$\gamma = 0{,}99$ (т.е. страховая компания не разорится с вероятностью 99%), $p = 0{,}01$ и число клиентов $n = 1000$. При помощи таблицы значений функции Лапласа имеем, что

$$\frac{n(p-\tilde{p})}{\sqrt{npq}} = 2{,}25\,.$$

Отсюда следует, что $\tilde{p} \approx 0{,}018$. Таким же способом можно определить оптимальный размер инвестиций, результат которых без статистических исследований вычислить невозможно.

Можно объединить вышеизложенные примеры. Известно, что для того, чтобы избежать убытков, банки при выдаче кредитов приобретают страховые полисы. Как же применить математическую статистику в этом случае?

Пусть банк выдает кредиты по 3 млн руб. под 15% сроком на год. Вероятность того, что кредит не будет возвращен, равна 0,03. Чтобы снизить риски банк покупает страховой полис на каждый из кредитов на L млн. руб., выдавая страховой компании страховую премию в 4%. Оценить среднюю прибыль банка с одного кредита, если L=3 (если страховой полис выдан на 3 млн руб.) Обозначим величину

$$D = -0{,}04\,S + X,$$

где 0,04 L – суммы, выплачиваемые банком страховой компании; X – случайная величина – сумма доходов и убытков кредитующей организации, закон распределения которой выглядит так.

Таблица 2

0,45 млн руб.	L – 3 млн руб.
0,97	0,03

Из этого следует, что

$$D = -0{,}04L + MX =$$
$$= -0{,}04S + 0{,}45 \cdot 0{,}97 + 0{,}03(L-3) =$$
$$= -0{,}04L + 0{,}4365 + 0{,}03L - 0{,}09 =$$
$$= -0{,}01L + 0{,}3465.$$

То есть, при приобретении банком страхового полиса на сумму 3 млн. рублей, прибыль банка составит 0,3165 млн. рублей.

Таким образом, мы выяснили, что аппарат теории вероятностей и математической статистики широко используется во всех областях экономической сферы и является незаменимым средством достижения наибольшей эффективности экономики в целом.

Список литературы

1. Литвин Д.Б., Шайтор А.К., Роговая Н.А. Метод коррекции свойств объекта управления // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем: сб. науч. статей по материалам III Междунар. науч.-практ. конф. – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 5–8.

2. Система контроля условий транспортировки ценных грузов / Д.Б. Литвин, И.П. Шепеть, С.М. Бражнев, К.А. Протасов, Е.Д. Литвина // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: сб. науч. статей по материалам Междунар. науч.-практ. конф. – Ставрополь: СтГАУ, 2014. – С. 184–186.

3. Экономико-математическое моделирование факторов экономического анализа посредством метода линейного программирования / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, З. Г. Донец. // Аграрная наука, творчество, рост. 2014. – С. 329–332.

4. Решение систем алгебраических уравнений в среде MATLAB / И.П. Шепеть, С.М. Бражнев, Д.Б. Литвин, Е.Д. Литвина, К.А. Протасов // Инновационные направления развития в образовании, экономике, технике и технологиях: сб. науч. статей в 2-х ч. по материалам Междунар. науч.-практ. конф.; под общ. науч. ред. д.т.н., проф. В.Е. Жидкова. – Ставрополь, 2014. Ч. 1. – С. 158–162.

5. Литвин Д.Б., Цыплакова О.Н., Родина Е.В. Моделирование экономических процессов в пространстве состояний // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: сб. науч. тр. по материалам Международной науч.-практ. конф. Ставрополь. – 2014. – С. 62–66.

6. Метод повышения точности измерения векторных величин / Д.В. Бондаренко, С.М. Бражнев, Д.Б. Литвин, А.А. Варнавский // НаукаПарк, 2013. – № 6 (16). – С. 66–69.

7. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Анализ и оценка приоритетности разделов математических дисциплин, изучаемых студентами экономических специальностей аграрных вузов // Вестник АПК Ставрополья. 2013. – № 1 (9). – С. 6–10.

8. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Государственное регулирование в системе агробизнеса // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона: сб. науч. тр. по материалам Ежегодной 76-й науч.-практ. конф. (г. Ставрополь, 24 апреля 2012 г.). – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 202–207.

9. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Применение операционного исчисления в моделировании экономических систем // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 263–265.

10. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Совершенствование экономических механизмов для решения проблем экологической безопасности // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона, 2013. – С. 68–71.

11. Литвин Д.Б., Дроздова Е. А. Математическое моделирование в среде визуального программирования // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 77–78.

12. Литвин Д.Б., Шепеть И.П. Моделирование роста производства с учетом инвестиций и выбытием фондов // Социально-экономические и информационные проблемы устойчивого развития региона: Международная науч.-практ. конф., 2015. – С. 114-116.

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Васильева В.А., Максимова Е.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

В современных рыночных условиях функционирования экономики широкое применение получили различные математические методы моделирования. Объясняется это тем, что математические методы прочно утвердились в любой экономической науке, в силу того, что их использование способно открыть новые дополнительные возможности в экономической практике и теории. Любой современный экономист обязан разбираться в экономико-математических методах, так как именно знание математических моделей способствует лучшему пониманию причин возникновения различных экономических ситуаций, а также позволяет осознавать и сопоставлять возникающие закономерности и правильно прогнозировать последствия принимаемых экономических решений. Применение математических методов подразумевает использование линейных моделей математического программирования.

Линейное программирование – это сектор математики, который занимается разработкой теории и численных методов решения задач по определению экстремума линейной функции множества переменных при наличии определенных линейных ограничений, связывающие данные переменные. Актуальность и значимость линейного программирования заключается в его способности решить широкий круг вопросов и проблем экономики по поиску наилучшего решения данных проблем. В частности линейное программирование используется в таких сферах, как планирование товароснабжения города (района), планирование производства предприятия, планирование товарооборота, оптимальной нагрузки оборудования и так далее.

Задача линейного программирования заключается в нахождении максимума или минимума линейной функции

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_jx_j + c_nx_n \to \max\,(\min) \qquad (1)$$

при существующих ограничениях

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1j}x_j + \ldots + a_{1n}x_n \{\le, =, \ge\} b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2j}x_j + \ldots + a_{2n}x_n \{\le, =, \ge\} b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mj}x_j + \ldots + a_{mn}x_n \{\le, =, \ge\} b_m, \end{cases} \quad (2)$$

$$x_j \ge 0, j = \overline{1, n}, \quad (2.1)$$

где $x_j\,(j = \overline{1,n})$ – неизвестные переменные; a_{ij}, b_i, c_j – заданные постоянные величины.

Равноценная запись данной задачи с помощью знака суммирования имеет вид:

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max(\min)$$

$$F = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \{\le, =, \ge\} b_i, i = \overline{1, m},$$

$$x_j \ge 0, j = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Функцию F в данном случае называют целевой функцией, либо линейной формой или критерием оптимальности. Система ограничений (2) определяется как функциональные ограничения задачи линейного программирования, а ограничения (2.1) являются прямыми.

При условии того, что в математической модели задачи линейного программирования (1) и (2.1) ограничения (2) заданы только в форме равенств, то итоговая задача будет называться канонической задачей линейного программирования. Если же данные ограничения заданы только в форме неравенств, то она определяется как стандартная (симметричная) задача линейного программирования.

Объединение неизвестных значений

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

которые удовлетворяют системе ограничений (2) и (2.1), понимают как допустимое решение либо же, как план задачи линейного программирования, иначе говоря, ограничения (2) и (2.1) определяют область допустимых решений. Допустимое решение задачи называется оптимальным в случае, если оно обеспечивает максимальное или минимальное значение целевой функции F.

