

При  $p = p(q)$  — произвольной кривой спроса, предельный доход ( $r'_q$ ) равен:

$$r'_q = r'_q = (pq)'_q = p \left( 1 + \frac{q}{p} p'_q \right) = p(1 + E_q(p)),$$

или иначе

$$r'_q = p \left( 1 - \frac{1}{|E_q(p)|} \right) \text{ так как } E_p(q) < 0.$$

С возрастанием цены  $p$  суммарный доход от продажи продукции увеличивается (при эластичном спросе ( $|E_x(q)| < 1$ , то  $r'_q < 0$ )) или уменьшается (при неэластичном спросе ( $|E_x(q)| > 1$ , то  $r'_q > 0$ )).

Пример: даны функции спроса  $q = \frac{p+8}{p+2}$  и предложения  $s = p + 0,5$ , где  $p$  — цена товара,  $q$  — количество покупаемого товара (спрос), а  $s$  — количество предлагаемого товара (предложение). Найти рыночную цену и эластичность спроса и предложения для этой цены.

Решение. Рыночную цену найдем с помощью равенства  $q$  и  $s$ :

$$\frac{p+8}{p+2} = p+5 \Rightarrow p = 2 \text{ (ден. ед.)}$$

Эластичность спроса и предложения найдем по формуле

$$E_p(q) = -\frac{6p}{(p+2)(p+8)}$$

эластичность предложения,  $E_p(s) = \frac{2p}{2p+1}$  — эластичность предложения.

Т.к.  $p = 2$ , то  $E_{p=2}(q) = -0,3$ , а  $E_{p=2}(s) = 0,8$ . Значит, спрос и предложение на этот товар при рыночной цене являются неэластичными: при увеличении цены на 1% спрос уменьшится на 0,3%, а предложение возрастет на 0,8%.

В ходе работы показана актуальность теории пределов при нахождении показателей в различных экономических ситуациях. Следовательно, теория пределов играет важную роль не только в математике, но и в экономике.

**Список литературы**

1. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. — М.: АСТ: Астрель, 2006. — 301 с.

2. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. — М., 2007. — 145-187 с.  
 3. Музенитов Ш.А., Синельников М.Б., Музенитов Э.Ш. Математическая экономика. — Ставрополь, 2003. — 11-75 с.  
 4. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Совершенствование математической подготовки студентов аграрных вузов // Инновационные векторы современного образования, 2012. — С. 11-16.  
 5. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б., Донец З.Г. Экономико-математическое моделирование факторов экономического анализа посредством метода линейного программирования // Аграрная наука, творчество, рост: Сборник научных трудов по материалам IV Международной научно-практической конференции / Отв. за вып. Башкатова Т.А., 2014. — С. 329-332.  
 6. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Анализ и оценка приоритетности разделов математических дисциплин, изучаемых студентами экономических специальностей аграрных вузов // Вестник АПК Ставрополя. 2013. — № 1 (9). — С. 6-10.

**ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДСТВ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ ПРИ РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Герасимова А.С.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Дискретная математика или дискретный анализ — направление в математике, соединяющее отдельные ее сегменты, ранее сформировавшиеся как самостоятельные теории. К ним можно отнести математическую логику и теорию множеств, графов, кодирования, автоматов. Дискретная математика исследует объекты, чаще всего не имеющие ни физической, ни числовой интерпретации. В классической математике закономерности можно представить соотношений, а характеристики реальных объектов можно представить в виде чисел. В отличие от настоящих характеристик информационных объектов могут послужить такие понятия, как «структура», «отношение», «связь». Чаще всего объекты информатики рассматриваются в виде некоторых знаков, над которыми можно произвести различные операции.

В данное время в обществе возникают разногласия, не позволяющие методами классической высшей математики моделировать интеллектуальные и кибернетические системы. Следовательно, появилась дискретная математика, которая работает для описания основных систем информационного периода. Дискретная математика является основой проектирования цифровых электронных устройств. Первостепенные применения дискретной математики в данной области будут связаны с именами К.Э. Шеннона, В.А. Котель-

никова, В.И. Шестакова. Появление математической теории управляющих систем приводит к развитию более новых разделов дискретной математики, таких как: теория сложности, теория надежности схем, теория автоматов и многих других. Большой вклад в дискретную математику сделали С.В. Яблонский, Дж. фон Нейман, А.А. Ляпунов, О.Б. Лупанов.

