В равновесии свободная энергия принимает минимальное значение. Тогда:

$$\frac{d\Delta G}{dr} = 4\pi\left[2r\sigma - r^2\left(P_\upsilon - P_L\right)\right] = 0 \qquad (2)$$

или

$$P_\upsilon - P_L = 2\sigma/r \; . \qquad (3)$$

Последнее выражение и представляет собой условие равновесия сферического пузырька на поверхности нагревателя.

С другой стороны, условием механического равновесия парового пузырька на твердой поверхности может служить уравнение

$$\sigma \cdot l = \Delta\rho g V \; , \qquad (4)$$

где l – периметр основания сферического пузырька, сидящего на твердой горизонтальной поверхности, g – ускорение силы тяжести, $\Delta\rho = \rho_L - \rho_\upsilon$, ρ_L и ρ_υ – плотности жидкости и пара соответственно. В последнем уравнении слева записана сила, удерживающая пузырек пара на поверхности, справа – Архимедова выталкивающая сила.

Все ранее сказанное справедливо для пузырька пара, находящегося на горизонтальной поверхности нагревателя без включенного магнитного поля.

В магнитном поле H на пузырек пара помимо Архимедовой выталкивающей силы будут действовать силы магнитного поля.

При вычислении этих сил воспользуемся принципом независимости действия сил. То есть будем считать, что результат воздействия совокупности сил равен сумме воздействий отдельных сил. Если внешнее магнитное поле однородно и контейнер, в котором располагается магнитная жидкость, цилиндрический, в объеме магнитной жидкости с однородно распределенной температурой и магнитное поле будет однородным. При подогреве снизу плоским горизонтальным нагревателем в жидкости на толщине теплового пограничного слоя произойдет перераспределение магнитного поля в соответствии с зависимостью намагниченности жидкости от температуры.

Будем считать, что зависимость намагниченности жидкости от температуры подчиняется закону Ланжевена для парамагнетиков. В цилиндрическом столбе магнитной жидкости, находящейся в однородном внешнем поперечном к оси цилиндра магнитном поле H_0, распределение магнитного поля будет подчиняться зависимости:

$$H = H_0 - N \cdot M\left(T\right), \qquad (5)$$

где N – размагничивающий фактор, $M(T)$ – зависимость намагниченности жидкости от температуры (функция Ланжевена).

В этом случае в магнитной жидкости на толщине теплового пограничного слоя δ возникает градиент магнитного поля:

$$\nabla H = \frac{M\left(T_2\right) - M\left(T_1\right)}{\delta}, \qquad (6)$$

где T_2, T_1 – температура жидкости и нагревателя соответственно.

Кроме того, на этой же толщине возникает и градиент намагниченности:

$$\nabla M = \frac{M\left(T_2\right) - M\left(T_1\right)}{\delta}. \qquad (7)$$

В этом случае на пузырек пара в магнитной жидкости будет действовать суммарная сила:

$$F = \left(\rho_L - \rho_\upsilon\right) \cdot g + \mu_0 \cdot M \cdot \nabla H + \mu_0 \cdot H \cdot \nabla M$$

Если внешнее магнитное поле также неоднородно, то на пузырек пара в магнитной жидкости будет действовать суммарная сила:

$$F = \left(\rho_L - \rho_\upsilon\right) g + \mu_0 M \nabla H + \mu_0 H \nabla M + \mu_0 M \nabla H_e \, ,$$

где ∇H_e – градиент внешнего магнитного поля.

С учетом сказанного, воспользовавшись формулой Фритца для отрывного диаметра пузырька D в обычной жидкости запишем выражение для отрывного диаметра пузырька в магнитной жидкости:

$$D = f\left(\theta\right)\sqrt{\frac{\sigma}{\left(\rho_L - \rho_\upsilon\right) g + \mu_0 M \nabla H + \mu_0 H \nabla M + \mu_0 M \nabla H_e}} \, , \qquad (8)$$

где $f\left(\theta\right)$ – функция кривого угла θ.

