Следует отметить, что одновременное уменьшение ошибок 1-го и 2-го рода возможно лишь при увеличении объёма выборок. Поэтому обычно при заданном уровне значимости α отыскивается критерий с наибольшей мощностью.

Список литературы

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Математическая статистика: учебное пособие // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2. – С. 122-123.

2. Булашкова М.Г., Ломакина А.Н., Чаузова Е.А., Зотова С.А. Роль математики в современном мире // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 45-45.

АППАРАТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ

Чикризова Е.В., Черская М.Э., Зотова С.А., Агишева Д.К., Светличная В.Б.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru

На сегодняшний день одним из важнейших навыков для любого специалиста является умение решать дифференциальные уравнения. Необходимость в решении дифференциальных уравнений возникает во многих прикладных задачах. В своей статье мы рассмотрим применение теории дифференциальных уравнений в непрерывных моделях экономики. Такие модели достаточно эффективны при исследовании эволюции экономических систем на длительных интервалах времени; они являются предметом исследования экономической динамики.

При решении дифференциальных уравнений первого порядка можно пользоваться моделями: модель естественного роста выпуска; динамическая модель Кейнса; неоклассическая модель роста.

Рассмотрим более подробно динамическую модель Кейнса.

Пусть Y(t), E(t), S(t), I(t) – соответственно национальный доход, государственные расходы, потребление инвестиции. Все эти величины рассматриваются как функции времени t. Тогда справедливы следующие соотношения:

$$\begin{cases} Y(t) = S(t) + I(t) + E(t), \\ S(t) = a(t)Y(t) + b(t), \\ I(t) = k(t)Y'(t), \end{cases} \quad (1)$$

где a(t) – коэффициент склонности к потреблению; b(t) – автономное потребление; k(t) – норма акселерации.

Сумма всех расходов должна быть равной национальному доходу – этот баланс отражен в первом уравнении системы (1). Общее потребление состоит из внутреннего потребления некоторой части национального дохода в народном хозяйстве плюс конечное потребление – эти составляющие показаны во втором уравнении системы (1). Размер инвестиций не может быть произвольным: он определяется произведением нормы акселерации, величина которой характеризуется уровнем технологии и инфраструктуры данного государства, на предельный национальный доход.

Требуется найти динамику национального дохода или Y как функцию времени t.

Подставим выражения для S(t) из второго уравнения и I(t) из третьего уравнения в первое уравнение. После приведения подобных, получаем линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка для функции Y(t):

$$Y' = \frac{1-a(t)}{k(t)}Y - \frac{b(t)+E(t)}{k(t)}. \quad (2)$$

Примем основные параметры задачи a, b, k за постоянные числа. Тогда уравнение (2) упрощается до случая линейного дифференциального уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами:

$$Y' = \frac{1-a}{k}Y - \frac{b+E}{k}. \quad (3)$$

В качестве частного решения уравнения (3) возьмём равновесное решение,

когда Y'=0, т.е. $Y_p = \frac{b+E}{1-a}$.

Общее решение однородного уравнения дается формулой

$$\tilde{y} = C\exp\left(\frac{1-a}{k}t\right),$$

так что общее решение уравнения (3) имеет вид:

$$Y(t) = \frac{b+E}{1-a} + Ce^{\frac{1-a}{k}t}.$$

Список литературы

1. Светличная В.Б., Мальцев А.В., Рубцов А.А. Поиск общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по известным частным решениям // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 199-200.

2. Светличная В.Б., Матюнина Е.В. Разные способы решения линейного дифференциального уравнения // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 195-196.

3. Стольникова Ю.С., Поливанова А.Е., Шошина В.О., Агишева Д.К., Зотова С.А. Функции спроса и предложения в экономике // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 200-201.

4. Любимова О.В., Самодьянова А.С., Матвеева Т.А. Решение дифференциальных уравнений с импульсной правой частью // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 49-49.

ЭЛАСТИЧНОСТЬ ФУНКЦИИ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭКОНОМИКЕ

Яшина Ю.Е., Карнавская Н.В., Чехута В.А., Зотова С.А., Матвеева Т.А.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru

Данная статья посвящена практической части математического анализа, в ней мы рассмотрим эластичность функции и её применение в экономике.

Для исследования экономических процессов часто используется понятие эластичности функции, тесно связанное с дифференцированием.

Эластичностью функции $E_x(y)$ называется предел отношения относительного приращения функции *y* к относительному приращению переменной *x* при $\Delta x \to 0$:

$$E_x(y) = \lim_{\Delta x\to 0}\left(\frac{\Delta x}{x} : \frac{\Delta y}{y}\right) = \lim_{\Delta x\to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \circ \frac{x}{y}\right) =$$

$$= \frac{x}{y}\lim_{\Delta x\to 0}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = \frac{y'}{y/x} = \frac{f'(x)}{f(x)/x} = \frac{Mf}{Af},$$

где Mf = f'(x) – предельная величина, равная производной от суммарной величины по независимой переменной;

Af = f(x)/x – средняя величина, равная отношению суммарной величины к независимой переменной.

Эластичность может быть использована, например, при анализе спроса и предложения по цене, себестоимости продукции по выпуску и т. д.