Необходимо также отметить, что всякую задачу линейного программирования можно свести к канонической форме. Это достигается за счет преображения любого неравенства вида «меньше или равно» в равенство путем добавления к его левой части вспомогательной неотрицательной переменной, однако неравенство вида «больше или равно» необходимо вычесть из его левой части вспомогательной неотрицательной переменной. Следует учитывать, что возможен случай, когда на какую-либо неизвестную x_s не наложено условие неотрицательности, тогда ее можно заменить двумя неотрицательными величинами u_s и v_s, приняв $x_s = u_s - v_s$.

Рассмотрим конкретный пример создания экономика – математической модели задачи линейного программирования. Для этого необходимо пройти следующие этапы:

1. Обозначение всех переменных;
2. Составление целевой функции с учетом целей линейной задачи;
3. Составить систему ограничений, исходя из имеющихся показателей и их количественных закономерностей.

Необходимо помнить, что в ходе записи модели необходимо обязательно учитывать единицы измерения переменных, как целевой функции, так и задачи и всех ограничений.

Задача. Кондитерский комбинат освоил выпуск новых видов конфет: «Любимые» и «Пчелка». Ожидаемый спрос на данные продукты составляет не больше 15 и 12 т в месяц. Так как данный комбинат помимо прочего также выпускает традиционные виды продукции, каждый из 4 цехов способен выделить на производство новых видов конфет ограниченное количество времени. Выделяемые месячные ресурсы времени и затраты каждого цеха по осуществлению технологического процесса при выработке 1 т конфет каждого вида представлены в таблице. В ней также показаны оптовые цены конфет. Необходимо определить наиболее оптимальный объем выпуска каждого вида конфет, при котором будет получена максимальная прибыль комбината.

Построение математической модели. В приведенной задаче необходимо установить, сколько каждого вида конфет нужно производить в текущем месяце. Следовательно, искомыми переменными являются объемы выпуска каждого вида конфет. Отсюда x_1 – объем выпуска конфет «Любимые», а x_2 – объем выпуска конфет «Пчелка».

Исходные данные

Номер цеха	Затраты времени на выработку 1 т, ч		Временные ресурсы, ч
	«Любимые»	«Пчелка»	
1	2	7	66
2	3	5	45
3	2	4	58
4	1	6	72
Оптовая цена, тыс. руб. / т	156	168	

Из условия задачи определяем цель, в нашем случае это достижение максимальной прибыли в ходе реализации производимого продукта. Для того чтобы рассчитать объем прибыли от продажи конфет, необходимо знать объемы производства, то есть x_1 и x_2 (т) конфет обоих видов, а также оптовые цены. Согласно приведенным в табл. 1 данным, прибыль от реализации конфет «Любимые» равна 156 x_1 тыс. руб. в месяц, а от реализации конфет «Пчелка» – 168 x_2 тыс. руб. в месяц. Благодаря данным значениям можем записать целевую функцию:

$$F = 156\,x_1 + 168x_2 \to \max \text{ (тыс. руб./мес.)}$$

Ограничения заключаются в следующем:

Объемы производства конфет не могут быть отрицательными;

Затраты временных ресурсов каждого цеха не могут быть больше месячного лимита времени по отдельно взятому цеху;

Согласно результату ожидаемого спроса объем изготовляемых конфет не должен превышать 15 тон для вида «Любимого» и 12 тон – для «Пчелки».

То есть все ограничения можно подразделить на три вида: временные затраты; неотрицательность объемов изготовляемой продукции; рыночный спрос на конфеты;

Запишем все ограничения в математическом виде:

Левая часть ограничений представляет собой время, затраченное каждым цехом на производство конфет в течение месяца в количестве x_1 и x_2 тонн. Правая же часть состоит из временных ресурсов (лимита времени) рабочего времени каждого цеха. Соответственно, ограничение по цехам имеет вид:

$$2x_1 + 7x_2 \le 66 \text{ (ч/мес.)};$$

$$3x_1 + 5x_2 \le 45 \text{ (ч/мес.)};$$

$$2x_1 + 4x_2 \le 58 \text{ (ч/мес.)};$$

$$1x_1 + 6x_2 \le 72 \text{ (ч/мес.)}.$$

Неотрицательность объемов изготовляемой продукции определяется как:

