Второй (большой) контур циркуляции обеспечивает охлаждения всего объема магнитной жидкости в целом. Циркуляция по второму контуру обеспечивается прокачкой насосом (4) магнитной жидкости через радиатор (5) по соединительным трубкам (7).

Таким образом, механизм термомагнитной конвекции, реализуемый в нашей системе охлаждения, и принудительная прокачка жидкости насосом (4) создают 2 контура циркуляции, которые обеспечивают охлаждение процессора наиболее холодными слоями магнитной жидкости. При использовании системы охлаждения на основе магнитной жидкости предполагается достичь преимущества по сравнению с обычной жидкостной системой охлаждения процессоров на 5-7°C. Это существенно повысит производительность компьютеров и уменьшит уровень создаваемого шума.

Список литературы

1. Yanovskiy A.A., Simonovsky A.Ya., Kholopov V.L., Chuenkova I.Y. Heat Transfer in Boiling Magnetic Fluid in a Magnetic Field // Solid State Phenomena. № 233-234. 2015. p.339-343.

2. Яновский А.А., Симоновский А.Я., Савченко П.И. моделирование гидрогазодинамических процессов в кипящей магнитной жидкости // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона: сб. науч. трудов. – Ставрополь, 2013. – С. 159-163.

3. Яновский А.А. Управление теплообменными процессами при кипении магнитной жидкости на неограниченной поверхности при помощи магнитного поля/ Яновский А.А., Симоновский А.Я. // Физическое образование в вузах. – 2012. – Т.18, №1. – С. 35-36.

4. Яновский А.А., Симоновский А.Я. Математическое моделирование формы пузырька пара в кипящей магнитной жидкости // Научно-практическая конференция «Финансово-экономические и учетно-аналитические проблемы развития региона». – Ставрополь, 2013. – С. 490-493.

5. Яновский А.А. Тепло- и массоперенос поле в кипящей магнитной жидкости в однородном магнитном поле / А.А. Яновский, А.Я. Симоновский, И.Ю. Чуенкова // Труды XI Международной конференции «Перспективные технологии, оборудование и аналитические системы для материаловедения и наноматериалов», 2014. Ч.1. Курск. – С. 252-257.

6. Рабочая тетрадь «Математическая логика и теория алгоритмов» (учебное пособие) / Т.А. Гулай, С.В. Мелешко, И.А. Невидомская, А.А. Яновский. // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 8-2. – С. 169.

7. Яновский А.А. К вопросу о теплообмене в кипящей магнитной жидкости / А.А. Яновский, А.Я. Симоновский, В.Л. Холопов // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики сборник докладов / Составители: Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров. 2015. – С. 4336-4338.

8. Яновский А.А., Спасибов А.С. Математическое моделирование процессов в кипящих намагничивающихся средах // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 183-186.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЁТАХ

Логинова Я.А., Долгополова А.Ф.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Ни для кого не секрет, что математика – фундаментальная, очень обширная наука, включающая в себя множество разделов. Так же нельзя не отметить её огромное значение в жизни каждого человека и человечества в целом. Практически все экономические и политические процессы тем или иным образом связаны с математическими расчётами, а все остальные науки хотя и в разной степени, но связаны с математикой. Одним из разделов математики является линейная алгебра, с помощью которой происходит изучение объектов линейной природы, векторных (линейных) пространств и т.д.

Первыми исследованиями в области линейной алгебры были решения системы линейных уравнений. Первым, кто уделил наибольшее внимание этой науке, был Готфрид Вильгельм Лейбниц, который в 1693 г. стал активно применять линейную алгебру на практике. В начале XX века линейная алгебра стала обязательным предметом для изучения в средних и высших образовательных учреждениях.

Что же используется в линейной алгебре? В первую очередь это решение систем линейных уравнений, составление матриц, нахождение детерминантов и изучение векторов и векторных пространств. Чтобы хоть немного вникнуть в сущность линейной алгебры, нужно знать значение основных понятий этого раздела.

Матрица – математический объект, который записывают в виде прямоугольной таблицы элементов, которая представляет собой совокупность строк и столбцов, на пересечении которых находятся её элементы. Количество строк и столбцов матрицы задают её размер.

