

$X_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \dots + a_{in}x_n$   
 Теперь, с помощью модели В.В.Леонтьева, на конкретном примере торговли трех стран найдем их бюджет, зная что сумма бюджетов равна 55000. Для этого:  
 1) Составим структурную матрицу торговли  
 $A =$   
 2) Находим ранг системы  
 .....  
 $n \times n$   
 $X_1 \ X_2 \ X_3 \ \dots \ X_n$

Ранг системы равен трем  
 3) Решаем уравнение, имеющее вид:  
 $=$   
 Ранг системы равен трем, следовательно одна из неизвестных является свободной переменной. Решаем систему методом Гаусса получаем:  
 $X_1 = c$   
 3  
 2  
 ;  $X_2 = c$   
 5  
 6  
 ;  $X_3 = c$   
 5  
 4 ;  $X_4 = c$   
 4) Подставляем получившиеся значения в сумму бюджетов и находим величину  $c$ :  $c = 1500$ , отсюда получаем искомые бюджеты четырех стран.  
 $X_1 = 1000$ ;  $X_2 = 18000$ ;  $X_3 = 12000$ ;  $X_4 = 15000$   
 Итак, модель межотраслевого баланса, которая была применена к международной торговле имеет множество положительных сторон: она позволяет вычислить место и вас каждой страны в международной торговле, позвоняет найти пути подъема не только экономики отдельной страны, но и мировой экономики в целом.

**Список литературы**

1. Экономико-математические методы и модели: учебное пособие / кол.авторов Р.И. Горбунов, М.В. Курганова, С.И. Севастьянова, А.П. Сизиков, Л.И. Уфимцева, В.И. Фомин, Б.П. Чупрынов, Т.Н. Черкасова; под ред. С.И. Макарова. 2-е изд., перераб.и доп. М.: КНОРУС, 2009. 204 с.  
 2. Мищенко М.В., Уфимцева Л.И. Математическое моделирование в курсе оптимальных решений // Материалы международной научно-практической конференции.

**ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ**

Тюрнина А.Э., Уфимцева Л.И.

Самарский государственный экономический университет, Самара, Россия, [aleksan-shestakova@yandex.ru](mailto:aleksan-shestakova@yandex.ru)

Математика и Экономика – это самостоятельные области знаний, однако находящиеся в тесной взаимосвязи друг с другом. Их взаимодействие основано на исследовании экономических процессов и явлений с помощью построения математических моделей или, по-другому, упрощенных формальных описаний экономических систем.

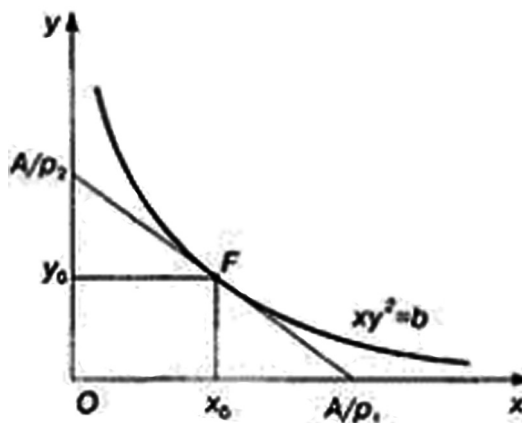
Использование математических методов позволяет достигнуть более полного изучения влияния отдельных факторов на общие экономические показатели деятельности организаций, уменьшить сроки осуществления анализа, повысить точность осуществле-

ния экономических расчетов, решить многомерные аналитические задачи

Одним из таких методов являются нахождение точек локального экстремума функции.

Пусть функция выпуска имеет вид  $u = a_0xy^2$ , а функция затрат на ресурсы  $x$  и  $y$  линейна, т.е.  $u = P_1x + P_2y$ , где  $P_1$  и  $P_2$  – соответствующие цены на эти факторы. В точке оптимального распределения ресурсов  $F(x_0, y_0)$  линии функций выпуска и затрат касаются (рисунок). На графике они определяются уравнениями:

$$a_0xy^2 = C, P_1x + P_2y = A \text{ или } y = (P_1/P_2)x + A/P_2, \text{ где } C > 0$$



$A >$  – постоянные числа,  $a, b = C/a_0$ .  
 График функции выпуска

Найдем координаты точки из уравнения:

$$\left[ \left( \frac{b}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right]_{x_0} = - \frac{P_1}{P_2} \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{b}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \left( - \frac{b}{x^2} \right) \right]_{x_0} = - \frac{P_1}{P_2}$$

$$x_0 = b^{\frac{1}{3}} \left[ \frac{P_2}{(2P_1)} \right]^{\frac{2}{3}}; y_0 = \left( \frac{b}{x_0} \right)^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{1}{3}} \left( \frac{2P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Отсюда получим, что оптимальное распределение ресурсов должно быть произведено в отношении  $P_2 : 2P_1$ .