В экономике присутствует огромное количество отраслей, использующие способы дискретной математики. К ним можно отнести эконометрику, логистику, и математическое моделирование. Таким способом, в эконометрике булевы переменные применяют в исследовании регрессионной модели с переменными структурами и в построениях регрессионной модели по неоднородным данным. В таком случае мы рассматриваем только единственное уравнение регрессии, куда вводят булевы переменные, характеризующие факторы подлежащие изменению. Этот способ благоприятен для того, чтобы выявить зависимость модели от различных факторов. Теория графов обширно применяется в логистике для описания потоков, задания маршрутов. Например, схему дорог будет удобно предложить в виде ориентированного графа, и известными нам способами мы сможем выбрать наиболее короткую дорогу. В наше время, прокладывая маршрут, надо брать и пропускную способность магистралей, интерпретируя маршруты в графы, возможно, получать экономически выгодные решения. С помощью теории нечетких множеств, методом нечеткого предпочтения, мы выбираем конкурентоспособный продукт или услугу. Поэтому данная теория используется в маркетинге, при исследовании рынка всевозможных финансовых благ.

Нам дана задача. Расстояние между городами Буденовском и Георгиевском 6 км, между Буденовском и Эссентуки – 7 км, между Буденовском и Железноводском – 20 км, между Буденовском и Кисловодском – 12 км, между Буденовском и Пятигорском – 10 км. Расстояние между Георгиевском и Эссентуками составляет 5 км, между Георгиевском и Железноводском – 7 км, между Георгиевском и Кисловодском – 9 км, между Георгиевском и Пятигорском – 16 км. Расстояние между Эссентуками и Железноводском – 4 км, между Эссентуками и Кисловодском – 10 км, между Эссентуками и Пятигорском – 12 км. Расстояние между Железноводском и Кисловодском 3 км, между Железноводском и Пятигорском расстояние в 15 км. Расстояние между Кисловодском и Пятигорском будет составлять 6 км, между Кисловодском и Пятигорском – 4 км, между Пятигорском и Эссентуками – 11 км, между Пятигорском и Кисловодском – 21 км. Так как Николаю надо побывать во всех 6 городах по одному разу, возвратиться в начальный пункт, тонужно найти маршрут, при котором расстояние в сумме будет минимальным.

Эту задачу можно решить венгерским способом, способом совершенного пар о сочетания.

$$Z_1 = \begin{pmatrix} - & 6 & 7 & 20 & 12 & 10 \\ 6 & - & 5 & 7 & 9 & 16 \\ 7 & 5 & - & 4 & 10 & 12 \\ 20 & 7 & 4 & - & 3 & 15 \\ 2 & 9 & 10 & 6 & - & 4 \\ 10 & 16 & 11 & 15 & 21 & - \end{pmatrix}.$$

Составленная матрица  $Z$  будет отображать расстояние между городами, где  $Z_{ij}$  – дистанция между городом  $i$  и городом  $j$  ( $i \neq j$ ), в случае  $i = j$  поставим – так как дорога не будет существовать.

Данная матрица построена с целью получения в каждой строке и столбце не менее одного наиболее краткого пути. Для этого в каждой строке матрицы  $Z$  от каждого элемента будет отниматься минимальное значение элемента данной строки:

$$Z_2 = \begin{pmatrix} - & 0 & 1 & 14 & 6 & 4 \\ 1 & - & 0 & 2 & 4 & 11 \\ 3 & 1 & - & 0 & 6 & 8 \\ 7 & 4 & 1 & - & 0 & 12 \\ 8 & 5 & 6 & 2 & - & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 5 & 11 & - \end{pmatrix}.$$

Вычисляем коэффициент приведения, который равен сумме всех минимальных элементов матрицы  $Z$ , вычитаемые из строк и столбцов:

Коэффициент приведения равен

$$6+5+4+3+4+10=32.$$

Рассчитываются коэффициенты значимости для каждого занулившегося элемента, где  $Z_{ij}$  – элемент приведенной матрицы.

$$K_{ij} = \min_i Z_{ij} + \min_j Z_{ij}.$$

Коэффициенты значимости примут значения:

$$K_{1,2} = 1+1 = 2, \quad K_{2,3} = 2, \quad K_{3,4} = 1+2 = 3,$$

$$K_{4,5} = 5, \quad K_{5,6} = 2, \quad K_{5,6} = 2+4 = 6.$$

Из данной матрицы нам нужно убрать строку и столбец, содержащий элемент с максимальным коэффициентом значимости. В этом случае этим элементом будет являться  $Z=5,6$ : коэффициент значимости равен 6. Для элемента  $Z=5,6$  установим значение 1, то есть  $a_{5,6} = 1$ .

$$Z_3 = \begin{pmatrix} - & 0 & 1 & 14 & 6 \\ 1 & - & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & - & 0 & 6 \\ 7 & 4 & 1 & - & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 5 & - \end{pmatrix}.$$

Коэффициенты значимости:

$$K_{1,2} = 2, \quad K_{2,3} = 2, \quad K_{4,5} = 5, \quad K_{6,1} = 2,$$

$$K_{3,4} = 3, \quad Z_{4,5} = 1.$$

$$Z_4 = \begin{pmatrix} - & 0 & 1 & 14 \\ 1 & - & 0 & 2 \\ 3 & 1 & - & 0 \\ 0 & 6 & 1 & - \end{pmatrix}.$$

Коэффициент значимости:

$$K_{1,2} = 2, \quad K_{6,1} = 2, \quad K_{3,4} = 3, \quad K_{2,3} = 2, \quad Z_{4,5} = 1.$$

$$Z_5 = \begin{pmatrix} - & 0 & 1 \\ 1 & - & 0 \\ 0 & 6 & - \end{pmatrix}.$$

Коэффициент значимости:

$$K_{1,2} = 7, \quad K_{6,1} = 7, \quad K_{2,3} = 2, \quad K_{2,3} = 2, \quad a_{1,2} = 2,$$

$$Z_{6,1} = 1, \quad Z_{2,3} = 1.$$

Таким образом, в маршрут вошли ребра: {Кисловодск, Пятигорск}, {Железноводск, Кисловодск}, {Ессентуки, Железноводск}, {Буденновск, Георгиевск}, {Пятигорск, Буденновск}, {Георгиевск, Ессентуки}. Все городаобъединились.

Протяженность составляет  $w(\{Кисловодск, Пятигорск\}) + w(\{Железноводск, Кисловодск\}) + w(\{Ессентуки, Железноводск\}) + w(\{Буденновск, Георгиевск\}) + w(\{Георгиевск, Ессентуки\}) = 4 + 3 + 4 + 6 + 10 + 5 = 32$ .

Дорога Николая пройдет по следующему маршруту: {Буденновск, Георгиевск}, {Георгиевск, Ессентуки}, {Ессентуки, Железноводск}, {Железноводск, Кисловодск}, {Кисловодск, Пятигорск}, {Пятигорск, Буденновск}, и с возвращением домой в Буденновск составит  $32 + 10 = 42$  км.

**Список литературы**

1. Исследование операций (учебное пособие) / Р.В. Крон, С.В. Попова, Е.В. Долгих, Н.Б. Смирнова // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 11-1. – С. 118–119.
2. Немцова А.В., Попова С.В. Применение средств матричной алгебры для решения задач экономического содержания // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 171–172.
3. Попова С.В., Смирнова Н.Б. Элементы алгоритмизации в процессе обучения математике в высшей школе // Современные проблемы развития экономики и социальной сферы: сборник материалов Международной научно-практической конференции, посвященной 75-летию Ставропольского государственного аграрного университета. Ответственный редактор: Н.В. Кулиш. 2005. – С. 526–531.
4. Попова С.В., Колодяжная Т.А. Применение алгоритмов при обучении математике в вузе // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем / Даугавпилсский университет, Латвия, Европейский Союз, Беларуский государственный университет, Беларусь, Днепропетровский университет экономики и права, Украина, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия, Санкт-Петербургский государственный политехнический университет Северо-Кавказский государственный технический университет, Ставропольский государственный университет, Ставропольский государственный аграрный университет. – Ставрополь, 2011. – С. 278–281.
5. Смирнова Н.Б., Попова С.В. Модели, подходы к классификации моделей // Экономика регионов России: анализ современного состояния и перспективы развития: сборник научных трудов по материалам Ежегодной 69-й научно-практической конференции, посвященной 75-летию СтГАУ / Ответственный редактор: Кулиш Н.В., 2005. – С. 181–185.
6. Математика (учебное пособие) / Р.В. Крон, С.В. Попова, Е.В. Долгих, Н.Б. Смирнова // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 11-1. – С. 114–115.
7. Одукалец А.А., Хорошман П.А. Применение методов дискретной математики в экономике // Международный студенческий научный вестник. – 2015. – № 3-4. – С. 475–477.
8. Невидомская И.А., Копылова Е.П., Сотникова Ю.Д., Нивинская С.И. Применение дискретной математики при решении задач экономического содержания // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 169–171.
9. Борисов С.А., Плеханова А.Ф. Применение инновационных математических методов в социально-экономическом прогнозировании // Труды НИТУ им. Р.Е. Алексеева. – 2012. – № 2 (95). – С. 258–264.
10. Зепнова Н.Н., Кузьмин О.В. Применение методов дискретной математики при решении логических задач // Омский научный вестник. – 2014. – № 2 (130). – С. 14–17.
11. Карнаухова А.А., Долгополова А.Ф. Использование теории графов при решении задач в экономике // Международный студенческий научный вестник. – 2015. – № 3-4. – С. 468–469.
12. Смирнова Н.Б., Демьянчук У.В. Применение математики в экономике // Культура и общество: история и современность материалы II Всероссийской (с международным участием) научно-практической конференции под редакцией: Колосовой О.Ю., Гуларенко Р.Ф., Ряснянской Н.А., Красиковой Е.А. – Ставрополь, 2013. – С. 145–148.
13. Попова С.В. Формирование алгоритмической культуры у студентов на занятиях по математике // Экономика регионов России: анализ современного состояния и перспективы развития: Сборник научных трудов по материалам ежегодной 68-й научно-практической конференции / Ответственный редактор Кулиш Н.В., 2004. – С. 423–426.

