Рассмотрим задачу.

Реклама утверждает, что из двух типов пластиковых карт «Русфонд» и «Супер-экспресс» обеспеченные люди предпочитают первый. С целью проверки этого утверждения были обследованы среднемесячные платежи $n_1 = 16$ обладателей «Русфонда» и $n_2 = 11$ обладателей «Супер-экспресса». При этом выяснилось, что платежи по картам «Русский экспресс» составляют в среднем 563 долл. с исправленным средним квадратическим отклонением 178 долл., а по картам «Супер-экспресс» – в среднем 485 долл. с исправленным средним квадратическим отклонением 196 долл.

Предварительный анализ законов распределения месячных расходов, как среди обладателей карт «Русфонда», так и среди обладателей карт «Супер-экспресса» показал, что они достаточно хорошо описываются нормальным приближением.

Проверить утверждение рекламы на уровне значимости 10 %.

В этом случае следует проверить гипотезу о средних при неизвестных дисперсиях (объёмы выборок малы). Поэтому, прежде всего, необходимо проверить гипотезу о равенстве дисперсий. Имеем:

$$F = \frac{s_{\max}^2}{s_{\min}^2} = \frac{196^2}{178^2} = \frac{38416}{31684} = 1{,}21.$$

Из таблицы критических значений Фишера-Снедекора по уровню значимости $\alpha/2 = 0{,}05$ и числам степеней свободы $k_1 = n_{\max} - 1 = 10$ и $k_2 = n_{\min} - 1 = 15$ ($n_{\max}$ и $n_{\min}$ соответствуют $s_{\max}^2$ и $s_{\min}^2$) находим критическую точку $F_{кр} = 2{,}55$. Поскольку $1{,}21 < 2{,}55$, принимаем гипотезу о равенстве дисперсий двух выборок.

Теперь можно воспользоваться критерием Стьюдента для проверки гипотезы о равенстве средних. Имеем

$$s = \sqrt{\frac{s_x^2 \cdot (n_1 - 1) + s_y^2 \cdot (n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{38416 \cdot 10 + 31684 \cdot 15}{11 + 16 - 2}} = 185{,}4 \, .$$

Вычисление статистики критерия даёт зачение

$$T = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{563 - 485}{185{,}4\sqrt{\frac{1}{11} + \frac{1}{16}}} = 1{,}07.$$

По таблице критических точек распределения Стьюдента для односторонней области по уровню значимости $\alpha = 0{,}1$ и числу степеней свободы $16 + 11 - 2 = 25$ находим $t_{кр} = 1{,}32$.

Поскольку $T < t_{кр}$, то принимается основная гипотеза о равенстве средних. Таким образом, утверждение рекламы не подтверждается имеющимися данными. Значит нельзя утверждать, что обеспеченные люди предпочитают только первый вид пластиковых карт.

**Список литературы**

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Математическая статистика: учебное пособие // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2. – С. 122-123.

2. Булашкова М.Г., Ломакина А.Н., Чаузова Е.А., Зотова С.А. Роль математики в современном мире // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 45-45.

## ОШИБКИ ПРИНЯТИЯ ГИПОТЕЗЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Хрущев Д.Г., Силантьев А.В., Агишева Д.К., Зотова С.А.

*Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru*

Имея две гипотезы $H_0$ и $H_1$, необходимо на основе выборочных данных либо принять основную гипотезу $H_0$, либо конкурирующую $H_1$.

Правило, по которому принимается решение принять или отклонить гипотезу $H_0$ (или $H_1$), называется статистическим критерием (или просто критерием) проверки гипотезы $H_0$.

Статистикой (или тестом) критерия называют случайную величину τ, которая служит для проверки статистических гипотез.

Для каждого критерия имеются соответствующие таблицы, по которым и находят критическое значение, удовлетворяющее приведённым выше соотношениям.

