

УДК 621.313.5/.8, 621.3.01:537

## МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

Иванова А. Г., Самодуров И. Н., Мартемьянов В. М.

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

634050, г. Томск, пр. Ленина, 30

e-mail: ivanovatonya@tpu.ru

В настоящей работе рассмотрен характер распределения индукции магнитного поля прямоугольного проводника с током, представляющего собой часть ленточной намотки моментного двигателя. Исследования проведены с целью выявления влияния магнитного поля прямоугольного проводника с током на основной магнитный поток двигателя. Аналитически получено выражение для индукции магнитного поля прямоугольного проводника с током, позволяющее построить ее графическую зависимость вдоль ширины проводника. Приведены результаты аналогичных исследований численными методами с использованием программного продукта конечноэлементного моделирования COMSOL Multiphysics. Проведен анализ полученных результатов. Рассчитанные значения индукции магнитного поля прямоугольного проводника с током показывают, что в ряде случаев влияние магнитного потока, вызванного током в проводнике, может изменить ожидаемые расчетные эксплуатационные характеристики двигателя.

**Ключевые слова:** магнитная индукция, прямоугольный проводник с током, моментный двигатель, аналитические исследования, численные методы исследования, COMSOL Multiphysics

## MAGNETIC FIELD OF RECTANGULAR CONDUCTOR WITH CURRENT

Antonina G. Ivanova, Ivan N. Samodurov, Vladimir M. Martemyanov

Tomsk Polytechnic University, 30 Lenina Avenue, Tomsk, 634050

e-mail: ivanovatonya@tpu.ru

In this work the character of the rectangular conductor with current magnetic flux density distribution was considered. The rectangular conductor represents the part of tape winding torque motor. The main aim of the research is the determination of the rectangular conductor magnetic field effect on the main magnetic flux of the motor. The expression for the magnetic flux density of rectangular conductor with current was obtained analytically. This expression allows to build a graph of magnetic flux density along the conductor width. The results of similar research by numerical methods using finite element simulation software COMSOL Multiphysics were taken. The calculated values of the rectangular conductor with current magnetic flux density show that in some cases the effect of the magnetic flux caused by the current in the conductor can change the field-performance data of the motor.

**Key words:** magnetic flux density, rectangular conductor with current, torque motor, analytical research, numerical simulation, COMSOL Multiphysics

В ряде случаев, при решении практических задач, требуется знание величины индукции магнитного потока, создаваемого электрическим током при его протекании через проводник прямоугольного сечения [1, 2]. В частности, такая задача появляется при оценке изменения магнитного потока цепи постоянного магнита, в воздушном зазоре которой размещен немагнитный проводник с током. Решение такой задачи является первым этапом в определении "реакции якоря" моментного двигателя с активным элементом в виде ленточной намотки [3].

Рассмотрим поперечное сечение проводника в системе координат  $XOY$  (рисунок 1). Ширина проводника  $b$ , его толщина  $\Delta$ , длина проводника  $L \gg b, \Delta$ . По проводнику протекает постоянный ток  $J$  с соответствующей плотностью  $j(x, y)$ . Разобьем поперечное сечение проводника на бесконечно большое число нитей тока сечением  $dS = dx \cdot dy$ . Положение

элементарной площадки  $dS$  характеризуется текущими координатами  $x, y$ . Напряженность магнитного поля, создаваемая элементарной нитью тока в заданной точке  $M(x_0, y_0)$  определится выражениями

$$dH_x(x_0, y_0) = \frac{j(x, y)}{2\pi} \cdot \frac{(y_0 - y)}{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2} dx \cdot dy; \quad (1)$$

$$dH_y(x_0, y_0) = \frac{j(x, y)}{2\pi} \cdot \frac{(x_0 - x)}{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2} dx \cdot dy. \quad (2)$$