Список литературы

1. Yanovskiy A.A., Simonovsky A.Y., Kholopov V.L., Chuenkova I.Y. Heat Transfer in Boiling Magnetic Fluid in a Magnetic Field // Solid State Phenomena. № 233-234. 2015. p.339-343.
2. Yanovskii A.A., Simonovskii A.Ya., Klimenko E.M. On the Influence of the Magnetic field upon Hydrogasdynamic Processes in a Boiling Magnetic Fluid // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. – 2014. – Vol. 50, No. 3, pp. 260-266.
3. Яновский А.А., Симоновский А.Я., Савченко П.И. Моделирование гидрогазодинамических процессов в кипящей магнитной жидкости // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона: сб. науч. трудов. – Ставрополь, 2013. – С. 159-163.
4. Яновский А.А. Управление теплообменными процессами при кипении магнитной жидкости на неограниченной поверхности при помощи магнитного поля / А.А. Яновский, А.Я. Симоновский // Физическое образование в вузах. – 2012. – Т.18, №1. – С. 35-36.
5. Яновский А.А., Симоновский А.Я. Математическое моделирование формы пузырька пара в кипящей магнитной жидкости // Научно-практическая конференция «Финансово-экономические и учетно-аналитические проблемы развития региона». – Ставрополь, 2013. – С. 490-493.
6. Яновский А.А. Тепло- и массоперенос поле в кипящей магнитной жидкости в однородном магнитном поле / А.А. Яновский, А.Я. Симоновски, Чуенкова И.Ю. // Труды XI Международной конференции «Перспективные технологии, оборудование и аналитические системы для материаловедения и наноматериалов». 2014. Ч.1. Курск. – С. 252-257.
7. Яновский А.А. К вопросу о теплообмене в кипящей магнитной жидкости / Яновский А.А., Симоновский А.Я., Холопов В.Л. // В сборнике: XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики сборки докладов. Составители Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров. 2015. – С. 4336-4338.
8. Яновский А.А., Спасибов А.С. Математическое моделирование процессов в кипящих намагничевающихся средах // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 183-186.

ВЕЛИКИЕ ОТКРЫТИЯ АРХИМЕДА

Колесников К.А., Сергиенко А.С., Мелешко С.В.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Архимед был великим ученым, поэтому переоценить его вклад в развитие науки практически невозможно. Достижения древнегреческого философа во всех разделах математики действительно грандиозны. Пусть не все его труды хорошо сохранились, некоторые даже были утеряны, но те, что дошли до нас, поражают многих ученых и простых людей своей гениальностью. Он смог определить объемы цилиндра и шара, нашел объемы частей параболоидов вращения, дал основу для изучения спиралей, разрешил вопрос квадратуры круга. Практически все исследования, которые проводил Архимед, взаимосвязаны. Некоторые считают, что над всеми ними он работал в одно и то же время, но используя разные подходы. Для начала он использовал проверочный способ, а потом, когда добивался каких-то результатов, выводил строгое доказательство. Часто для этого он пользовался новыми методиками.

Можно долго рассуждать, какое из открытий Архимеда является самым важным. Мы начнем перебирать их все в поисках чего-то действительно грандиозного, по сравнению с чем все остальные начинают меркнуть на его фоне, но это почти невозможно, так как все они являлись революционными для того времени – например, его знаменитое: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю» или же его знаменитое открытие вогнутых зеркал, с помощью которых он поджег римский флот во время битвы под Сиракузами в 212 году до нашей эры, положение основ интегрального исчисления, вычисление числа π, но мы все равно будем не правы. Открытия, которые совершил великий философ и гениальный математик Архимед, просто необходимы для человечества, так как они произвели огромный скачек в различных разделах математики и физики. Но все-таки Архимед считал своим самым главным открытием определение соотношения объемов шара, цилиндра и конуса, чьи диаметры одинаковы и прямо пропорциональны высотам. Данное открытие помогло ему найти формулу для вычисления объемов и площадей поверхности данных тел. И он даже завещал выбить эти тела на своем надгробии.

Плутарх рассказывал об Архимеде: «Он был помешан на математике, бывало даже такое, что по несколько суток он не питался и не пил воду, и совершенно не следил за своим внешним видом».

Труды Архимеда присутствовали почти во всех областях математики того времени: ему принадлежат прекрасные исследования по алгебре, геометрии, арифметике. К открытиям Архимеда относятся следующие: частный случай многогранника, в области конических сечений был сделан большой скачек, так же ему присущ геометрический способ решения кубических уравнений вида

$$\left(a \pm x\right) = b,$$

с помощью параболы и гиперболы он находил решения данных уравнений. Великий ученый исследовал, при каких условиях корни уравнений будут иметь положительные различные корни, а при каких значениях они будут совпадать.

Главная математическая деятельность ученого была направлена на решения проблем, касающихся области математического анализа. Еще до Архимеда в Древней Греции ученые могли определять объемы призмы, цилиндра, пирамиды и конуса, находить площади круга и многоугольников. Но Архимед отыскал более простой метод нахождения объемов и площадей, для этого он усовершенствовал и мастерски применял метод для вычисления площади или объёма криволинейных фигур, который когда-то открыл Евдокс Книдский. В своем труде «Метод механических теорем», для вычисления объемов он использовал бесконечно малые величины. Так в основе интегральных исчислений лежат идеи выдвинутые Архимедом. Сфера и конусы, имеющие общую вершину, которые вписаны, в цилиндр имеют следующие соотношения: цилиндр: сфера: два конуса – 3:2:1.

