

Заклучение. Рассмотрено влияние движения среды параллельно плоскости, в которой расположены источники излучения. Установлено, что в направлении движения среды интерференционная картина растягивается, а в противоположном направлении – сжимается.

Список литературы

1. Гринченко В.Т., Вовк И.В., Мащупура В.Т. Основы акустики. – Киев: Наукова думка, 2007. – 640 с.
2. Осташев В.Е. Распространение звука в движущихся средах. Современные проблемы физики. – М.: Наука. Физматлит. 1992. – 208 с.
3. Глушенко А.Г., Глушенко Е.П., Иванов В.В., Устинова Е.С. Интерференция волн в невзаимных средах // В мире научных открытий. – 2012. – №1.1(25). – С.98-112.

**Секция «Математика и ее практические приложения»,
научный руководитель – Долгополова А.Ф., канд. экон. наук, профессор**

ПАУТИНООБРАЗНАЯ МОДЕЛЬ РЫНОЧНОГО РАВНОВЕСИЯ

Абдулкеримова К.А.

Ставропольский государственный аграрный университет,
Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Экономическая наука в значительной степени связана с количеством товаров или факторов производства и их ценами. Факторы производства и товары продаются и покупаются на рынках. Рассмотрим рынок какого-либо определенного товара или фактора производства и одно агрегирование, то есть объединение продавцов в одну группу и покупателей в другую. Данный вид агрегирования определяет проблемы оценки, а также суммирования произведений количеств на цены.

Паутинообразная модель представляет собой простую динамическую модель, которая характеризуется затуханием колебания, итогом которого является получение равновесия.

Допустим, рынок какого-либо определенного товара характеризуется данными функциями спроса и предложения:

$$D = D(P), \quad S = S(P).$$

Для того чтобы поддерживать существование равновесия, цена должна быть такой, чтобы рассматриваемый товар на рынке был распродан, то есть $D(P) = S(P)$.

$$\bar{X} = D(\bar{P}) = S(\bar{P}).$$

Динамическая модель образуется при отставании предложения или спроса. Простейшая модель в дискретном анализе содержит отставание или неизменное запаздывание на один интервал:

$$D_t = D(P_t) \text{ и } S_t = S(P_{t-1}).$$

Это может произойти в том случае, если для изготовления рассматриваемого товара необходим конкретный период времени, взятый за интервал. Действие модели таково, что при данном P_{t-1} предыдущего периода величина предложения на рынке в текущем периоде будет $S(P_{t-1})$, и объем P_t должен быть такой, чтобы был распродан весь объем предложенного товара. Таким образом, P_t и величина продаж и покупок X_t задается уравнением

$$X_t = D(P_t) = S(P_{t-1}).$$

Таким образом, имея исходную цену P_0 , посредством заданных уравнений мы можем приобрести значения P_1 и X_1 . Далее, используя существующую цену P_1 , из данных уравнений извлечем значения X_2 и P_2 . В итоге изменение P_t определяется разностным уравнением 1-го порядка:

$$D(P_t) = S(P_{t-1}).$$

Решение можно пояснить с помощью диаграммы, которая проиллюстрирована на рисунке, где D и S -кривые предложения и спроса, а положение равновесия совпадает с точкой их пересечения Q . В динамической модели D имеет то же значение, что и в статистической, но в данном случае ордината кривой S характеризует величину предложения в конкретный промежуток времени. Цена в первоначальный момент времени будет равна P_0 . Точка Q_0 на кривой D с той же самой ординатой, что и Q_0 . Во 2-й промежуток времени движение осуществляется по вертикали к точке S на кривой от точки Q_1 , дающей X_2 , далее по горизонтали – на кривой D к точке Q_2 . Дальнейшее продолжение данного процесса формирует график паутины, рассмотренный на рисунке.

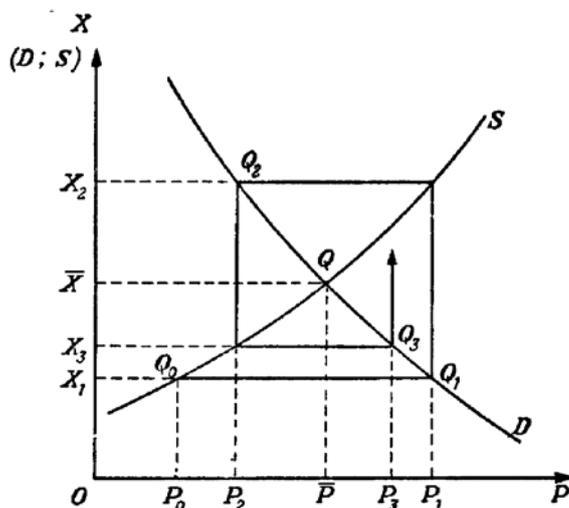


График паутины

Объемы и цены в последующие промежутки времени выступают координатами точек Q_1, Q_2, Q_3, \dots на кривой спроса D . В данном случае последовательность ряда точек стремится к Q . Точки последовательно размещаются на левой и правой стороне от Q .