Выручка продавца (расходы покупателя) товара тесно связаны с эластичностью спроса на него. Выручка продавца рассчитывается по формуле R=pq, где q – количество проданного товара, p – цена единицы товара. Эластичность выручки по цене определяется соотношением

$$E_p(R)=E_p(pq)=\frac{(pq)'_p\circ p}{pq}=\frac{qp'_p+pq'_p}{q}=$$

$$=1+E_p(q)=1-|E_p(q)|$$

Здесь $E(q)=-|E_p(q)|$, так как производная спроса по цене всегда отрицательна, т.е. $q'_p<0$. Из полученной формулы следует, что эластичность выручки по цене положительна для товаров, спрос на которые неэластичен $(|E_p(q)|<1)$. В этом случае выручка по цене будет положительной при незначительном изменении цены на такой товар, т. е.

$$E_p(R)=R'_p\frac{p}{R}>0\ .$$

Отсюда находим $R'_p>0$, так как p > 0 и R > 0 по условию задачи. Значит, функция R(p) будет возрастающей. Поэтому при увеличении цены на рассматриваемый товар продавец получит большую выручку, а при уменьшении – меньшую.

Аналогично находим, что для товаров, спрос на которые эластичен $(|E_p(q)|>1)$, производная от выручки по цене отрицательна, т. е. $R'_p<0$. Отсюда следует, что при уменьшении цены на товар продавец получит большую выручку, а при увеличении – меньшую. Увеличение выручки при уменьшении цены на товар при эластичном спросе связано с тем, что за счет увеличения спроса количество проданного товара увеличится так, что произведение цены на количество проданного товара (pq) увеличится.

Список литературы

1. Лосева А.Ю., Агишева Д.К. Эластичность спроса // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 48-49.
2. Булашкова М.Г., Ломакина А.Н., Чаузова Е.А., Зотова С.А. Роль математики в современном мире // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 45-45.
3. Стольникова Ю.С., Поливанова А.Е., Шошина В.О., Агишева Д.К., Зотова С.А. Функции спроса и предложения в экономике // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 200-201.
4. Астапенко Е.Ю., Лисник А.Ф., Немцова Е.В., Агишева Д.К., Светличная В.Б. Функции издержек в экономике // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 189-189.

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ. ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ И АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ НАЙДЕННОГО ОПТИМУМА

Карнавская Н.В., Яшина Ю.Е., Чехута В.А., Зотова С.А., Матвеева Т.А.

Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: www.volpi.ru

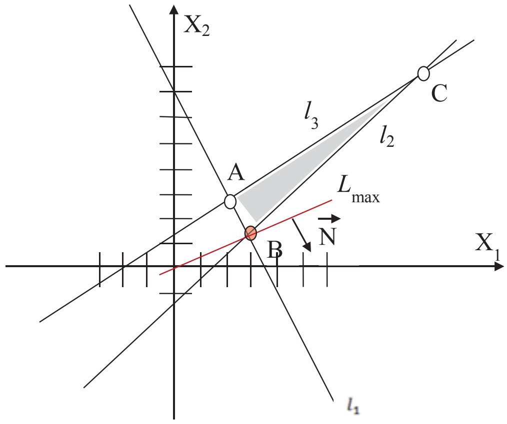
Каждый студент задаётся вопросом: "Для чего нужно линейное программирование?" Рассмотрим значимость линейного программирования с точки зрения производства и предпринимательства.

Используя методы графического решения линейного программирования, производитель может найти оптимальный производственный план, при котором будет достигаться максимум прибыли при минимуме издержек, а также проследить за тем, как будет изменяться прибыль при изменении величины ресурсов. Приведём следующий пример.

Дана функция: $L(X)=X_1-2*X_2\rightarrow max$, с ограничениями:

$$\begin{cases}5*X_1+3*X_2\geq 30\\ X_1-X_2\leq 3\\ -3*X_1+5*X_2\leq 15\end{cases}$$

Проанализируем функцию на устойчивость. График нашей функции будет выглядеть следующим образом:



Интересующая нас область является фигурой ABC.

После изменения коэффициентов целевой функции и анализа изменений констант в правой части неравенств ограничений мы получим стоимость ресурсов, которая выглядит следующим образом:

Стоимость ресурсов		
Дефицитные ресурсы		*Недефицитные ресурсы*
b_1	b_2	b_3
Интервал устойчивости		
[0;111]	[-30/17;6]	[-5,25;50]
Оптимальное значение целевой функции		
$L_{max}\in[-9;0]$	$L_{max}\in[-\frac{225}{34};6]$	$L_{max}\in[-20;1,125]$
Мера устойчивости (условная стоимость)		
$y_1=9/111$	$y_2=143/88$	$y_3=0$

В итоге, мы получаем максимальное значение $L_{max}=1,125$, достигающееся при величинах $X_1=39/8$ и $X_2=15/8$. Интервалы устойчивости активных запасов:

$$b_1\in[0;111];\ L_{max}\in[-9;0],$$

$$b_2\in[-30/17;6);\ L_{max}\in[-\frac{225}{34};6]\ .$$

Для пассивных запасов:

$$b_3\in[-5,25;50]L_{max}\in[-20;1,125]\ .$$

Стоимость ресурсов:

$$y_1=9/111;\ y_2=143/88;\ y_3=0.$$

С учётом проведения анализа устойчивости, производитель будет производить продукцию на основании полученного плана, что, несомненно, будет положительно сказываться на его ведении дел.

Список литературы

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Линейное программирование: учебное пособие // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 9. – С. 61-62.
2. Мягков М.М., Гафуров Т.Д., Агишева Д.К. Анализ использования ресурсов в оптимальном плане // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 4. – С. 51-51.
3. Городжий А.В., Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А. Линейное программирование. Проведение анализа устойчивости найдённых оптимальных оценок // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 189-190.