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ТЕОРИИ ГРАФОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Гурова Д.Г.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Теория графов – это раздел дискретной математики, который изучает характеристики графов. Она имеет очень широкое практическое применение. За-

частую, задачи, которые возникают в экономике, химии, электротехнике, планировании транспортных перевозок, управлении предприятием, торговле и образовании, можно сформулировать как задачу теории графов.

Теория графов также находит свое приложение, к примеру, в геоинформационных системах (ГИС). Дома, которые уже существуют и те, что вновь проектируются, здания, улицы и тому подобное, рассматривают как вершины, а дороги, которые их соединяют, инженерные сети, провода электропередачи и тому подобное – как ребра. Использование разнообразных расчетов, которые производят на таких графах, дает возможность поиска кратчайшего объездного пути или ближайшего продуктового магазина, составить план оптимального маршрута.

Граф (в широком смысле) – это множество узлов или вершин, которые соединены ребрами. Граф состоит из двух компонентов: вершин и дуг, которые соединяют между собой данные вершины.

При представлении графов зачастую применяется такая совокупность обозначений:

- всякой вершине соотносится точка на плоскости,
- если между вершинами имеется ребро, то такие точки соединяют отрезком или стрелкой.

Для графа, который изображен на рис. 1:

- кружочки *A, B, C, D, E* – вершины графа;
- линии *a, b, c, d, e, f, g* – дуги.

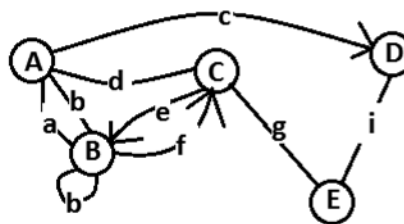


Рис. 1. Составные части графа

Алгоритмы, которые предназначены для выполнения задачи оптимизации, как правило, представляют собой последовательность шагов, и на каждом из них имеется множество выборов. Так называемый «жадный» алгоритм позволяет сделать выбор, который кажется наилучшим в данное время. То есть проводится локально оптимальный выбор, считая, что это приведет к оптимальному решению глобальных задач. Жадный алгоритм во многих задачах приводит к нужному результату, хотя и не всегда приводит к оптимальному решению. Жадные алгоритмы обладают необходимой мощностью, и подходят для решения довольно-таки большого круга задач.

К жадным методам относят алгоритм, построенный на графах, изобретенный нидерландским ученым Эдсгером Дейкстрой в 1959 году. Алгоритм Дейкстры – это алгоритм, применяемый для поиска самого кратчайшего пути от одних вершин графа до других. Алгоритм можно использовать только для тех графов, чьи ребра не имеют отрицательного веса.

Фирме, осуществляющей перевозку скоропортящегося товара, дано задание на доставку товара из Ставрополя в Буденновск, при этом существует несколько путей, по которым возможно доставить товар. Расстояние между городом Ставрополь и селом К. – 26 километров, между г. Ставрополем и селом П. – 19 километров, между г. Ставрополем и селом Р. – 86 километров. Между сёлами К. и Д. – 16 киломе-