$$\varepsilon_c = \frac{1}{1}\cdot\begin{pmatrix} \frac{1}{6}-1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3}-1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2}-1 \end{pmatrix} = \frac{1}{6}\cdot\begin{pmatrix} -5 & 2 & 3 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix} -$$

матрица эластичности.

Отсюда в соответствии с равенством (10) получаем вектор относительных изменений вектора потребления:

$$\vec{\delta}_c = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} -5 & 2 & 3 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -10 \\ 5 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6}\cdot\begin{pmatrix} 50+10+45 \\ -10-20+45 \\ -10+10-45 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 105 \\ 15 \\ -45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17{,}5 \\ 2{,}5 \\ -7{,}5 \end{pmatrix}.$$

Можно видеть, что спрос на первый и второй виды товара возрос соответственно на 17,5 и на 2,5 %, а спрос на третий вид товара снизился на 7,5 %.

Нетрудно заметить, что равенство (10) позволяет решать и обратную задачу: задавшись желаемым относительным изменением спроса, определить, каким образом для этого необходимо изменить цены:

$$\vec{\delta}_p = \varepsilon_c^{-1}\cdot\vec{\delta}_{xc}.$$

Таким образом, построена модель, в рамках которой определяется относительное изменение вектора спроса при компенсации. Одновременно решается и обратная задача на определение компенсированных изменений цен.

Показывается, что привлечение понятия эластичности спроса упрощает запись уравнения Слуцкого и его решение. Доказывается, что знание матрицы эластичности и вектора относительных расходов достаточно для определения реакции спроса для любых сравнительно небольших компенсированных изменений цен. Разумеется, если имеется информация о функции полезности потребителя, то упомянутые матрица эластичности ε_c и распределение расходов $\vec{r}$ в принципе теоретически всегда можно вычислить.

Список литературы

1. Литвин Д.Б., Шайтор А.К., Роговая Н.А. Метод коррекции свойств объекта управления // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем: сб. науч. статей по материалам III Междунар. науч.-практ. конф. – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 5–8.
2. Система контроля условий транспортировки ценных грузов / Д.Б. Литвин, И.П. Шепеть, С.М. Бражнев, К.А. Протасов, Е.Д. Литвина // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: сб. науч. статей по материалам Междунар. науч.-практ. конф. – Ставрополь: СтГАУ, 2014. – С. 184–186.
3. Экономико-математическое моделирование факторов экономического анализа посредством метода линейного программирования / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, З.Г. Донец. // Аграрная наука, творчество, рост. 2014. – С. 329–332.
4. Решение систем алгебраических уравнений в среде MATLAB / И.П. Шепеть, С.М. Бражнев, Д.Б. Литвин, Е.Д. Литвина, К.А. Протасов // Инновационные направления развития в образовании, экономике, технике и технологиях: сб. науч. статей в 2-х ч. по материалам Междунар. науч.-практ. конф.; под общ. науч. ред. д.т.н., проф. В.Е. Жидкова. Ставрополь, 2014. Ч. 1. – С. 158–162.
5. Литвин Д.Б., Цыплакова О.Н., Родина Е.В. Моделирование экономических процессов в пространстве состояний // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: сб. науч. тр. по материалам Международной науч.-практ. конф. Ставрополь, 2014. – С. 62–66.
6. Метод повышения точности измерения векторных величин / Д.В. Бондаренко, С.М. Бражнев, Д.Б. Литвин, А.А. Варнавский // НаукаПарк, 2013. – № 6 (16). – С. 66–69.
7. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Анализ и оценка приоритетности разделов математических дисциплин, изучаемых студентами экономических специальностей аграрных вузов // Вестник АПК Ставрополья. – 2013. – № 1 (9). – С. 6–10.
8. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Государственное регулирование в системе агробизнеса // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона: сб. науч. тр. по материалам Ежегодной 76-й науч.-практ. конф. (г. Ставрополь, 24 апреля 2012 г.). – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 202–207.
9. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Применение операционного исчисления в моделировании экономических систем // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 263–265.
10. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Совершенствование экономических механизмов для решения проблем экологической безопасности // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона. – 2013. – С. 68–71.
11. Литвин Д.Б., Дроздова Е. А. Математическое моделирование в среде визуального программирования // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 77–78.
12. Литвин Д.Б., Шепеть И.П. Моделирование роста производства с учетом инвестиций и выбытием фондов // Социально-экономические и информационные проблемы устойчивого развития региона: Международная науч.-практ. конф., 2015. – С. 114-116.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СФЕРЕ

Бытдаева Ф.А., Рудская Ю.Ю.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Мы задались вопросом о возможности использования методов и инструментария математической статистики и теории вероятностей в экономической сфере.

