

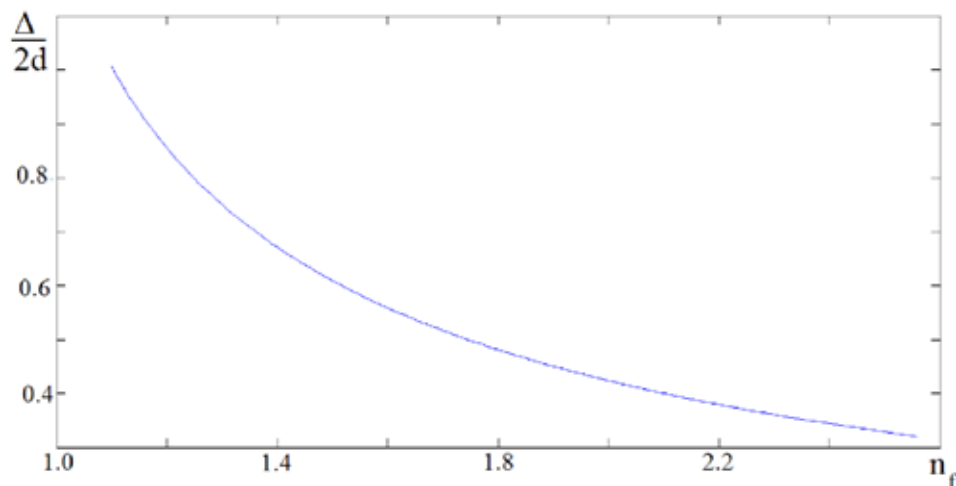


Рис. 3. Зависимость величины смещения от показателя преломления пленки

Таким образом, величина смещения зависит от угла θ ввода излучения в оптическое волокно, показателя преломления пленки n_f на поверхности оптоволоконного слоя ($\Delta \gg d$), что необходимо учитывать при разработке устройств оптоэлектроники. Представляет интерес рассмотреть в волоконных структурах особенности обратного эффекта Гуса – Хенхена [5] и эффекты влияния подвижности сред [6] на величину параметра смещения Δ .

Список литературы

1. Майер В.В. Полное внутреннее отражение света. – М.: ФМЛ. – 2007. – 112 с.
2. Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П. Дифракция и волновое распространение оптического излучения. – М.: Мир. – 1989. – 664 с.
3. Goos F., Hänchen H., Ann. Physik. 1947. – 436. – p. 333.
4. Bliokh K. Y., Aiello A. Goos-Hänchen and Imbert-Fedorov beam shifts: an overview // J. Opt. – 2013. – Vol. 15. – p. 014001.
5. Rui Y., Wenkan Zhu, Jingjing Li. Realization of «Trapped Rainbow» in 1D slab waveguide with Surface Dispersion Engineering. arXiv:1410.8196.v1. – 2014. – №10. – p.1-11.
6. Глушенко А.Г., Глушенко Е.П., Иванов В.В., Устинова Е.С. Интерференция волн в невязанных средах // В мире научных открытий. – 2012. – №1.1(25). – С. 98-112.

ВЛИЯНИЕ ДВИЖЕНИЯ СРЕД НА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННУЮ КАРТИНУ ДВУХ ИСТОЧНИКОВ

Шайдуллин С.Р., Лебедева М.И., Глушенко А.Г., Глушенко Е.П.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, e-mail: s.sh.66@mail.ru

При наложении когерентных волн с одинаковым направлением колебаний от двух или более источников наблюдается формирование в пространстве стационарного распределения переменной интенсивности, возникающей за счет перераспределения в пространстве их энергии, интерференция [1–3]. Движение среды существенно влияет на волновые процессы, что наиболее наглядно проявляется для упругих волн [3], поскольку скорость движения среды может быть сопоставима со скоростью распространения волн в среде [1–2]. Рассмотрим здесь влияние движения среды на интерференционную картину, создаваемую двумя когерентными источниками упругих волн s_1 и s_2 (рис. 1) в среде, характеризуемой скоростью распространения волн $\tilde{n}$. Направление движения со скоростью u среды совпадает с осью OX .

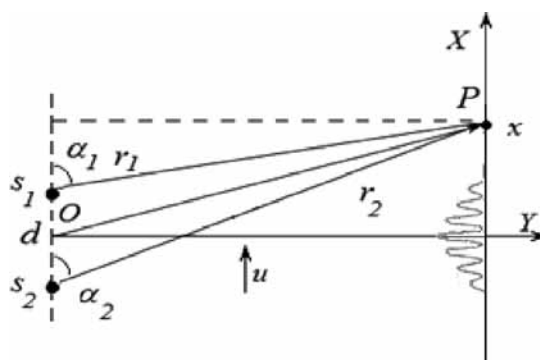


Рис. 1. Интерференция волн от двух источников в подвижной среде

Основные соотношения. В соответствии с принципом суперпозиции суммарное давление поле в точке P определяется суммой:

$$p = p_1(t) + p_2(t + \tau),$$

где $\tau = \frac{r_2}{v_2} - \frac{r_1}{v_1}$ – это время задержки волны, проходящей более длинный путь r_2 , от второго источника по сравнению с волной, распространяющейся по пути r_1 .

Скорости распространения для первой и второй волн от источников в направлении точки наблюдения P различаются: $v_1 = c + u \cos \alpha_1$ и $v_2 = c + u \cos \alpha_2$. Разность фаз этих двух волн, описывается формулой $\Delta\Phi = k_2 r_2 - k_1 r_1$, где волновые числа для первой волны

$$k_1 = \frac{\omega}{v_1} = \frac{\omega}{\tilde{n} + u \cos \alpha_1} = \frac{k_0}{1 + \frac{u}{c} \cos \alpha_1}$$

и второй волны

$$k_2 = \frac{\omega}{v_2} = \frac{\omega}{\tilde{n} + u \cos \alpha_2} = \frac{k_0}{1 + \frac{u}{c} \cos \alpha_2}$$

также различаются. Углы α_1, α_2 , которые определяют направление распространения первой и второй волн в точку P определяются соотношениями (рис. 1):

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{y}{x - \frac{d}{2}}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{y}{x + \frac{d}{2}}.$$

Тогда волновые числа можно представить в виде:

$$k_1 = \frac{k_0}{1 + \frac{u}{c} \frac{x - \frac{d}{2}}{\sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}}};$$

$$k_2 = \frac{k_0}{1 + \frac{u}{c} \frac{x + \frac{d}{2}}{\sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}}}.$$

Расстояния от источников до точки наблюдения:

$$r_1 = \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}, \quad r_2 = \sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}.$$

При наложении волн в точке P возникает результирующая волна $p \cos(\omega t + \varphi)$ с той же частотой, амплитуда волны определяется из соотношения:

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos \Delta \Phi.$$

Учитывая, что энергия волн, пропорциональна квадрату ее амплитуды ($I \sim p^2$), интенсивность в точке P представим в виде:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} |\gamma(\tau)| \cos \Delta \Phi =$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} |\gamma(\tau)| \cos \Delta \Phi,$$

где $\gamma(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\sqrt{I_1 \cdot I_2}}$ – величина степени когерентности, которая в общем случае является комплексной функцией и может быть представлена в виде:

$\gamma(\tau) = |\gamma(\tau)| \exp(-i\omega\tau)$, $\Gamma(\tau) = \operatorname{Re} \langle p_1(t) \cdot p_2^*(t + \tau) \rangle$ – функция корреляции. Максимальная интенсивность $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} |\gamma(\tau)|$ будет наблюдаться в тех

точках, для которых $\cos \Delta \Phi = 1$, минимальная – $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} |\gamma(\tau)|$ в точках, где $\cos \Delta \Phi = -1$, т.е.

$$\frac{\sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}}{1 + \frac{u}{c} \frac{x - \frac{d}{2}}{\sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}}} + \frac{\sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}}{1 + \frac{u}{c} \frac{x + \frac{d}{2}}{\sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}}} =$$

$$= \begin{cases} 2m \frac{\lambda}{2} & - \max \\ (2m+1) \frac{\lambda}{2} & - \min, \end{cases}$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ порядок интерференции.

В случае некогерентности источников параметр $|\gamma(\tau)| = 0$ и интенсивность не зависит от координаты

$$I_{\max} = I_{\min} = I_1 + I_2.$$

При $|\gamma(\tau)| = 1$ мы имеем дело с полностью когерентными источниками и при $I_1 = I_2 = I_0$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \Delta \Phi = 2I_0 (1 + \cos \Delta \Phi).$$

На рис. 2 показано влияние движения среды на интерференционную картину для двух длин волн. Движение среды параллельно плоскости, в которой расположены источники формирует несимметрию интерференционной картины двух источников. Движение среды приводит к смещению положения максимумов и минимумов. Центральные максимумы интерференционной картины менее чувствительны к движению среды. Существенное влияние на интерференционную картину проявляется при скоростях среды $u/c \geq 0.1$.

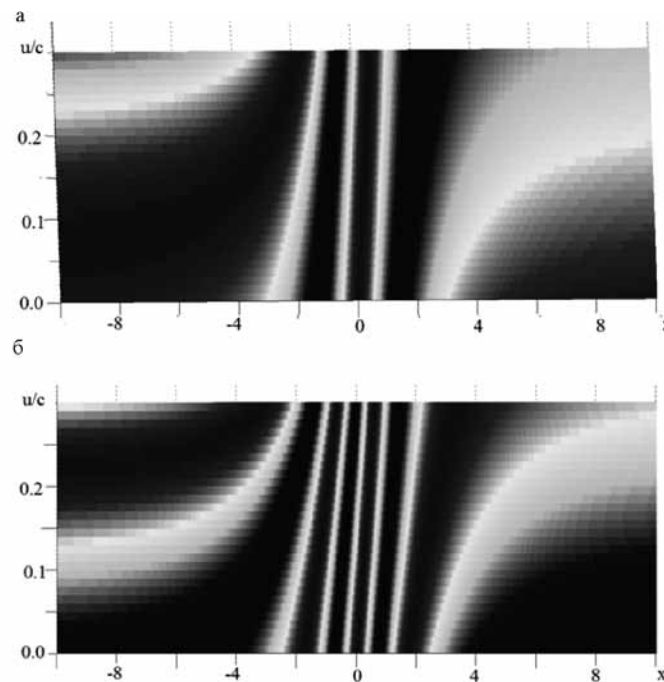


Рис. 2. Распределение интенсивности волн на экране при $k=3$ (а) и $k=5$ (б)

Заклучение. Рассмотрено влияние движения среды параллельно плоскости, в которой расположены источники излучения. Установлено, что в направлении движения среды интерференционная картина растягивается, а в противоположном направлении – сжимается.

Список литературы

1. Гринченко В.Т., Вовк И.В., Мащупра В.Т. Основы акустики. – Киев: Наукова думка, 2007. – 640 с.
2. Осташев В.Е. Распространение звука в движущихся средах. Современные проблемы физики. – М.: Наука. Физматлит. 1992. – 208 с.
3. Глушенко А.Г., Глушенко Е.П., Иванов В.В., Устинова Е.С. Интерференция волн в невязимных средах // В мире научных открытий. – 2012. – №1.1(25). – С.98-112.

Секция «Математика и ее практические приложения», научный руководитель – Долгополова А.Ф., канд. экон. наук, профессор

ПАУТИНООБРАЗНАЯ МОДЕЛЬ РЫНОЧНОГО РАВНОВЕСИЯ

Абдулкеримова К.А.