До Архимеда никто не мог установить объем шара, поэтому он считал это открытие главным и наилучшим из своих достижений, что даже попросил после своей смерти выбить на надгробной плите шар, который вписан в цилиндр. Возможно, у вас возникнет вопрос «Почему?». Ответ очень прост. Эти фигуры являются идеальными. Мы должны знать и понимать суть соотношения идеальных фигур, а так же их свойства, для того чтобы заложенный в них смысл нести в наш мир, который очень далек от идеала, в отличие от данных фигур. Вот соображения, с помощью которых он получил точную формулу для объема шара. Пусть $[AC]$ и $[BD]$ – два взаимно перпендикулярных диаметра большого круга шара с центром К, а AFE – осевое сечение конуса, основания которого шар касается в центре – точке С. Второй конец диаметра AC совпадает с вершиной конуса. На круге с диаметром $|FE|$ (основе конуса) построим еще цилиндр, высота которого равна $|AC|$. Осевое сечение цилиндра – $GFEL$.

Отложим $|AH| = |AC|$ и рассмотрим равноплечный рычаг HAC с точкой опоры в A. Через любую точку S диаметра AC построим плоскость, перпендикулярную AC. Она пересечет цилиндр по кругу диаметром $|MN|$, шар – по кругу диаметром $|PO|$ и конус – по кругу диаметром $|RQ|$. Очевидно, что $|MS| = |AC|$ и $|QS| = |AS|$. Поэтому

$$|MS||SQ| = |AC||AS| = |AP|^2.$$

Потом

$$|AP|^2 = |PS|^2 + |AS|^2 = |PS|^2 + |SQ|^2.$$

Поскольку $|AH| = |AC|$, то

$$\frac{|AH|}{|AS|} = \frac{|AC|}{|AS|} = \frac{|MS|}{|SQ|} = \frac{|MS|^2}{|MS||SQ|},$$

или, на основе предыдущего равенства,

$$\frac{|AH|}{|AS|} = \frac{|MS|^2}{|SP|^2 + |SQ|^2}.$$

В одной из работ Архимеда «Квадратура параболы», было доказано, что сегмент параболы, отсекаемый от неё прямой, равняется 4/3 площади вписанного в данный сегмент треугольника. Данную теорему он теоретически подтвердил, высчитав сумму бесконечного ряда:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n} = 1 + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \ldots = \frac{4}{3}.$$

Всякое слагаемое последовательности является общей площадью треугольников, которые вписаны в неохваченную предыдущими членами ряда часть сегмента параболы.

Помимо вышеперечисленного, Архимед вычислил площадь поверхности для сегмента шара и витка открытой им «спирали Архимеда». Это произошло в III веке до нашей эры. В этом ему помог компас, с которым он экспериментировал длительное время. Он тянул стрелку с постоянной скоростью, вращая компас по спирали. В итоге получилась кривая, закрученная спиралью, расстояние между витками которой было равным. Так же, в других опытах, Архимед определил объёмы:

сегментов шара – определенных частей шара, отсеченных от него плоскостями

$$V = \pi H^2 \left(R - \frac{1}{3} H \right),$$

эллипсоида – трехмерного аналога эллипса, описываемого тремя полуосями (a,b,c)

$$V = \frac{4}{3} \pi abc,$$

параболоида – поверхности второго порядка, не имеющей центра симметрии, описываемой каноническим уравнением $z = ax^2 + by^2$

$$V = \frac{1}{2}\pi r^2 H,$$

Двуполостного гиперболоида вращения – поверхность, которая в некоторой декартовой системе координат, описывается уравнением

$$\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$V = \frac{\pi H}{3}\left(3R^2 - \frac{b^2 H^2}{a^2}\right).$$

Пройдя общий школьный курс, мы научились определять касательную к окружности. Древние греки так же могли определить касательные к эллипсу, гиперболе, а так же к параболе. Но как определить касательную в любой точке данных геометрических фигур? Данную задачу попытался решить Архимед, что у него в итоге получилось. Выдвинутый им метод решения данной задачи впоследствии лег в основу дифференциального исчисления.

Список литературы

1. Гулай Т.А., Жукова В.А., Мелешко С.В., Невидомская И.А. Математика (рабочая тетрадь) // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 2-2. – С. 255-256.

2. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Совершенствование математической подготовки студентов аграрных вузов // Инновационные векторы современного образования. – 2012. – С. 11-16.