Студенты экономических специальностей при изучении дисциплины «теория вероятностей и математическая статистика» нередко задаются вопросом о возможности использования полученных знаний в реальной жизни и их предстоящей деятельности. Одним из важнейших инструментов эконометрических исследований являются методы математической статистики. Это обусловлено тем, что подавляющее большинство микро- и макроэкономических показателей носит характер случайных величин, предсказание точных значений которых почти не представляется вероятным. Связи между этими параметрами обычно не носят строгий функциональный характер, а допускают присутствие случайных отклонений. Вследствие этого использование аппарата математической статистики в экономике имеет естественный характер. Теория вероятностей – основа вероятностно-статистических методов принятия решений в управлении. Чтобы получить возможность использовать в них математический аппарат, нужно задачи принятия решений выразить в терминах вероятностно-статистических моделей. Применение конкретного вероятностно-статистического метода принятия решений состоит из трех этапов:

– переход от экономических, управленческих и технологических реалий к абстрактной математико-статистической схеме, т.е. создание вероятностной модели управления, технологического процесса, порядка принятия решений, в частности по результатам контроля, основанного на статистических данных.

– проведение расчетов и получение выводов математическими методами в рамках вероятностной модели;

– представление полученных ранее выводов применительно к имеющейся ситуации. Принятие соответствующего решения (например, о соответствии или несоответствии качества продукции и услуг имеющимся стандартам, потребности в корректировке технологического процесса и т.п.), в частности, заключения (о доле единиц продукции в партии, не соответствующих требованиям; о конкретном виде законов распределения контролируемых параметров технологического процесса и др.).

Математическая статистика является практической стороной теории вероятности. Рассмотрим главные вопросы построения вероятностных моделей принятия решений в экономике. Для того чтобы правильно использовать нормативно-технических и методических документов по вероятностно-статистическим методам принятия решений требуется определенная база знаний. А именно: следует знать, при каких условиях следует применять тот или иной документ, какие решения следует принять по результатам обработки имеющихся данных и т.д.

Лишь те инструменты математической статистики, которые опираются на вероятностные модели соответствующих реальных явлений и процессов, могут использоваться для доказательства теорий. Речь идет о моделях потребительского поведения, возможности появления рисков, функционирования технологического оборудования, получения результатов эксперимента и т.п. Вероятностную модель реального явления следует считать построенной, если рассматриваемые величины и связи между ними выражены в терминах теории вероятностей. Соответствие вероятностной модели реальности обосновывают с помощью статистических методов проверки гипотез.

Невероятностные методы обработки данных являются теоретическими, их можно применять лишь при предварительном анализе данных, так как они не дают возможности оценить точность и надежность выводов, полученных на основании ограниченных статистических данных.

Вероятностно-статистические методы можно применить везде, где представляется возможным построить и обосновать вероятностную модель рассматриваемого события или процесса. Их использованием обязательно, когда сделанные на основе выборочных данных выводы переносятся на всю совокупность (например, с выборки на всю партию продукции).

Для того, чтобы нагляднее рассмотреть применение теории вероятностей в экономике, рассмотрим примеры, когда вероятностно-статистические модели являются хорошим способом решения экономических проблем.

Но все это лишь теория, а нам хотелось бы рассмотреть использование методов теории вероятностей и математической статистики на конкретном примере, напрямую связанном с предстоящей деятельностью будущих выпускников-экономистов направления «финансы и кредит».

Рассмотрим пример. Пусть банк выдает кредит в 5 млн руб. сроком на 5 лет. Вероятность невозврата кредита примем равной 5 %. Какую процентную ставку необходимо установить банку, чтобы в получить прибыль, не меньше минимальной?

Обозначим ставку, измеряемую в долях от единицы через р. Прибыль банка является величиной случайной, так как кредит вместе с процентами клиентом может быть возвращен, а может и нет. Закон распределения этой случайной величины следующий:

$$p=0{,}95;\ q=0{,}05.$$

Вероятность возврата кредита – 0,95. Оставшиеся 0,05 – это риск того, что кредит не будет возвращен, а банк понесет потери в сумме 5 млн.руб. Для того, чтобы узнать, какую ставку k процента нужно установить, составим неравенство:

$$PC(1+0{,}01k) - (1-p)C \geq 0,$$

Откуда

$$P(1+0{,}01k+1) - 1 \geq 0,$$

$$2+0{,}01k \geq 1/P;$$

$$k \geq (-2+1/P) \times 100;$$

$$k \geq 200(p-1)/p \approx 10{,}53.$$

То есть, банк должен установить процентную ставку k не меньше 10,53 % для того, чтобы свести риски к минимуму.