Ставропольский государственный аграрный университет,
Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Экономическая наука в значительной степени связана с количеством товаров или факторов производства и их ценами. Факторы производства и товары продаются и покупаются на рынках. Рассмотрим рынок какого-либо определенного товара или фактора производства и одно агрегирование, то есть объединение продавцов в одну группу и покупателей в другую. Данный вид агрегирования определяет проблемы оценки, а также суммирования произведений количеств на цены.

Паутинообразная модель представляет собой простую динамическую модель, которая характеризуется затуханием колебания, итогом которого является получение равновесия.

Допустим, рынок какого-либо определенного товара характеризуется данными функциями спроса и предложения:

$$D = D(P), \quad S = S(P).$$

Для того чтобы поддерживать существование равновесия, цена должна быть такой, чтобы рассматриваемый товар на рынке был распродан, то есть $D(P) = S(P)$.

$$\bar{X} = D(\bar{P}) = S(\bar{P}).$$

Динамическая модель образуется при отставании предложения или спроса. Простейшая модель в дискретном анализе содержит отставание или неизменное запаздывание на один интервал:

$$D_t = D(P_t) \text{ и } S_t = S(P_{t-1}).$$

Это может произойти в том случае, если для изготовления рассматриваемого товара необходим конкретный период времени, взятый за интервал. Действие модели таково, что при данном P_{t-1} предыдущего периода величина предложения на рынке в текущем периоде будет $S(P_{t-1})$, и объем P_t должен быть такой, чтобы был распродан весь объем предложенного товара. Таким образом, P_t и величина продаж и покупок X_t задается уравнением

$$X_t = D(P_t) = S(P_{t-1}).$$

Таким образом, имея исходную цену P_0 , посредством заданных уравнений мы можем приобрести значения P_1 и X_1 . Далее, используя существующую цену P_1 , из данных уравнений извлечем значения X_2 и P_2 . В итоге изменение P_t определяется разностным уравнением 1-го порядка:

$$D(P_t) = S(P_{t-1}).$$

Решение можно пояснить с помощью диаграммы, которая проиллюстрирована на рисунке, где D и S -кривые предложения и спроса, а положение равновесия совпадает с точкой их пересечения Q . В динамической модели D имеет то же значение, что и в статистической, но в данном случае ордината кривой S характеризует величину предложения в конкретный промежуток времени. Цена в первоначальный момент времени будет равна P_0 . Точка Q_0 на кривой D с той же самой ординатой, что и Q_0 . Во 2-й промежуток времени движение осуществляется по вертикали к точке S на кривой от точки Q_1 , дающей X_1 , далее по горизонтали – на кривой D к точке Q_2 . Дальнейшее продолжение данного процесса формирует график паутины, рассмотренный на рисунке.

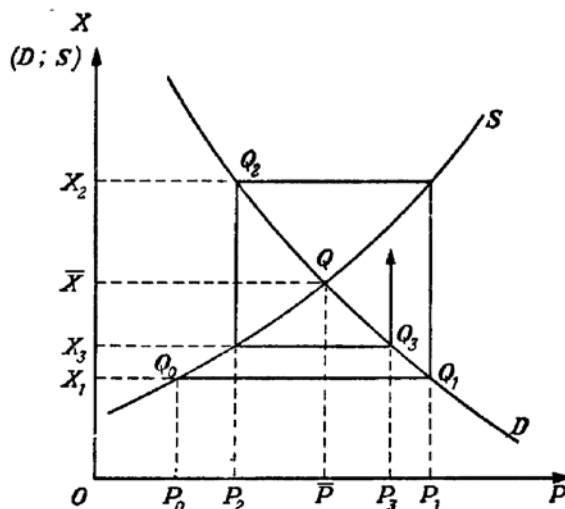


График паутины