Итак, характеристики цены P_t стремятся к \bar{P} , располагаясь последовательно по обе стороны от \bar{P} . Точно так же дело обстоит и объемами продаж и покупок. Допустим, что D стремится вниз, а S – вверх. Соответственно, движение с затухающими колебаниями появляется в том случае, если кривая D в точке равновесия Q опускается к оси абсцисс OP . Когда углы наклона D и S равны, образуются регулярные колебания. Для случая линейных функций предложения и спроса, можно получить следующее алгебраическое решение:

$$D = \alpha + aP, \quad S = \beta + bP.$$

Значения равновесия \bar{P} и \bar{X} будут определяться уравнениями

$$\bar{X} = \alpha + a\bar{P} = \beta + b\bar{P},$$

то есть

$$\bar{P} = \frac{\alpha - \beta}{b - a}, \quad \bar{X} = \frac{ba - a\beta}{b - a}. \quad (1)$$

Дискретная динамическая модель определяется уравнением

$$X_t = \alpha + aP_t = \beta + bP_{t-1}. \quad (2)$$

Для начала найдем решение, дающее равновесие. Для этого положим $P_t = \bar{P}$ и $X_t = \bar{X}$ для всех значений t :

$$\bar{X} = \alpha + a\bar{P} = \beta + b\bar{P}. \quad (3)$$

Извлекаем те же значения \bar{P} и \bar{X} , что и в (1). Если в каком-либо периоде имелись цены и объемы, создающие условия равновесия, то в динамической модели (2) они сохраняются и будущих периодах. Статистическое равновесие соответствует этой модели. Вычтем уравнение (3) на (2) и положим $p_t = P_t - \bar{P}$, $x_t = X_t - \bar{X}$. Тогда

$$x_t = ap_t = bp_{t-1}. \quad (4)$$

Уравнения (4) подобны (2), помимо того, что они характеризуют отклонения от уровней равновесия. Эти уравнения являются разностными уравнениями 1-го порядка. Положим $c = b/a$ и подставим его в уравнение (4), так что разностное уравнение относительно P_t будет

$$P_t = cp_{t-1}.$$

При данном значении P_0 в момент $t=0$ решение легко получается путем итерации:

$$p_t = p_0 c^t,$$

или $P_t = \bar{P} + (P_0 - \bar{P})c^t$,

Объемы продаж и покупок в каждый период можно определить из уравнения (4). Чаще всего кривая спроса идет вниз ($a < 0$), а кривая предложения напротив идет вверх ($b > 0$), то есть $c = b/a < 0$. В данном случае положим $r = |c| = b/(-a)$, так что r будет положительно. Тогда

$$p_t = p_0 (-1)^t r^t$$

и последовательные значения p_t при $t=0, 1, 2, 3, \dots$, будут соответственно $p_0, -p_0 r, p_0 r^2, -p_0 r^3, \dots$, так что

p_t принимает поочередно положительные и отрицательные значения. Таким образом, чередуются и знаки P_t , которые поочередно будут располагаться выше и ниже \bar{P} .

Существуют 3 возможности:

1) $b > (-a)$, угол наклона S (к OP) больше, нежели угол наклона D .

В данном случае $r > 1$ и ряд последовательных значений p_t является бесконечно возрастающим по абсолютной величине. Соответственно, $P_t \rightarrow \pm\infty$, и имеет место взрывное колебание.

2) $b = (-a)$, углы наклона D и S равны. В рассматриваемом случае $r=1$, и ряд значений P_t будет состоять из чередования p_0 и $(-p_0)$. Поэтому P_t будет последовательно больше и меньше \bar{P} на одну и ту же величину, которая будет равна начальному расхождению ($P_0 - \bar{P}$), то есть в данном случае имеет место регулярное колебание.

3) $b < (-a)$, угол наклона D (к OP) больше, нежели S . В данном случае $r < 1$, и поочередные P_t уменьшаются по абсолютной величине. Следовательно, $P_t \rightarrow \bar{P}$ последовательно справа и слева, то есть стремится к уровню равновесия с затухающими колебаниями.