Система линейных уравнений – это объединение m линейных уравнений, каждое из которых содержит n переменных. Записывается в виде:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_{ij} = b_i, i = 1,...,m,$$

Вектор – направленный отрезок, который можно перемещать в пространстве параллельно самому себе, так же вектор – это элемент некоторого непустого множества, на котором определены две операции: сложение и умножение векторов на вещественные числа.

Векторное пространство – это математическая структура, которая представляет собой множество векторов, для которых определены операции сложения векторов между собой и умножение на число. Если под множеством векторов понимать элементы любой природы, то множество называется линейным пространством.

Нельзя не отметить, что все эти понятия используются не только в линейной алгебре, но и в других сферах, например, в экономике. Так как экономический анализ практически всегда сопровождается математическими подсчётами количественных изменений, линейная алгебра неразрывно связана с ней, хотя это и две разные области знаний, которые имеют разные предметы изучений. Наиболее распространённый метод решения экономических задач – составление матриц, которые имеют широкое применение в экономических исследованиях, так как большинство реальных экономических ситуаций удобно описывать простой и компактной матричной форме.

Например: дана таблица средних розничных цен на автомобили в зависимости от срока их службы и года выпуска.

Продолжительность службы (годы)	Годы выпуска автомобилей		
	2011	2012	2013
1	10500	10820	11200
2	9320	9500	10000
3	7500	7999	8400
4	5684	5890	6300

Таблицу можно записать в виде матрицы следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} 10500 & 10820 & 11200 \\ 9320 & 9500 & 10000 \\ 7500 & 7999 & 8400 \\ 5684 & 5890 & 6300 \end{pmatrix}.$$

Можно увидеть, что в строках отображены цены автомобилей, прослуживших одно и то же количество лет, а в столбцах – цены автомобилей, выпущенных в одно время, но эксплуатируемых разное количество времени. Таким образом можно увидеть, что каждый элемент матрицы отражает годы эксплуатации автомобиля и год его выпуска.

Применение матриц так же используется при решении экономических задач, рассмотрим это на следующем примере: Предприятие по производству сельскохозяйственной техники выпускает товары трех видов: тракторы (P1), комбайны (P2) и культиваторы (P3) и использует два типа сырья: чёрный металл (S1),и цветной металл (S2). Нормы расхода запасов металла отображены в матрице:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

где каждый элемент a_{ij} показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции задан матрицей-строкой C = (90 50 140). Стоимость единицы каждого типа сырья – матрицей-столбцом:

$$B = \begin{pmatrix} 40 \\ 60 \end{pmatrix}.$$

Необходимо найти общую стоимость сырья. Для это нужно посчитать затраты первого сырья. Они составляют $S_1 = 4 \cdot 90 + 6 \cdot 50 + 2 \cdot 140 = 940$ единиц, а затраты второго:

$S_2 = 8 \cdot 90 + 1 \cdot 50 + 5 \cdot 140 = 1470$ единиц.

Значит, затраты сырья S могут быть записаны в виде матрицы строки S = (940 1470) и произведения:

$$S = CA = \begin{pmatrix} 90 & 50 & 140 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 940 & 1470 \end{pmatrix}.$$

Общая стоимость двух видов металла составит

$Q = 940 \cdot 40 + 1470 \cdot 60 = 125800$ (денежных единиц).

Рассмотрим ещё одну задачу:

Завоз определённых товаров на склады можно отобразить в следующих матрицах:

$A_1 = \begin{pmatrix} 5 & 84 & 8 \\ 11 & 65 & 12 \\ 10 & 21 & 46 \end{pmatrix}$ – ввоз товаров на первый склад;

$A_2 = \begin{pmatrix} 51 & 111 & 28 \\ 9 & 15 & 4 \\ 32 & 91 & 7 \end{pmatrix}$ – ввоз товаров на второй склад;

Требуется найти сумму завоза всех товаров за год если производится ежемесячный завоз идентичных партий товара.

Найдём суммарный завоз:

$$A_1 + A_2 = \begin{pmatrix} 56 & 195 & 36 \\ 20 & 80 & 16 \\ 42 & 112 & 53 \end{pmatrix}.$$

Далее мы можем найти годовой завоз:

$$12(A_1 + A_2) = \begin{pmatrix} 672 & 2340 & 432 \\ 240 & 960 & 192 \\ 504 & 1344 & 636 \end{pmatrix}.$$

Вычислив с помощью матриц годовой завоз товаров на первый и второй склады, мы смогли получить ответ.