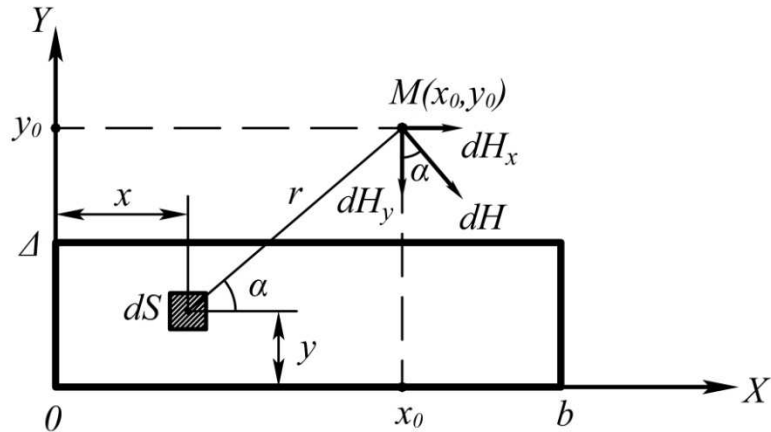


Рисунок 1 Поперечное сечение прямоугольного проводника с током

Указанные выражения получены из формул и соотношений, следующих из рисунка 1

$$H = \frac{J}{2\pi r},$$

$$r = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2},$$

$$\sin \alpha = \frac{(y_0 - y)}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2}}, \quad \cos \alpha = \frac{(x_0 - x)}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2}}.$$

Так как в моментном двигателе [4] основным является поток, направленный перпендикулярно ширине пластины  $b$ , направленной по оси  $X$ , то внимание в дальнейшем будем обращать на компоненту напряженности  $H_y(x_0, y_0)$ . В данной работе предполагаем, что плотность тока  $j(x, y)$  по всему сечению проводника одинакова  $j(x, y) = j = const$ . Нормальная к поверхности проводника компонента напряженности  $H_y(x_0, y_0)$  определяется двойным интегралом от выражения (2)

$$H_y(x_0, y_0) = \frac{j}{2\pi} \int_0^\Delta \int_0^b \frac{(x_0 - x)}{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2} dx \cdot dy. \quad (3)$$

Так как в дальнейших исследованиях предполагается учитывать, что плотность тока является функцией  $j(x)$ , первое интегрирование проводим по  $y$  в пределах от  $0$  до  $\Delta$ . Учитывая, что интеграл является табличным [5], получаем

$$H_y(x_0, y_0) = \frac{j}{2\pi} \int_0^b \left[ \arctg \left( \frac{2 \cdot y_0}{x_0 - x} \right) - \arctg \left( \frac{2(y_0 - \Delta)}{x_0 - x} \right) \right] dx. \quad (4)$$

Дальнейшее определение интеграла (4) проведено в программе MathCad. Для этого выражение (4) преобразовано к виду

$$H_y(x_0, y_0) = \frac{j}{2\pi} \int_0^b \operatorname{arctg} \left( \frac{2 \cdot \Delta (x_0 - x)}{(x_0 - x)^2 + 4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)} \right) dx = \int_0^b \operatorname{arctg} \left( \frac{a \cdot z}{z^2 + c} \right) dz. \quad (5)$$

В выражении (5) произведены следующие замены:  $a = 2 \cdot \Delta$ ;  $c = 4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)$ ;  $z = x_0 - x$ ;  $dx = -dz$ .

В результате вычислений интеграла (5) в программе MathCad получено выражение

$$H_y(x_0, y_0) = -\frac{j}{2\pi} \cdot \left[ \ln \left( c + \frac{a^2}{2} + 2 \cdot a \sqrt{\frac{a^2}{16} + \frac{c}{4} + z^2} \right) \cdot \left( \frac{a}{4} + \sqrt{\frac{a^2}{16} + \frac{c}{4}} \right) + z \cdot \tan^{-1} \left( \frac{a \cdot z}{z^2 + c} \right) + \right. \\ \left. + \ln \left( c + \frac{a^2}{2} - 2 \cdot a \sqrt{\frac{a^2}{16} + \frac{c}{4} + z^2} \right) \cdot \left( \frac{a}{4} - \sqrt{\frac{a^2}{16} + \frac{c}{4}} \right) \right] \Big|_0^b,$$

которое после замены переменных можно представить в виде

$$H_y(x_0, y_0) = -\frac{j}{2\pi} \left[ \ln \left( 4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta) + \frac{(2 \cdot \Delta)^2}{2} + 4 \cdot \Delta \sqrt{\frac{(2 \cdot \Delta)^2}{16} + \frac{4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)}{4} + (x_0 - b)^2} \right) \cdot \right. \\ \left( \frac{2 \cdot \Delta}{4} + \sqrt{\frac{(2 \cdot \Delta)^2}{16} + \frac{4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)}{4}} \right) + (x_0 - b) \cdot \tan^{-1} \left( \frac{2 \cdot \Delta (x_0 - b)}{(x_0 - b)^2 + 4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)} \right) + \ln \left( 4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta) + \frac{(2 \cdot \Delta)^2}{2} - 4 \cdot \right. \\ \left. \Delta \sqrt{\frac{(2 \cdot \Delta)^2}{16} + \frac{4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)}{4} + (x_0 - b)^2} \right) \cdot \left( \frac{2 \cdot \Delta}{4} - \sqrt{\frac{(2 \cdot \Delta)^2}{16} + \frac{4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)}{4}} \right) - \ln \left( 4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta) + \frac{(2 \cdot \Delta)^2}{2} + 4 \cdot \right. \\ \left. \Delta \sqrt{\frac{(2 \cdot \Delta)^2}{16} + \frac{4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)}{4} + x_0^2} \right) \cdot \left( \frac{2 \cdot \Delta}{4} + \sqrt{\frac{(2 \cdot \Delta)^2}{16} + \frac{4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)}{4}} \right) - x_0 \cdot \tan^{-1} \left( \frac{2 \cdot \Delta \cdot x_0}{x_0^2 + 4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)} \right) - \ln \left( 4 \cdot \right. \\ \left. y_0 (y_0 - \Delta) + \frac{(2 \cdot \Delta)^2}{2} - 4 \cdot \Delta \sqrt{\frac{(2 \cdot \Delta)^2}{16} + \frac{4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)}{4} + x_0^2} \right) \cdot \left( \frac{2 \cdot \Delta}{4} - \sqrt{\frac{(2 \cdot \Delta)^2}{16} + \frac{4 \cdot y_0 (y_0 - \Delta)}{4}} \right) \Big]. \quad (6)$$

После подстановки в полученное выражение значений  $b = 0.05$  м;  $\Delta = 0.005$  м;  $y_0 = 1.02 \cdot \Delta = 5.1 \cdot 10^{-3}$  м, учитывая ток, протекающий по проводнику  $J = 2500$  А и связь между напряженностью и индукцией в немагнитном пространстве  $B = \mu_0 \cdot H$ , получена графическая зависимость (рисунок 2), связывающая нормальную к поверхности проводника индукцию магнитного поля на удалении от упомянутой поверхности на  $0.1$  мм и координату, направленную вдоль ширины проводника.

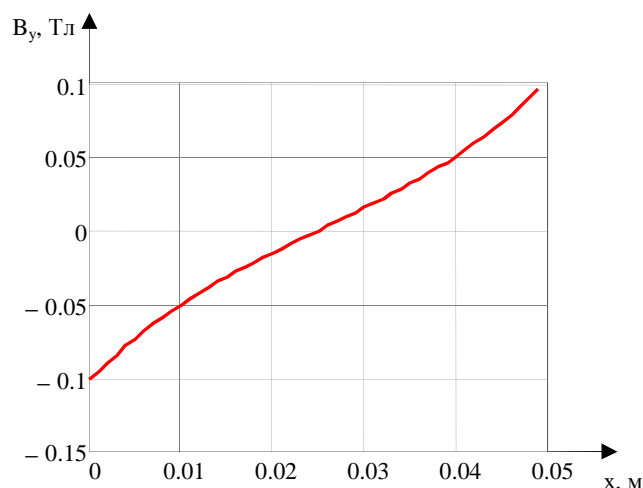


Рисунок 2 Аналитически полученная зависимость индукции магнитного потока вдоль ширины проводника