3. Гулай Т.А., Мелешко С.В., Невидомская И.А., Яновский А.А. Рабочая тетрадь «математическая логика и теория алгоритмов» (учебное пособие) // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 8-2. – С. 169.

4. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Исследование операций (учебное пособие) // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 11-1. – С. 118-119.

5. О квадратуре круга: [пер. с яз. оригинала работ Архимеда, Гюйгенса, Ламберта, Лежандра, Рудио] / Пер. под ред., с предисл. и примеч. С.Н. Бернштейн. – Одесса, 1911.VIII. – 155 с.

СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ В БАНКОВСКОМ ДЕЛЕ

Копытина В.А.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Широкое распространение в современной экономике получили различные методы математической статистики. Они активно применяются в теории информации, теории надежности, в теории принятия решений, в астрономии, физике, в теории массового обслуживания и др. Следует подчеркнуть, что методы теории вероятностей не дают возможности предсказать точный исход случайного отдельного явления, но делают возможным предсказание среднего суммарного результата нескольких однородных случайных явлений.

Применение конкретного вероятностно-статистического метода принятия решений включает три этапа:

1. переход от экономической, технологической, управленческой реальности к теоретической математико-статистической схеме;

2. проведение расчетов и получение выводов только с помощью математических средств в рамках выбранной вероятностной модели;

3. трактование математико-статистических выводов относительно реальной ситуации и принятие необходимого решения.

Основная функция банка – выдача кредитов и извлечение из этого прибыли, поэтому будет разумной стратегия выдавать кредит в том случае, когда банк в определенной степени уверен, что условия кредита будут выполнены. Таким образом, появляется случайная величина – будет возвращен кредит или нет. Для того, чтобы определить, кому выдавать кредит, а кому – нет, банк проводит анализ статистической информации. Это и кредитная история самого человека, и процент вернувших кредит в срок той категории людей, к которой относится заемщик и другие показатели. Данный анализ производится методами теории вероятностей и математической статистики –вычисление вероятности, вычисление математического ожидания, дисперсии и т.д.

Рассмотрим, например, следующую ситуацию. Банк выдает кредиты по 1 млн руб. сроком на 1 год. Вероятность невозврата кредита – 1%. Какую процентную ставку должен установить банк, чтобы в среднем иметь прибыль?

Обозначим ставку, измеряемую в долях от единицы через p (соответствует 100%). Прибыль банка будет величиной случайной, поскольку кредит вместе с процентами клиент может вернуть, а может и не вернуть. Закон распределения этой случайной величины следующий:

p	–1
0,99	0,01

Здесь первый столбец соответствует ситуации, когда клиент возвращает кредит с процентами и, таким образом, банк имеет доход p млн руб. Вероятность возврата – 99%. Оставшийся 1% приходится на риск невозврата и тогда банк теряет 1 млн руб., что и обозначено как доход равный (–1). Математическое ожидание случайной величины с таким законом распределения есть $0{,}99p - 0{,}01$. Смысл математического ожидания состоит в том, что при большом числе выдаваемых кредитов математическое ожидание дохода примерно равно среднему. Таким образом, решая неравенство $0{,}99p - 0{,}01 > 0$, имеем $p > 1/99$, то есть ставка должна быть больше чем $\frac{100}{90}\%$ (несколько больше, чем 1%).

Аналогичная ситуация складывается и с инвестициями. Некоторые инвестиции могут дать весьма значительную прибыль, а какие-то окажутся убыточными. Основными целями инвестиционной компании являются максимизация прибыли и минимизация риска убытков. Поскольку заранее точно предсказать результат инвестиций невозможно, то единственно возможным путем достижения этих целей оказываются статистические исследования.

Примером может быть следующая ситуация: вероятностный прогноз для величины X – процентного изменения стоимости акций по отношению к их текущему курсу в течение шести месяцев – дан в виде закона распределения:

X	5	10	15	20	25	30
P	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1

Требуется найти вероятность того, что покупка акций будет более выгодна, чем помещение денег на банковский депозит под 36% годовых.

Решение. Прирост суммы на банковском депозите при условии 3% в месяц составит через 6 месяцев: $\left[(1{,}03)6-1\right]100\% = 19{,}4\%$. Вероятность того, что покупка акций выгоднее банковского депозита, определяется суммой вероятностей, соответствующих более высокому росту курса акций:

$$P(X > 19{,}4) = p_4 + p_5 + p_6 = 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}6.$$

Таким образом, вероятность того, что купить акции более выгодно, чем создание банковского депозита составляет 60%

Также с помощью статистических исследований можно оценить среднюю величину прибыли банка от