В случае (3), чем больше будет $-a$ по отношению к b , то есть чем более круче D по сравнению с S , тем быстрее будут затухать колебания и тем быстрее P_t будет стремиться к \bar{P} . Первоначальные возмущения также оказывают наибольшее влияние на амплитуду колебания. Чем дальше P_0 от \bar{P} , тем больше будет размах колебаний и тем длительнее период времени, необходимый для их прекращения. Следует заметить, что случай (2) с длительными и наиболее правильными колебаниями очень редок, поэтому его можно понимать почти как тривиальным – на его базе не допускается построение никакой теории цикла. Наиболее интересным является случай (3), несмотря на возможное возражение, состоящее в том, что затухающие колебания «невозможны». Но есть наиболее простое развитие модели (3) с затухающими колебаниями, позволяющее представить движение P_t с длительными колебаниями во времени. Для этого вместо кривых предложения и спроса, которые неизменны во времени, возьмем кривые, изменяющиеся под воздействием внешних сил во времени циклично или регулярно, либо случайно и т.д. В таком случае еще до прекращения колебаний, описанных на рисунке, какой-либо сдвиг в кривой D или S приведет к возмущению, в этом случае колебания появятся снова. Например, Q_0 могла быть в точке равновесия или вблизи нее до сдвига вверх кривой D к положению, который показан на рисунке. Тогда колебания будут появляться представленным ранее образом, продолжаясь, предположим, до точки Q_3 , в которых колебательное движение будет нарушено сдвигом вверх кривой S . В итоге, возникает колебательное движение с еще большей амплитудой, постепенно прекращающийся до возникновения какого-нибудь нового возмущения. Для линейной модели допустимо алгебраическое истолкование в случае параллельного перемещения кривых спроса и предложения. Уравнение (2) в таком случае будет иметь вид:

$$X_t = \alpha_t + aP_t = \beta_t + bP_{t-1},$$

где α_t, β_t включают сдвиги в момент $t=0, 1, 2, 3, \dots$. Разностным уравнением относительно цены будет

$$P_t = \frac{b}{a} P_{t-1} + \frac{\beta_t - \alpha_t}{a}, \quad (5)$$

Для того чтобы решить уравнения (5), нужно определить разность $\beta_t - \alpha_t$ сдвигов во времени пред-

ложения и спроса. Рассмотренная паутинообразная модель чаще всего дает решение, в условиях которой цены в последующие промежутки времени попеременно принимают значения, располагающиеся ниже или выше точки равновесия. Это колебание завершается на протяжении 2-х интервалов, иными словами при наличии двойного запаздывания на стороне предложения. Скорость приспособления к изменившейся обстановке убывает пропорционально увеличению продолжительности запаздывания.

Таким образом, одним из подходов, который объясняет механизм образования рыночного равновесия, можно считать паутинообразную модель, относящуюся к числу динамических (учитывающих фактор времени). Паутинообразная модель описывает процесс формирования равновесия в условиях, когда воздействие участников сделок на изменяющиеся условия рынка растянуто по времени.

Список литературы

1. Литвин Д.Б., Шайгор А.К., Роговая Н.А. Метод коррекции свойств объекта управления // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем: сб. науч. статей по материалам III Междунар. науч.-практ. конф. – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 5–8.
2. Система контроля условий транспортировки ценных грузов / Д.Б. Литвин, И.П. Шепеть, С.М. Бражнев, К.А. Протасов, Е.Д. Литвина // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: сб. науч. статей по материалам Междунар. науч.-практ. конф. – Ставрополь: СтГАУ, 2014. – С. 184–186.
3. Экономико-математическое моделирование факторов экономического анализа посредством метода линейного программирования / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, З.Г. Донец // Аграрная наука, творчество, рост. – 2014. – С. 329–332.
4. Решение систем алгебраических уравнений в среде MATLAB / И.П. Шепеть, С.М. Бражнев, Д.Б. Литвин, Е.Д. Литвина, К.А. Протасов // Инновационные направления развития в образовании, экономике, технике и технологиях: сб. науч. статей в 2-х ч. по материалам Междунар. науч.-практ. конф.; под общ. науч. ред. д.т.н., проф. В.Е. Жидкова. – Ставрополь, 2014. Ч. 1. – С. 158–162.
5. Литвин Д.Б., Цыплакова О.Н., Родина Е.В. Моделирование экономических процессов в пространстве состояний // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: сб. науч. тр. по материалам Международной науч.-практ. конф. – Ставрополь, 2014. – С. 62–66.
6. Метод повышения точности измерения векторных величин / Д.В. Бондаренко, С.М. Бражнев, Д.Б. Литвин, А.А. Варнавский // НаукаПарк. – 2013. – № 6 (16). – С. 66–69.
7. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Анализ и оценка приоритетности разделов математических дисциплин, изучаемых студентами экономических специальностей аграрных вузов // Вестник АПК Ставрополя. – 2013. – № 1 (9). – С. 6–10.
8. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Государственное регулирование в системе агробизнеса // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона: сб. науч. тр. по материалам Ежегодной 76-й науч.-практ. конф. (г. Ставрополь, 24 апреля 2012 г.). – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 202–207.
9. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Применение операционного исчисления в моделировании экономических систем // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 263–265.
10. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Совершенствование экономических механизмов для решения проблем экологической безопасности // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона. – 2013. – С. 68–71.
11. Литвин Д.Б., Дроздова Е.А. Математическое моделирование в среде визуального программирования // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 77–78.
12. Литвин Д.Б., Шепеть И.П. Моделирование роста производства с учетом инвестиций и выбытием фондов // Социально-экономические и информационные проблемы устойчивого развития региона: Международная науч.-практ. конф., 2015. – С. 114–116.