**Список литературы**

1. Горбунова Р.И., Курганова М.В., Макаров С.И., Мищенко М.В., Нуйкина Е.Ю., Севастьянова С.А., Семенова М.М., Сергеева Л.В., Уфимцева Л.И., Фомин В.И., Черкасова Т.Н., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов. Задачник. Учеб.-практ. пособие / Под ред. Макарова С.И., Мищенко М.В. М.: КНОРУС, 2008. 360 с.  
 2. Горбунова Р.И., Курганова М.В., Макаров С.И., Мищенко М.В., Нуйкина Е.Ю., Севастьянова С.А., Сизиков А.П., Уфимцева Л.И., Фомин В.И., Чупрынов Б.П., Черкасова Т.Н. Экономико-математические методы и модели. Задачник. Учеб.-практ. пособие / Под ред. Макарова С.И., Севастьяновой С.А. М.: КНОРУС, 2009. 208 с.

**ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ (ЗАДАЧА КАНТОРОВИЧА)**

Шестакова А.А., Забродова О.С.

Самарский государственный экономический университет, Самара, Россия, [aleksan-shestakova@yandex.ru](mailto:aleksan-shestakova@yandex.ru)

В современное время большинство экономико-математических задач направлены на нахождение наилучшего решения в сфере производства. Большой вклад в теорию оптимального распределения ресурсов сделал российский ученый Леонид Витальевич Канторович. В 1938 г. сотрудники Центральной лаборатории Ленинградского фанерно-

го треста попросили Канторовича порекомендовать им численный метод для расчета рационального плана загрузки имеющегося оборудования. Для решения поставленной задачи он разработал метод линейного программирования (впервые затронут в брошюре «Математические методы организации и планирования производства» 1939 г.). Независимо от Леонида Витальевича к подобному методу пришел американский ученый голландского происхождения Т. Ч. Купманс. Рассмотрим решение экономической задачи, аналогичной задаче Канторовича. Предприятие выпускает пиломатериалы и фанеру. Для их изготовления используются еловые и пихтовые лесоматериалы на единицу продукции. Доход от реализации и запасы сырья даны в таблице.

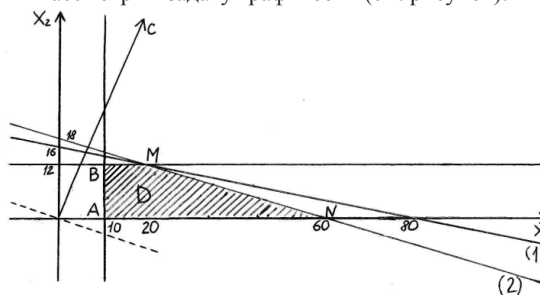
лесоматериалы	расход лесоматериалов на единицу продукции		Запасы сырья
	пиломатериалы	фанера	
еловые	1	5	80
пихтовые	3	10	180
количество продукции	$\geq 10$	$\geq 2$	
доход от единицы продукции	16	60	

Составим план выпуска пиломатериалов и фанеры, который приносит наибольшую прибыль: Пусть план выпуска  $x_1$  – пиломатериалов,  $x_2$  – фанеры. Тогда прибыль составит:  $Z(x) = 16x_1 + 60x_2 - \max$ .

Ограничения составим по запасам сырья:

$$\begin{cases} x + 5x_2 \leq 80; \\ 3x + 10x_2 \leq 180; \\ x \geq 10; \\ x_2 \geq 12. \end{cases}$$

Рассмотрим задачу графически (см. рисунок):



Рисунок

$D$ -область решений системы ограничений;  $\vec{c} = \text{grad} = (16; 60)$ ; линии уровня  $Z(x) = c$  проходят перпендикулярно вектору  $\vec{c}$  и на этих прямых значение прибыли равно. При перемещении линии уровня по направлению вектора  $\vec{c}$  значение прибыли увеличивается и наибольшее значение будет в точке  $M(20; 12)$  – точке пересечения 1-ой и 2-ой прямых. Итак, прибыль максимальна при производстве 20 м<sup>3</sup> пиломатериала и 1200 м<sup>3</sup> фанеры. При рассмотрении двух продуктов метод прост и легко может быть представлен в виде графика. Но он применим и для решения задач более высоких порядков, подразумевающих рассмотрение трех или более продуктов. В этих случаях мы не можем использовать графическое решение, но Канторович разработал алгоритмическое, при помощи которого решения могут быть получены путем последовательного приближения – симплекс-метод. Подобные задачи можно решить симплекс-методом с помощью компьютерных программ.

#### Список литературы

1. Нобелевские лауреаты XX века. Автор - Л.Л. Васина, 2001 г.
2. Экономико-математические методы и модели. Задачник. Авторы: Р.И. Горбунова, М.В. Курганова, С.И. Макаров, М.В. Мищенко, Е.Ю. Нуйкина, С.А. Севостьянова, А.П. Сизиков, Фомиц, Л.И. Уфимцева, Б.П. Чупрынов, Т.Н. Черкасова, 2008 г.