Аналогичные исследования были проведены с помощью программного продукта конечноэлементного моделирования COMSOL Multiphysics. Решение численными методами вышеупомянутой задачи при тех же самых исходных данных приведено на рисунке 3. При этом распределение индукции магнитного потока, направленной нормально к поверхности пластины вдоль ширины пластины показано на рисунке 4.

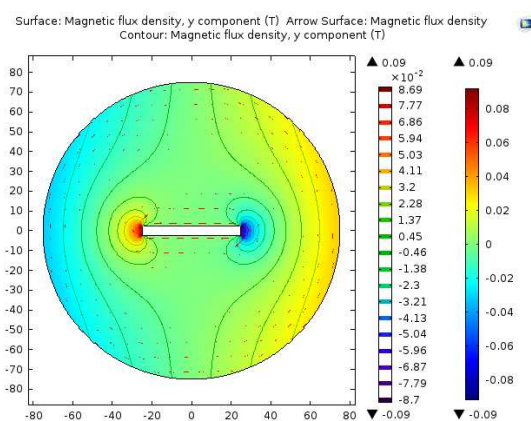


Рисунок 3 Решение задачи в среде COMSOL Multiphysics

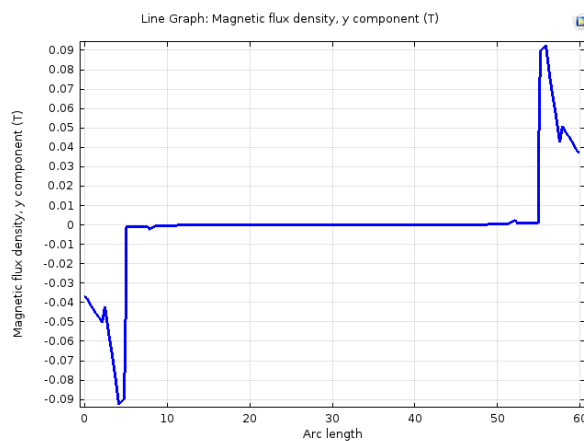


Рисунок 4 Индукция магнитного поля вдоль ширины пластины, полученная в COMSOL Multiphysics

Сравнивая результаты, отображенные на рисунках 2 и 4, можно отметить следующее:

- общая закономерность изменения индукции вдоль ширины проводника заключается в том, что максимумы индукции наблюдаются у боковых краев проводника, а минимальные значения индукции (смена знака) - в центре поверхности проводника;

- рассчитанные значения индукции (максимумы порядка 0.1 Тл) показывают, что в ряде случаев, когда индукция основного потока в зазоре (при отсутствии номинального тока в проводнике) находится в пределах 0.5 - 1.0 Тл, влияние магнитного потока, вызванного током в проводнике может изменить ожидаемые расчетные эксплуатационные характеристики двигателя.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-08-31068 мол\_а*

#### Список литературы:

1. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. - М: Наука, 1973. -228 с.
2. Иванова А.Г., Мартемьянов В.М. Активный элемент моментного двигателя // Контроль. Диагностика.-2011. специальный выпуск. С. 109-11
3. Иванова А.Г., Мартемьянов В.М., Плотникова И.В. Влияние геометрии пластины на силовую характеристику двигателя с активным пакетным элементом // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2013. № 4. С. 22-26.
4. Магнитное поле прямоугольного провода с током. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.ntmdt.ru/spm-basics/view/magnetic-field-rectangular-wire>. – Загл. с экрана.
5. Моментный двигатель: пат. 2441310 Рос. Федерация. № 2010135113/07; заявл. 20.08.10; опубл. 27.01.12, Бюл. № 3. – 6 с.