Также можно решать экономические задачи путём составления системы линейных уравнений. Рассмотрим на примере: Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Характеристики производства, которые нужны нам для решения данной задачи, представлены в таблице.

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, вес. ед./изд..			Запас сырья, вес. ед
	1	2	3	
1	5	2	6	2470
2	7	4	9	3845
3	3	8	2	2450

Нужно определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

Такие задачи используются при прогнозировании расхода сырья на производстве и определении уровня экономического функционирования предприятия.

Обозначим неизвестные объемы выпуска продукции через x_1, x_2 и x_3. Тогда при условии полного расхода запасов каждого вида сырья можно составить соотношения, которые образуют систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 2470 \\ 7x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 3845 \\ 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 2450. \end{cases}$$

Решив эту систему любым способом (Методом Гаусса, Крамара, матричным методом и т.д.), мы получим объемы выпуска продукции при заданном количестве сырья:

$$x_1=120;\ x_2=200;\ x_3=245.$$

Экономические расчёты с использованием матриц очень удобны тем, что в них можно компактно записать множество переменных. К недостаткам можно отнести невозможность прогнозировать изменение этих переменных в будущем. Помимо матриц и матричных уравнений в экономике часто используются и векторы.

Например, можно вычислить производственные показатели предприятия, которые отображены в следующей таблице.

Вид изделий	Количество изделий	Расход сырья	Норма времени изготовления	Цена
1	30	5	7	15
2	70	10	9	14
3	20	2	12	16
4	15	3	15	26

Необходимо определить следующие ежесуточные показатели: расход сырья А, затраты рабочего времени В и стоимость С выпускаемой продукции предприятия. По приведенным данным составим векторы, которые характеризуют весь производственный цикл:

$\vec{p} = (30,\ 70,\ 20,\ 15)$ – вектор ассортимента;

$\vec{a} = (5,\ 10,\ 2,\ 3)$ – вектор расхода сырья;

$\vec{b} = (7,\ 9,\ 12,\ 15)$ – вектор затрат рабочего времени;

$\vec{c} = (15,\ 14,\ 16,\ 26)$ – ценовой вектор.

Тогда величины, которые нам нужно найти, будут равны скалярным произведениям вектора ассортимента на три других вектора:

$$A = \vec{p}\vec{a} = 30{\cdot}50 + 70{\cdot}10 + 20{\cdot}2 + 15{\cdot}3 \ = \ 935 \text{ кг};$$

$$B \ = \vec{p}\vec{b} = 30{\cdot}7 + 70{\cdot}9 + 20{\cdot}12 + 15{\cdot}15 \ = \ 1305 \text{ ч};$$

$$C \ = \vec{p}\vec{c} = 30{\cdot}15 + 70{\cdot}14 + 20{\cdot}16 + 15{\cdot}26 = \ 2140 \text{ ден. ед.}$$

На примере этих задач можно наглядно увидеть, какой существенный вклад вносит линейная алгебра в изучение экономики. Нельзя переоценить пользу использования методов линейной алгебры в экономических задачах. Конечно, не все экономические процессы и изменения можно описать данным способом, но большинство расчётов существенно упрощается в результате использования матричной и векторной алгебры.

Список литературы

1. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б., Донец З.Г. Экономико-математическое моделирование факторов экономического анализа посредством метода линейного программирования // Аграрная наука, творчество, рост: Сборник научных трудов по материалам IV Международной научно-практической конференции, 2014. – С. 329-332.

2. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Финансовая математика в инвестиционном проектировании (учебное пособие) // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 8-2. – С. 178-179.

3. Мамаев И.И., Долгополова А.Ф. Профессиональная направленность в обучении студентов математическим дисциплинам // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 268-371.

4. Шмалько С.П. Сгущение учебной профессионально ориентированной информации по математике при обучении студентов-экономистов. // Теория и практика общественного развития. – 2011. – №6. – С. 150-155.

