на опыте многих организаций можно сказать, что использование соответствующего инструментария предпочтительно при принятии однократных, важных плановых стратегических решений, в том числе при подготовке крупных кооперационных договоров.

Список литературы

1. Бондаренко В.А., Донец З.Г., Родина Е.В. Применение теории игр при решении экономических задач // Экономика регионов Росси: Состояние и перспективы развития: Сборник научных статей по материалам 72-й научно-практической конференции. – 2008. – С. 141-144.
2. Родина Е.В. Формирование практических умений и навыков студентов аграрного вуза на основе лабораторно-практических занятий // Инновации в образовании. – 2011. – № 1. – С. 47-63.
3. Литвин Д.Б., Цыплакова О.Н., Родина Е.В. Моделирование экономических процессов в пространстве состояний // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: сборник статей Международной научно-практической конференции / отв. за выпуск А.Г. Иволга. – Ставрополь: ФБГОУ ВПО «Ставропольский государственный аграрный университет», 2014. – С. 62-66.
4. Яковенко В.С., Карпец Ю.А., Родина Е.В. Классификация издержек обращения для целей учета в торговле // Экономика регионов России: анализ современного состояния и перспективы развития: Сборник научных трудов по материалам 73-й ежегодной научно-практической конференции, 2009. – С. 247-250.
5. Родина Е.В., Рогачева Е.А. Теоретические аспекты использования системного менеджмента качества подготовки выпускников современного вуза // Вестник Майкопского государственного технологического университета. – 2012. – №2. – С.96-103.
6. Родина Е.В. Применение деловой игры для формирования умений и навыков студентов на практических занятиях по математике // Актуальные проблемы современного образования: опыт и инновации: материалы 2-й научно-практической конференции (заочной) с международным участием, посвященной 75-летию со дня рождения первого декана Педагогического факультета Ульяновского государственного педагогического университета им. И.Н. Ульянова Виталия Ивановича Пирогова / Отв. ред. А.Ю. Нагорнова, Л. В. Гурылева. – Ульяноск: Ульяновский государственный педагогический университет, 2011. – С. 505-508.

ПРИЛОЖЕНИЕ ИНТЕГРАЛА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

Бондарева Е.В., Соколовский С.А.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Интеграл появился как ответ на необходимость нахождения объемов и площадей. Впервые такими исчислениями задались еще математики древней Греции. В наше время интеграл применяется в различных сферах, в работе авторы рассмотрели применение определенного интеграла для решения экономических задач на нахождение производительности труда, объема продукции и амортизационных отчислений.

Интегрирование – это действие обратное дифференцированию. И. Барроу впервые увидел связь между интегрированием и дифференцирования. Позже Ньютон и Лейбниц, независимо друг от друга, вывели формулу, которую мы знаем под названием Ньютона-Лейбница:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Это событие ознаменовало собой появление общего метода интегрального и дифференциального исчислений. Русский ученый П.Л. Чебышев доказал, что существуют интегралы, которые нельзя выразить через элементарные функции. Строгое изложение теории интегралов появилось благодаря работам О. Коши.

Сам символ интеграла – $\int$ был введен Лейбницем в 1675 г. Он представляет собой измененную латинскую букву S, которая является первой буквой в слове сумма. Термин интеграл придумал Я. Бернулли в 1690 г. Вероятнее всего, оно происходит от латинского слова «integero», которое в переводе означает «приводить в прежнее состояние, восстанавливать», ведь операция интегрирования словно «восстанавливает» функцию, из которой путем дифференцирования получена подынтегральная функция.