Принцип принятия статистической гипотезы не даёт логического доказательства её верности или неверности. Принятие гипотезы $H_0$ в сравнении с альтернативной $H_1$ не означает, что мы уверены в абсолютной правильности $H_0$ или что высказанное в гипотезе $H_0$ утверждение является наилучшим, единственно подходящим; просто гипотеза $H_0$ не противоречит имеющимся у нас выборочным данным, таким же свойством наряду с $H_0$ могут обладать и другие гипотезы. Более того, возможно, что при увеличении объёма выборки $n$ или при испытании $H_0$ против другой альтернативной гипотезы $H_2$ гипотеза $H_0$ будет отвергнута.

Таким образом, принятие гипотезы $H_0$ следует расценивать не как раз и навсегда установленный, абсолютно верный содержащийся в ней факт, а лишь как достаточно правдоподобное, не противоречащее опыту утверждение.

Из представленной схемы следует, что при проверке гипотезы $H_0$ может быть принято неправильное решение, т.е. могут быть допущены ошибки двух видов:

| **ошибка I рода** | **ошибка II рода** |
|---|---|
| Отвергается основная (нулевая) гипотеза, хотя она верна. | Отвергается конкурирующая гипотеза, хотя она верна. |
| Вероятность ошибки $P(H_1 \| H_0) = \alpha$, α – ***уровень значимости критерия*** (обычно α = 0,05; 0,01; 0,005; 0,001). | Вероятность ошибки $P(H_0 \| H_1) = \beta$ (величина β, как правило, заранее неизвестна) |
| Вероятность принять верную (нулевую) гипотезу $P(H_0 \| H_0) = 1 - \alpha$. | Вероятность принять верную (конкурирующую) гипотезу $P(H_1 \| H_1) = 1 - \beta$, (1 – β ) – ***мощность критерия***. |

Последствия ошибок 1-го и 2-го рода могут быть абсолютно различными: в одних случаях надо минимизировать α, а в другом – β. Так, применительно к радиолокации говорят, что α – вероятность пропустить сигнал, β – вероятность ложной тревоги; применительно к производству, к торговле можно сказать, что α – риск поставщика (т. е. забраковка по всей партии изделий, удовлетворяющих стандарту), β – риск потребителя (т.е. приём по выборке всей партии изделий, не удовлетворяющих стандарту); применительно к судебной системе, ошибка 1-го рода приводит к оправданию виновного, ошибка 2-го – осуждение невиновного.

Следует отметить, что одновременное уменьшение ошибок 1-го и 2-го рода возможно лишь при увеличении объёма выборок. Поэтому обычно при заданном уровне значимости α отыскивается критерий с наибольшей мощностью.

**Список литературы**

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Математическая статистика: учебное пособие // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2. – С. 122-123.

2. Булашкова М.Г., Ломакина А.Н., Чаузова Е.А., Зотова С.А. Роль математики в современном мире // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 45-45.

## АППАРАТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ

Чикризова Е.В., Черская М.Э., Зотова С.А., Агишева Д.К., Светличная В.Б.

*Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru*

На сегодняшний день одним из важнейших навыков для любого специалиста является умение решать дифференциальные уравнения. Необходимость в решении дифференциальных уравнений возникает во многих прикладных задачах. В своей статье мы рассмотрим применение теории дифференциальных уравнений в непрерывных моделях экономики. Такие модели достаточно эффективны при исследовании эволюции экономических систем на длительных интервалах времени; они являются предметом исследования экономической динамики.

При решении дифференциальных уравнений первого порядка можно пользоваться моделями: модель естественного роста выпуска; динамическая модель Кейнса; неоклассическая модель роста.

Рассмотрим более подробно динамическую модель Кейнса.