5. Шмалько С.П. Формирование профессионально ориентированного мышления у студентов экономических направлений // Культурная жизнь Юга России. – 2010. – № 1. – С. 99-101.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРЯМЫХ ЗАТРАТ В МОДЕЛИ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА

Никонова Я.С., Фахрудинова А.К.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Основным инструментом построения и сохранения необходимых пропорций в многоотраслевой экономике (да и в целом в народном хозяйстве) является балансовый метод и создаваемые на его основе различные балансовые модели [1].

Принципиальная схема многоотраслевого баланса производства и распределения совокупного продукта в стоимостном выражении может быть построена следующим образом.

Пусть рассматриваемая производственная сфера хозяйства состоит из *n* отраслей. Изучим их работу за некоторый промежуток времени (к примеру, за отчетный год). С этой целью введем следующие обозначения:

x_i – общий (валовой) объем продукции *i*-й отрасли, $i = \overline{1,n}$;

x_{ij} – объем продукции *i*-й отрасли, потребляемой *j*-й отраслью при производстве объема продукции x_j;

y_i – объем продукции *i*-й отрасли, используемый в непроизводственной сфере (так называемый продукт конечного потребления).

Балансовый метод многоотраслевой связи состоит в том, что валовой выпуск *i*-й отрасли должен быть равен сумме объемов продукции, потребляемой производственной и непроизводственной сферах [2], то есть:

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in} + y_i, \ i = \overline{1,n}. \qquad (1)$$

Данные уравнения называются соотношениями баланса.

Введя так называемые коэффициенты прямых материальных затрат по формуле:

$$a_{ij} = x_{ij} / x_j , \qquad (2)$$

выражающие затраты продукции *i*-й отрасли на производство единицы продукции *j*-й отрасли, уравнения баланса можно записать в виде [3]:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i, \ i = \overline{1,n}. \qquad (3)$$

или в более компактной (матричной) форме [4]

$$X = AX + Y, \qquad (4)$$

где $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ – вектор валового продукта; $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)^T$ – вектор конечного продукта; $A = (a_{ij})$, $i, j = \overline{1,n}$ – матрица прямых материальных затрат (технологическая или структурная матрица) [5].

Эти уравнения впервые получены и подробно изучены в 1936 г. американским ученым В. Леонтьевым, а позднее получили название уравнений межотраслевого баланса или линейной моделью Леонтьева.

Полученные уравнения баланса можно использовать в двух направлениях [6]:

1) либо по вектору конечного потребления определяют (планируют) величину валового выпуска;

2) либо по известному вектору валового выпуска *X* находят вектор конечного потребления $Y = X - AX$.

Из перечисленных двух задач первая составляет основную задачу межотраслевого баланса.

В соответствии с экономическим смыслом параметров, входящих в уравнения (1), следует, что векторы *X*, *Y* и матрица *A* должны быть положительными (т.е. должны быть положительны элементы, их составляющие: $x_i \ge 0$; $y_i \ge 0$; $a_{ij} \ge 0$, $i, j = \overline{1,n}$) [8].

Рассматривая вопрос о разрешимости уравнения (4), сначала перепишем его в виде:

$$(E - A)X = Y. \qquad (5)$$

Если матрица *E–A* невырожденная, т.е. ее определитель $|E - A| \ne 0$, то это означает, что уравнение (5) имеет единственное решение [9]:

$$X = (E - A)^{-1} Y, \qquad (6)$$

где обратная матрица $(E - A)^{-1} = S = (s_{ij})$, $i, j = \overline{1,n}$ называется матрицей полных материальных затрат [10]. Выясняя экономический смысл ее элементов, в качестве вектора конечного продукта *Y* возьмем последовательно единичные векторы $Y_i = (0, 0, \ldots, 1, 0, \ldots, 0)^T$, $i = \overline{1,n}$, *i*-я координата которых равна единице. Им соответствуют векторы валового продукта $X_i = (x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{ni})^T$, $i = \overline{1,n}$. Следовательно, каждый элемент s_{ij} матрицы *S* выражает величину выпуска продукции *i*-й отрасли, необходимого для производства единицы конечного продукта *j*-й отрасли: $y_j = 1$, $j = \overline{1,n}$.

Поскольку в дальнейшем нас будут интересовать только положительные решения уравнения (4), то укажем некоторые условия существования таких решений.