Инструменты математической статистики применяются не только при кредитовании, но и при страховании. Как известно, наступление страхового случая является случайным событием. Только используя математическую статистику можно провести зависимость между величиной страхового взноса и вероятностью наступления страхового случая. Рассмотрим следующий пример.

Можно в качестве примера привести работу страховых компаний. Пусть страховая компания заключает договоры страхования на один год на сумму L руб. Известно, что страховой случай произойдет с вероятностью p и не произойдет с вероятностью $1 - p = q$. Составим закон распределения индикативной случайной величины X.

Таблица 1

0	1
q	p

Здесь, $x=1$ – наступление страхового случая с вероятностью p; $x=0$ – ситуация, когда страховой случай не наступил, с вероятностью q.

X_i – количество наступивших страховых случаев у i-го страхователя. Обозначим через n количество клиентов, с которыми страховая компания заключила договор.

Таким образом, $MX_i = p$, $DX_i = MX_i^2 - (MX_i)^2 = pq$. Значит, $MX = np$ и $DX = npq$. Из этого следует, что величина X распределена по биномиальному закону. Компания при наступлении страховых случаев обязана будет выплатить страховые возмещения в сумме npL рублей. Для того, чтобы баланс страховой компании оказался хотя бы нулевым, необходимо с каждого получить первоначальный взнос по pL рублей (т.е. $100p$ % от L). Но величина страховых возмещений может быть как больше страховых взносов, так и меньше. В первом случае компания останется в убытке, во втором – получит прибыль. Для того, чтобы обезопасить себя, компаниям нужно установить сумму первоначального взноса чуть большей, чем рассчитано. Тогда, пусть $\tilde{p}$ _ реальная ставка процента, с условием, что $\tilde{p} > p$. Следовательно, компания берет с n клиентов не npL руб., а $n\tilde{p}L$ руб. Эта сумма предназначена для того, чтобы покрыть убытки от наступления страхового случая у $n\tilde{p}$ страхователей. Пусть γ – вероятность того, что страховая компания не получит потерь. В этом случае вероятность наступления не более, чем $n\tilde{p}$ страховых случаев будет равна $P\left(x < n\tilde{p}\right) = Z$.

Имеем

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} \int_{-\infty}^{n\tilde{p}} e^{\frac{-(x-np)^2}{2npq}} dx =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{n(\tilde{p}-p)}{\sqrt{npq}}} e^{(\frac{x-np}{x\sqrt{npq}})^2} d(\frac{x-np}{\sqrt{npq}}) =$$

$$= \frac{1}{2} + \Phi(\frac{n(\tilde{p}-p)}{\sqrt{npq}}),$$

где Ф – это функция Лапласа. Теперь мы можем определить реальную страховую ставку $\tilde{p}$. Пусть

γ = 0,99 (т.е. страховая компания не разорится с вероятностью 99%), p= 0,01 и число клиентов n = 1000. При помощи таблицы значений функции Лапласа имеем, что

$$\frac{n(p-\tilde{p})}{\sqrt{npq}} = 2,25 .$$

Отсюда следует, что $\tilde{p} \approx 0,018$. Таким же способом можно определить оптимальный размер инвестиций, результат которых без статистических исследований вычислить невозможно.

Можно объединить вышеизложенные примеры. Известно, что для того, чтобы избежать убытков, банки при выдаче кредитов приобретают страховые полисы. Как же применить математическую статистику в этом случае?

Пусть банк выдает кредиты по 3 млн руб. под 15% сроком на год. Вероятность того, что кредит не будет возвращен, равна 0,03. Чтобы снизить риски банк покупает страховой полис на каждый из кредитов на L млн. руб., выдавая страховой компании страховую премию в 4%. Оценить среднюю прибыль банка с одного кредита, если L=3 (если страховой полис выдан на 3 млн руб.) Обозначим величину

$$D = -0,04\ S + X,$$

где 0,04 L – суммы, выплачиваемые банком страховой компании; X – случайная величина – сумма доходов и убытков кредитующей организации, закон распределения которой выглядит так.