Интеграл – результат сложения бесконечного большого числа бесконечно малых слагаемых, иначе говоря, имеется в виду разбиение области интегрирования, которая является отрезком, на множество бесконечно малых отрезков, а также сумма произведений значения функции аргумента, который принадлежит каждому отрезку, и длины соответствующего бесконечно малого отрезка области интегрирования, в пределе, при бесконечно маленьком разбиении:

$$\sum_i f(x_i)\Delta x_i f(x)\,dx.$$

Неопределенный интеграл от функции $f(x)$ – это совокупность всех первообразных для функции $f(x)$ на промежутке X

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C.$$

Определенный интеграл, в геометрическом смысле, численно равен площади фигуры, которая ограничена осью абсцисс, прямыми $x=a$ и $x=b$ и графиком функции $f(x)$, формула определенного интеграла:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\Delta x\to 0}\sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i)\Delta x_i.$$

Рассмотрим решение различных экономических задач.

Допустим, что фабрика выпускает 31000 машин в год, а затем ежегодно увеличивает производство на 55 машин. Необходимо найти сумму амортизационных отчислений за десять лет, если норма амортизации равна 10%. Выразим выпуск машин формулой:

$$y = 31000x + 55,$$

где x – число лет. Тогда объем выпущенных за 10 лет машин будет равен:

$$V = \int_0^{10}(31000x + 55)dx.$$

Следовательно, амортизационная сумма равна 155055 (руб.), так как:

$$\int_0^{10} 0{,}1(31000x+55)\,dx = 0{,}1\int_0^{10}(31000x+55)dx =$$

$$= 0{,}1\left(31000\frac{x^2}{2} + 55x\right) =$$

$$= 0{,}1(1550000 + 5500) = 155055.$$

Для следующего примера рассмотрим ситуацию, в которой для строительства фабрики задается непрерывный денежный поток со скоростью $I(t) = -t^2+20t+5$ (у.е.) на 20 лет с годовой процентной ставкой $p = 5\%$. Необходимо найти дисконтированную стоимость этого потока. Согласно формуле потока

$$(\Pi) = \int_0^T I(t)e^{-pt}dt$$

имеем

$$\Pi = \int_0^{20}(-t^2 + 20t + 5)e^{-0.05t}dt.$$

Заменим переменную:

$$s = -0{,}05t,\ t = -20s,\ dt = -20ds.$$

При этом новые пределы интегрирования получаются подстановкой старых пределов в формулу замены: $s_0 = 0$, $s_1 = -1$. Таким образом, получаем:

$$\Pi = -20\int_{0}^{-1}(-400s^2-400s+5)e^s =$$

$$= 20\int_{-1}^{0}(-400s^2-400s+5)e^s ds.$$

К последнему интегралу применим формулу интегрирования по частям, полагая, что

$$u=-400s^2-400s+5,\ du=(-800s-400)ds,$$
$$dv=e^s ds,\ v=e^s.$$

Следовательно:

$$\Pi = 20\left(-400s^2-400s+5\right)e^s\Big|_{-1}^{0} + \int_{-1}^{0}e^s(800s+400)ds\,.$$

В первом слагаемом подставим пределы интегрирования, а ко второму слагаемому применим еще раз формулу интегрирования по частям, полагая

$$u=800s+400,\ du=800ds.$$

Имеем

$$\Pi = 20(5-5e^{-1}+\left(800s+400\right)e^s\Big|_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0}800e^s ds =$$

$$=20(5-5e-1+400+(800-400)e-1-800+$$
$$+800e-1)=20(1195e-1-395).$$

Окончательно получим поток равный 892 (у.е.).

Решим задачи связанные с объемом продукции.

Найдем объем продукции выпущенной в течение года, считая количество рабочих дней равным 240, если производительность труда рабочего выражается функцией

$$y=-0,0033x^2-0,089x+20,96\,;$$

где x – производительность труда за 1 ч. Объем продукции, выпускаемой в течение смены, выражается интегралом:

$$V=\int_{0}^{8}(-0,0033x^2-0,089x+20,96)dx,$$

$$V=\int_{0}^{8}(-0,0033x^2-0,089x+20,96)dx=$$

$$=\left(-0,033\frac{x^2}{3}-0,089\frac{x^2}{2}+20,96x\right)=$$

$$=(-0,563-2,748+167,68)=164,37\ \text{(шт.)}.$$

Следовательно, объем продукции, выпускаемой за год равен:

$$164,37\cdot 240=37449\ \text{(шт.)}.$$

На складе запас товара составляет 100 единиц, товар, поступающий ежедневно, выражается функцией:

$$y=22-0,5x+0,06x^2\,,$$

где x – количество дней. Обозначаем количество товара через W. Через 40 дней количество товара будет равно:

$$W=100+\int_{0}^{40}(22-0,5x+0,06x^2)dx=$$

$$=100+\left(22x-0,5\frac{x^2}{2}+0,06\frac{x^2}{3}\right)=$$

$$=100+880-400+1260=1860\ \text{(шт.)}.$$

Конечно, экономика далеко не единственная сфера применения интегралов, но решение экономических задач с помощью определенного интеграла помогло нам осознать важность применения метода интегральных исчислений. Приведенные примеры только подчеркивают необходимость применения математического аппарата для решения задач с экономическим содержанием

Список литературы

1. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Математическое моделирование социально-экономических систем // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона Ежегодная 76-я научно-практическая конференция Ставропольского государственного аграрного университета «Аграрная наука – Северо-Кавказскому региону». – 2012. – С. 283-286.

2. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Совершенствование математической подготовки студентов аграрных вузов // Инновационные векторы современного образования. – 2012. – С. 11-16.

3. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б., Донец З.Г. Экономико-математическое моделирование факторов экономического анализа посредством метода линейного программирования // Аграрная наука, творчество, рост: Сборник научных трудов по материалам IV Международной научно-практической конференции / Отв. за выпуск Т.А. Башкатова, 2014. – С. 329-332.

4. Музенитов Ш.А. Сборник математических задач с экономическим содержанием. – Ставрополь: СевКавГТУ, 2002. – 224 с.

5. Музенитов Ш.А. Математические основы экономики труда и производства: методические рекомендации. – М.: АПН СССР, 1986. – 74 с. (в соавт.)

МОДИФИКАЦИИ УРАВНЕНИЯ СЛУЦКОГО ДЛЯ АНАЛИЗА ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО СПРОСА

Буханцов С.А., Михненко Е.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Уравнение, носящее имя нашего соотечественника Е. Слуцкого, известно в науке начиная с первой половины XX в. Оно состоит в том, что изменение спроса на некоторый товар при повышении или снижении его цены складывается из влияния непосредственного изменения спроса и косвенного влияния в результате переключения спроса на другие товары при условии неизменности уровня благосостояния. Данное уравнение показывает, что изменение в спросе на i-й товар при изменении цены j-го товара является результатом двух эффектов: эффекта замещения и эффекта дохода. Эффект замещения иногда называют изменением компенсированного спроса [1]. Идея состоит в том, что потребителю компенсируют повышение цены таким увеличением его дохода, которое позволяет ему купить старый потребительский набор. Разумеется, если цена снижается, то «компенсация» заключается в том, что у него отбирают часть денежного дохода [2].

Уравнение Слуцкого описывает поведение точки спроса $\vec{x}$ при компенсации, когда изменения вектора цен $\vec{p}$ и размера бюджета (дохода) q согласованы таким образом, что значение функции полезности $u(\vec{x})$ (далее ФП) остается постоянным. В точке спроса выполняются стандартные условия достижения максимума ФП [3]

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial \vec{x}}=\lambda\vec{p}^{T}\\ \vec{p}^{T}\cdot\vec{x}=q\end{cases}\tag{1}$$

где λ – множитель Ланграджа, в данном случае натуральная предельная стоимость денег.

Точка спроса $\vec{x}(\vec{p},q)$ есть однородная функция нулевого порядка, и, следовательно, она подчиняется уравнению Эйлера [4]:

$$\frac{\partial\vec{x}}{\partial\vec{p}}\cdot\vec{p}+\frac{\partial\vec{x}}{\partial q}\cdot q=\vec{0}.\tag{2}$$