МОДЕЛЬ ДЕШИФРОВКИ ИСТОРИЧЕСКИХ РУКОПИСНЫХ ДОКУМЕНТОВ

Ануприенко М.А.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Автоматизированный анализ рукописных текстов востребован в разных сферах деятельности человека. Существует не малое количество различных исследований в этой области, направленных на решение этой задачи. В своей статье я привою пример математической модели дешифровки исторических рукописных документов, которая лежит в основе многих разра-

боток. Распознавание различных текстов проводится на базе полученной информации о символе, а также опережая на информацию, полученную из текстов самого автора.

Обозначим через x_1, \dots, x_n последовательность рукописных символов. Довольно часто рукописные символы распознаются неоднозначно. Для символа x_k обозначим через $x_1^k, \dots, x_{l_k}^k$ множество его возможных распознаваний. Каждому опознанному символу x_i^k определяются его возможные трактовки $y_1^{ki}, \dots, y_{m_{i_k}}^{ki}$. Тогда распознанный текст примет вид $y_{j_1}^{i_1}, \dots, y_{j_n}^{i_n}$. Нужно вычислить такой набор индексов, чтобы вероятность верного распознавания была максимальной.

$$P(y_{j_1}^{i_1} \dots y_{j_n}^{i_n}) = \max P(y_{j_1}^{i_1} \dots y_{j_n}^{i_n}),$$

где максимум берется по всем $1 \leq i_1 \leq l_1, 1 \leq j_1 \leq m_{i_1}, \dots, 1 \leq i_n \leq l_n, 1 \leq j_n \leq m_{i_n}$.

Используя формулы умножения вероятностей, она равна:

$$P(y_{j_1}^{i_1}, \dots, y_{j_n}^{i_n}) = P(y_{j_n}^{i_n}) \cdot \dots \cdot P(y_{j_1}^{i_1} | y_{j_2}^{i_2}, \dots, y_{j_{n-1}}^{i_{n-1}}). \quad (1)$$

Оценим вероятность $P(y_{j_1}^{i_1} \dots y_{j_n}^{i_n})$. Оценка сомножителя формулы (1) при $3 \leq k \leq 5$ выглядит таким образом:

$$P(y_{j_k}^{i_k} | y_{j_1}^{i_1} \dots y_{j_{k-1}}^{i_{k-1}}) = a \cdot T_k \cdot R(x_{i_k}^k | x_{i_{k-5}}^{k-5} \dots x_{i_{k-1}}^{k-1}) + (1-a)R(y_{j_k}^{i_k} | y_{j_{k-3}}^{i_{k-3}} \dots y_{j_{k-1}}^{i_{k-1}}). \quad (2)$$

Для $k < 3$, оценка вероятности облегчается. Полученное уравнение представляет собой обыкновенное дифференциальное нелинейное уравнение второго порядка. Оно может быть решено при помощи численных методов. Однако встроенные функции решения дифференциальных уравнений, входящие в такие общеизвестные математические пакеты программ как MatCAD, MatLAB и Maple, не позволяют решать уравнения данного типа, а возможности программирования, например в MatCAD, достаточно ограничены. Первое слагаемое формулы (2) просчитывает точность опознания рукописного символа. Второе слагаемое формулы (2) просчитывает насколько данный фрагмент текста, принадлежит данному автору. Коэффициент a определяется в зависимости от качества данного рукописного текста.

Задача первого слагаемого формулы (2) заключается в расчете точности распознавания символа данного рукописного текста. Точность распознавания символа рассчитывается по формуле

$$R(x_{j_k}^k) = e^{-\beta \rho(x_{j_k}^k, z_i)^{\gamma_i}},$$

где $\rho(x_{j_k}^k, z_i)$ – интервал между текущим символом и эталонном z_i класса. Т.е. среди всех классов символов, используемых при записи этих рукописных текстов, нужно найти те, интервал между которыми минимален. Для вычисления данного интервала необходимо знать коэффициенты β_i и γ_i , которые определяются исходя из системы уравнений (3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} = e^{-\beta_i(\rho_{\text{точ}}^i)^{\gamma_i}} \\ \frac{1}{3} = e^{-\beta_i(\rho_{\text{ноточ}}^i)^{\gamma_i}} \end{array} \right\} \quad (3)$$

где $\rho_{\text{точ}}^i$ – интервал, при котором возникает первое вхождение символа не схожего с текущим,