Таблица 2

0,45 млн руб.	L – 3 млн руб.
0,97	0,03

Из этого следует, что

$$D = \ -0,04L + MX =$$
$$= -0,04S + 0,45 \cdot 0,97 + 0,03(L-3) =$$
$$= -0,04L + 0,4365 + 0,03L - 0,09 =$$
$$= -0,01L + 0,3465.$$

То есть, при приобретении банком страхового полиса на сумму 3 млн. рублей, прибыль банка составит 0,3165 млн. рублей.

Таким образом, мы выяснили, что аппарат теории вероятностей и математической статистики широко используется во всех областях экономической сферы и является незаменимым средством достижения наибольшей эффективности экономики в целом.

Список литературы

1. Литвин Д.Б., Шайтор А.К., Роговая Н.А. Метод коррекции свойств объекта управления // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем: сб. науч. статей по материалам III Междунар. науч.-практ. конф. – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 5–8.

2. Система контроля условий транспортировки ценных грузов / Д.Б. Литвин, И.П. Шепеть, С.М. Бражнев, К.А. Протасов, Е.Д. Литвина // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: сб. науч. статей по материалам Междунар. науч.-практ. конф. – Ставрополь: СтГАУ, 2014. – С. 184–186.

3. Экономико-математическое моделирование факторов экономического анализа посредством метода линейного программирования / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, З. Г. Донец. // Аграрная наука, творчество, рост. 2014. – С. 329–332.

4. Решение систем алгебраических уравнений в среде MATLAB / И.П. Шепеть, С.М. Бражнев, Д.Б. Литвин, Е.Д. Литвина, К.А. Протасов // Инновационные направления развития в образовании, экономике, технике и технологиях: сб. науч. статей в 2-х ч. по материалам Междунар. науч.-практ. конф.; под общ. науч. ред. д.т.н., проф. В.Е. Жидкова. – Ставрополь, 2014. Ч. 1. – С. 158–162.

5. Литвин Д.Б., Цыплакова О.Н., Родина Е.В. Моделирование экономических процессов в пространстве состояний // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: сб. науч. тр. по материалам Международной науч.-практ. конф. Ставрополь. – 2014. – С. 62–66.

6. Метод повышения точности измерения векторных величин / Д.В. Бондаренко, С.М. Бражнев, Д.Б. Литвин, А.А. Варнавский // НаукаПарк, 2013. – № 6 (16). – С. 66–69.

7. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Анализ и оценка приоритетности разделов математических дисциплин, изучаемых студентами экономических специальностей аграрных вузов // Вестник АПК Ставрополья. 2013. – № 1 (9). – С. 6–10.

8. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Государственное регулирование в системе агробизнеса // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона: сб. науч. тр. по материалам Ежегодной 76-й науч.-практ. конф. (г. Ставрополь, 24 апреля 2012 г.). – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 202–207.

9. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Применение операционного исчисления в моделировании экономических систем // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 263–265.

10. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Совершенствование экономических механизмов для решения проблем экологической безопасности // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона, 2013. – С. 68–71.

11. Литвин Д.Б., Дроздова Е. А. Математическое моделирование в среде визуального программирования // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 77–78.

12. Литвин Д.Б., Шепеть И.П. Моделирование роста производства с учетом инвестиций и выбытием фондов // Социально-экономические и информационные проблемы устойчивого развития региона: Международная науч.-практ. конф., 2015. – С. 114-116.

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Васильева В.А., Максимова Е.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

В современных рыночных условиях функционирования экономики широкое применение получили различные математические методы моделирования. Объясняется это тем, что математические методы прочно утвердились в любой экономической науке, в силу того, что их использование способно открыть новые дополнительные возможности в экономической практике и теории. Любой современный экономист обязан разбираться в экономико-математических методах, так как именно знание математических моделей способствует лучшему пониманию причин возникновения различных экономических ситуаций, а также позволяет осознавать и сопоставлять возникающие закономерности и правильно прогнозировать последствия принимаемых экономических решений. Применение математических методов подразумевает использование линейных моделей математического программирования.

Линейное программирование – это сектор математики, который занимается разработкой теории и численных методов решения задач по определению экстремума линейной функции множества переменных при наличии определенных линейных ограничений, связывающие данные переменные. Актуальность и значимость линейного программирования заключается в его способности решить широкий круг вопросов и проблем экономики по поиску наилучшего решения данных проблем. В частности линейное программирование используется в таких сферах, как планирование товароснабжения города (района), планирование производства предприятия, планирование товарооборота, оптимальной нагрузки оборудования и так далее.

Задача линейного программирования заключается в нахождении максимума или минимума линейной функции

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_jx_j + c_nx_n \to \max\ (\min) \qquad (1)$$

при существующих ограничениях