Пусть Y(t), E(t), S(t), I(t) – соответственно национальный доход, государственные расходы, потребление инвестиции. Все эти величины рассматриваются как функции времени t. Тогда справедливы следующие соотношения:

$$\begin{cases} Y(t) = S(t) + I(t) + E(t), \\ S(t) = a(t)Y(t) + b(t), \\ I(t) = k(t)Y'(t), \end{cases} \quad (1)$$

где a(t) – коэффициент склонности к потреблению; b(t) – автономное потребление; k(t) – норма акселерации.

Сумма всех расходов должна быть равной национальному доходу – этот баланс отражен в первом уравнении системы (1). Общее потребление состоит из внутреннего потребления некоторой части национального дохода в народном хозяйстве плюс конечное потребление – эти составляющие показаны во втором уравнении системы (1). Размер инвестиций не может быть произвольным: он определяется произведением нормы акселерации, величина которой характеризуется уровнем технологии и инфраструктуры данного государства, на предельный национальный доход.

Требуется найти динамику национального дохода или Y как функцию времени t.

Подставим выражения для S(t) из второго уравнения и I(t) из третьего уравнения в первое уравнение. После приведения подобных, получаем линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка для функции Y(t):

$$Y' = \frac{1-a(t)}{k(t)}Y - \frac{b(t)+E(t)}{k(t)}. \quad (2)$$

Примем основные параметры задачи a, b, k за постоянные числа. Тогда уравнение (2) упрощается до случая линейного дифференциального уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами:

$$Y' = \frac{1-a}{k}Y - \frac{b+E}{k}. \quad (3)$$

В качестве частного решения уравнения (3) возьмём равновесное решение,

когда Y'=0, т.е. $Y_p = \frac{b+E}{1-a}$.

Общее решение однородного уравнения дается формулой

$$\tilde{y} = C\,exp\left(\frac{1-a}{k}t\right),$$

так что общее решение уравнения (3) имеет вид:

$$Y(t) = \frac{b+E}{1-a} + Ce^{\frac{1-a}{k}t}.$$

**Список литературы**

1. Светличная В.Б., Мальцев А.В., Рубцов А.А. Поиск общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по известным частным решениям // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 199-200.

2. Светличная В.Б., Матюнина Е.В. Разные способы решения линейного дифференциального уравнения // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 195-196.

3. Стольникова Ю.С., Поливанова А.Е., Шошина В.О., Агишева Д.К., Зотова С.А. Функции спроса и предложения в экономике // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 200-201.

4. Любимова О.В., Самодьянова А.С., Матвеева Т.А. Решение дифференциальных уравнений с импульсной правой частью // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 49-49.

## ЭЛАСТИЧНОСТЬ ФУНКЦИИ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭКОНОМИКЕ

Яшина Ю.Е., Карнавская Н.В., Чехута В.А., Зотова С.А., Матвеева Т.А.

*Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru*

Данная статья посвящена практической части математического анализа, в ней мы рассмотрим эластичность функции и её применение в экономике.

Для исследования экономических процессов часто используется понятие эластичности функции, тесно связанное с дифференцированием.

Эластичностью функции $E_x(y)$ называется предел отношения относительного приращения функции $y$ к относительному приращению переменной $x$ при $\Delta x \to 0$ :

$$E_x(y) = \lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{\Delta x}{x} : \frac{\Delta y}{y}\right) = \lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \circ \frac{x}{y}\right) =$$

$$= \frac{x}{y}\lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = \frac{y'}{y/x} = \frac{f'(x)}{f(x)/x} = \frac{Mf}{Af},$$

где Mf = f'(x) – предельная величина, равная производной от суммарной величины по независимой переменной;

Af = f(x)/x – средняя величина, равная отношению суммарной величины к независимой переменной.

Эластичность может быть использована, например, при анализе спроса и предложения по цене, себестоимости продукции по выпуску и т. д.

Выручка продавца (расходы покупателя) товара тесно связаны с эластичностью спроса на него. Выручка продавца рассчитывается по формуле R=pq, где q – количество проданного товара, p – цена единицы товара. Эластичность выручки по цене определяется соотношением