy, x) := \left|
\begin{array}{l}
n \leftarrow \text{last}(vx) \\
k \leftarrow 1 \\
\text{while } \left(x > vx_k\right) \wedge (k < n - 1) \\
\quad k \leftarrow k + 1 \\
A_0 \leftarrow vy_{k-1} \\
A_1 \leftarrow \dfrac{\left(vy_k - vy_{k-1}\right)}{\left(vx_k - vx_{k-1}\right)} \\
A_2 \leftarrow \dfrac{vy_{k+1}\cdot\left(vx_k - vx_{k-1}\right) + vy_{k-1}\cdot\left(vx_{k+1} - vx_k\right) - vy_k\cdot\left(vx_{k+1} - vx_{k-1}\right)}{\left(vx_{k+1} - vx_{k-1}\right)\cdot\left(vx_{k+1} - vx_k\right)\cdot\left(vx_k - vx_{k-1}\right)} \\
y \leftarrow A_0 + A_1\cdot\left(x - vx_{k-1}\right) + A_2\cdot\left(x - vx_{k-1}\right)\cdot\left(x - vx_k\right) \\
y
\end{array}
\right.
$$

Список литератураы

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%B9%D0%BD

2. Алешин И.Ю., Сычева А.В, Агишева Д.К., Матвеева Т.А. Интерполяция неизвестных функций кубическими сплайнами // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 188-189.

ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ ДЛЯ ОДНОЙ ВЫБОРКИ

Казарина Н.А., Петухова Я.А., Зотова С.А., Агишева Д.К.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru

Многие задаются вопросом: что такое статистическая гипотеза и зачем её нужно проверять? Статистическая гипотеза – это любое предположение о генеральной совокупности, проверяемое по выборке. Выдвигается основная (нулевая) гипотеза H_0 и проверяется, не противоречит ли она имеющимся эмпирическим данным. Конкурирующей (альтернативной) называют гипотезу H_1, которая противоречит нулевой, и которую принимают, если отвергнута основная гипотеза. В результате статистической проверки гипотезы могут быть допущены ошибки двух родов. Ошибка первого рода состоит в том, что будет отвергнута правильная гипотеза; вероятность совершить такую ошибку обозначают α и называют её уровнем значимости. Ошибка второго рода состоит в том, что будет принята неправильная гипотеза, вероятность которой обозначают β, а мощностью критерия является вероятность 1 – β.

Проверка статистических гипотез тесно связана с теорией оценивания параметров. В экономике для выяснения того или иного случайного факта часто гипотезам, которые можно проверить статистически, т. е. опираясь на результаты наблюдений в случайной выборке. Рассмотрим на примере.

Нужно проверить нулевую гипотезу о том, что значение $a_0 = 40$ является математическим ожиданием нормально распределенной случайной величины при пятипроцентном уровне значимости α для двусторонней и односторонней критических областей, если в результате обработки выборки объёма $n = 10$ получено выборочное среднее $\bar{x}_в = 38$, а несмещённое среднее квадратичное отклонение $s = 3,6$.

Т. к. σ^2 неизвестно, то статистика критерия вычисляется по формуле

$$T = \frac{\bar{x} - a_0}{s}\sqrt{n}\,.$$

1) Для двусторонней критической области имеем: H_0: $a = 40$, H_1: $a \neq 40$, $t_{кр} = 2,26$ (по таблице критических точек распределения Стьюдента $t_{кр} = t_{\alpha;\, n-1} = t_{0,05;\,9}$).

$$T_{набл} = \frac{38 - 40}{3,6}\cdot\sqrt{10} \approx -1,76.$$

Т.к. $|T_{набл}| < t_{кр}$, то принимаем основную гипотезу H_0.

2) Для левосторонней критической области: H_0: $a = 40$, H_1: $a < 40$, $t_{кр} = 1,83$.

Т.к. $T_{набл} > -t_{кр}$, то принимаем основную гипотезу гипотезу H_0.

3) Для правосторонней критической области: H_0: $a = 40$, H_1: $a > 40$, $t_{кр} = 1,83$.

Т.к. $T_{набл} < t_{кр}$, то принимаем основную гипотезу гипотезу H_0.

Можно сказать, что проверка статистических гипотез – необходимая методика, используемая для получения данных в математической статистике. Задача проверки статистических гипотез возникает в разных сферах человеческой деятельности, в том числе и в экономике. Она позволяет с единой точки зрения трактовать выдвигаемые практикой различные задачи математической статистики (оценка различия между средними значениями, проверка гипотезы постоянства дисперсии, проверка гипотезы независимости, проверка гипотез о распределениях и т. п.).

Список литературы

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Математическая статистика: учебное пособие // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2. – С. 122-123.

2. Булашкова М.Г., Ломакина А.Н., Чаузова Е.А., Зотова С.А. Роль математики в современном мире // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 45-45.

3. Макарчук Д.А., Шувалова Ю.И., Агишева Д.К., Зотова С.А., Светличная В.Б. Графическая обработка выборочной совокупности // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 194-195.

ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ ДЛЯ ДВУХ НЕЗАВИСИМЫХ ВЫБОРОК ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ ДИСПЕРСИЯХ

Сергеев Н. Е., Протопопов Н. А., Агишева Д. К., Светличная В. Б.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru

Гипотеза о равенстве средних при неизвестных дисперсиях требует вначале проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух выборок.