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$$

Ограничения по объему производства конфет, исходя из рыночного спроса, имеют вид:

$$x_1 \le 15,\ x_2 \le 12.$$

Обобщая вышеизложенное, математическая модель задачи линейного программирования будет иметь следующий вид:

$$F = 156\,x_1 + 168x_2 \to \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 \le 66; \\ 3x_1 + 5x_2 \le 45; \\ 2x_1 + 4x_2 \le 58; \\ 1x_1 + 6x_2 \le 72; \\ x_1 \le 15; \\ x_2 \le 12 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$$

Подводя итог, необходимо отметить особую роль линейного программирования в математических моделях, так как именно оно способствует наиболее эффективному принятию оптимального решения в серьезных экономических проблемах.

Список литературы

1. Литвин Д.Б., Цыплакова О.Н., Родина Е.В. Моделирование экономических процессов в пространстве состояний // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: сборник статей Международной научно-практической конференции / Отв. за вып. АГ. Иволга; ФБГОУ ВПО «Ставропольский государственный аграрный университет», 2014. – С. 62-66.

2. Цыплакова О.Н., Салпагарова Ф.А.-А., Богданова А.А. Экономико-математическое моделирование в исследовании объектов // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 180-181.

3. Долгополова А.Ф., Мелешко С.В., Цыплакова О.Н. Применение анализа чувствительности модели при восстановлении финансового равновесия предприятия // Аграрная наука Северо-Кавказскому федеральному округу: Сборник научных трудов по материалам 80-й Ежегодной научно-практической конференции / Ставропольский государственный аграрный университет; редколлегия: Е.И. Костюкова, М.Г. Лещева, А.Н. Герасимов, Ю.М. Склярова, Н.В. Кулиш, И.И. Глотова, Д.Б. Литвин, А.В. Фролов. – 2015. – С. 98-103.

МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА МНОГООТРАСЛЕВОЙ ЭКОНОМИКИ

Галаян Ю.В., Манелов Н.Л.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Балансовый анализ преследует цель увеличения эффективности ведения многоотраслевого хозяйства, отвечает на вопрос, какой объем продукции должна производить каждая из n отраслей, чтобы этот объем удовлетворял все потребности в производимой продукции. В макроэкономике это достаточно сложная проблема, если учитывать тот факт, что каждая отрасль выступает и в роли производителя, и в роли потребителя продукции, произведенной и в своей отрасли, и в других отраслях. Для решения этой задачи существуют таблицы межотраслевого баланса. И только в 1936 году Василием Васильевичем Леонтьевым, знаменитым американским экономистом, была создана математическая модель, позволяющая анализировать эти таблицы, – модель многоотраслевой экономики.

Допустим, что рассматривается конечное количество *n* отраслей, и каждая производит свой определенный товар. Часть произведенного идет на удовлетворение внутренних потребностей отрасли и внутрипроизводственного потребления другими отраслями, а часть – на личное и общественное потребление вне производственной сферы.

Пусть x_i– это валовой (общий) объем продукции, производимый *i*-й отраслью, x_{ij}– это объем продукции, произведенной *i*-й отраслью и потребляемой *j*-й отраслью при производстве продукции объемом x_j, а y_i – это объем продукции, произведенной *i*-й отраслью для непроизводственного потребления (продукт конечного потребления).

Так, балансовый принцип связи отраслей производства заключается в том, что количество продукции, произведенной *i*-й отраслью, должно быть равно количеству продукции, потребляемой в производственной и непроизводственной сферах в сумме.Из-за этого уравнение соотношения баланса в форме простого сложения (гипотеза линейности) выглядит так:

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in} + y_i,$$

где $i = 1,2, \ldots, n$

Далее Леонтьев замечает, что отношение x_{ij} к x_j меняется мало из-за того, что технология производства не меняется, то есть отношение потребляемого *j*-й отраслью объема продукции в процессе производства к объему произведенной ею продукции является технологической константой, обозначаемой a_{ij} и называемой коэффициентом прямых затрат: