$$A = \vec{p}\vec{a} = 30{\cdot}50 + 70{\cdot}10 + 20{\cdot}2 + 15{\cdot}3 \ = \ 935 \text{ кг};$$

$$B \ = \vec{p}\vec{b} = 30{\cdot}7 + 70{\cdot}9 + 20{\cdot}12 + 15{\cdot}15 \ = \ 1305 \text{ ч};$$

$$C \ = \vec{p}\vec{c} = 30{\cdot}15 + 70{\cdot}14 + 20{\cdot}16 + 15{\cdot}26 = \ 2140 \text{ ден. ед.}$$

На примере этих задач можно наглядно увидеть, какой существенный вклад вносит линейная алгебра в изучение экономики. Нельзя переоценить пользу использования методов линейной алгебры в экономических задачах. Конечно, не все экономические процессы и изменения можно описать данным способом, но большинство расчётов существенно упрощается в результате использования матричной и векторной алгебры.

Список литературы

1. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б., Донец З.Г. Экономико-математическое моделирование факторов экономического анализа посредством метода линейного программирования // Аграрная наука, творчество, рост: Сборник научных трудов по материалам IV Международной научно-практической конференции, 2014. – С. 329-332.

2. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Финансовая математика в инвестиционном проектировании (учебное пособие) // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 8-2. – С. 178-179.

3. Мамаев И.И., Долгополова А.Ф. Профессиональная направленность в обучении студентов математическим дисциплинам // Аграрная наука, творчество, рост. – 2013. – С. 268-371.

4. Шмалько С.П. Сгущение учебной профессионально ориентированной информации по математике при обучении студентов-экономистов. // Теория и практика общественного развития. – 2011. – №6. – С. 150-155.

5. Шмалько С.П. Формирование профессионально ориентированного мышления у студентов экономических направлений // Культурная жизнь Юга России. – 2010. – № 1. – С. 99-101.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРЯМЫХ ЗАТРАТ В МОДЕЛИ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА

Никонова Я.С., Фахрудинова А.К.

Ставропольский государственный аграрный университет, Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Основным инструментом построения и сохранения необходимых пропорций в многоотраслевой экономике (да и в целом в народном хозяйстве) является балансовый метод и создаваемые на его основе различные балансовые модели [1].

Принципиальная схема многоотраслевого баланса производства и распределения совокупного продукта в стоимостном выражении может быть построена следующим образом.

Пусть рассматриваемая производственная сфера хозяйства состоит из *n* отраслей. Изучим их работу за некоторый промежуток времени (к примеру, за отчетный год). С этой целью введем следующие обозначения:

x_i – общий (валовой) объем продукции *i*-й отрасли, $i = \overline{1,n}$;

x_{ij} – объем продукции *i*-й отрасли, потребляемой *j*-й отраслью при производстве объема продукции x_j;

y_i – объем продукции *i*-й отрасли, используемый в непроизводственной сфере (так называемый продукт конечного потребления).

Балансовый метод многоотраслевой связи состоит в том, что валовой выпуск *i*-й отрасли должен быть равен сумме объемов продукции, потребляемой производственной и непроизводственной сферах [2], то есть:

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in} + y_i, \ i = \overline{1,n}. \qquad (1)$$

Данные уравнения называются соотношениями баланса.

Введя так называемые коэффициенты прямых материальных затрат по формуле:

$$a_{ij} = x_{ij} / x_j , \qquad (2)$$

выражающие затраты продукции *i*-й отрасли на производство единицы продукции *j*-й отрасли, уравнения баланса можно записать в виде [3]:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i, \ i = \overline{1,n}. \qquad (3)$$

или в более компактной (матричной) форме [4]

$$X = AX + Y, \qquad (4)$$

где $X = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$ – вектор валового продукта; $Y = (y_1, y_2, ..., y_n)^T$ – вектор конечного продукта; $A = (a_{ij})$, $i, j = \overline{1,n}$ – матрица прямых материальных затрат (технологическая или структурная матрица) [5].

Эти уравнения впервые получены и подробно изучены в 1936 г. американским ученым В. Леонтьевым, а позднее получили название уравнений межотраслевого баланса или линейной моделью Леонтьева.

Полученные уравнения баланса можно использовать в двух направлениях [6]:

1) либо по вектору конечного потребления определяют (планируют) величину валового выпуска;

2) либо по известному вектору валового выпуска *X* находят вектор конечного потребления $Y = X - AX$.

Из перечисленных двух задач первая составляет основную задачу межотраслевого баланса.

В соответствии с экономическим смыслом параметров, входящих в уравнения (1), следует, что векторы *X*, *Y* и матрица *A* должны быть положительными (т.е. должны быть положительны элементы, их составляющие: $x_i \ge 0$; $y_i \ge 0$; $a_{ij} \ge 0$, $i, j = \overline{1,n}$) [8].

Рассматривая вопрос о разрешимости уравнения (4), сначала перепишем его в виде:

$$(E - A)X = Y. \qquad (5)$$

Если матрица *E–A* невырожденная, т.е. ее определитель $|E - A| \ne 0$, то это означает, что уравнение (5) имеет единственное решение [9]:

$$X = (E - A)^{-1} Y, \qquad (6)$$

где обратная матрица $(E - A)^{-1} = S = (s_{ij})$, $i, j = \overline{1,n}$ называется матрицей полных материальных затрат [10]. Выясняя экономический смысл ее элементов, в качестве вектора конечного продукта *Y* возьмем последовательно единичные векторы $Y_i = (0, 0, ..., 1, 0, ..., 0)^T$, $i = \overline{1,n}$, *i*-я координата которых равна единице. Им соответствуют векторы валового продукта $X_i = (x_{1i}, x_{2i}, ..., x_{ni})^T$, $i = \overline{1,n}$. Следовательно, каждый элемент s_{ij} матрицы *S* выражает величину выпуска продукции *i*-й отрасли, необходимого для производства единицы конечного продукта *j*-й отрасли: $y_j = 1$, $j = \overline{1,n}$.

Поскольку в дальнейшем нас будут интересовать только положительные решения уравнения (4), то укажем некоторые условия существования таких решений.

Матрица A с неотрицательными элементами $a_{ij} \geq 0,\ i,j=\overline{1,n}$ называется продуктивной, если для $\forall Y \geq 0$ существует положительное решение $X \geq 0$. В этом случае и модель Леонтьева также называется продуктивной [11].

Следующие теоремы выражают достаточные условия продуктивности модели Леонтьева.

Теорема 1. Если для матрицы A с положительными элементами $a_{ij} \geq 0,\ i,j=\overline{1,n}$ и некоторого $Y \geq 0$ уравнение (4) имеет положительное решение $X \geq 0$, то матрица продуктивна.

Теорема 2. Матрица A с положительными элементами $a_{ij} \geq 0,\ i,j=\overline{1,n}$ продуктивна, если:

1) $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \leq 1,\ \ j=\overline{1,n}$

2) хотя бы для одного из столбцов $\sum_{i=1}^{n} a_{ij_0} < 1.$

Теорема 3. Для того чтобы матрица A была продуктивной, необходимо, чтобы элементы матрицы $S=(E-A)^{-1}$ были положительными, т.е. $s_{ij} \geq 0$, $i,j=\overline{1,n}.$

Чтобы наглядно разобраться в вышеизложенном, рассмотрим конкретный пример.

В таблице приведены данные об исполнении баланса между двумя видами отраслей за некоторый период.

Отрасль	Внутрипроизводственное потребление, ден. ед.		Конечный продукт, x_i	Валовой продукт, y_i
Энергетика	8	20	52	80
Машиностроение	12	16	72	100

Необходимо вычислить:

1) величину конечного продукта, если вектор валового выпуска составил бы

$$X=(100,140)^T;$$

2) необходимый объем выпуска отраслей, если объем конечного потребления увеличить до уровня

$$Y=(100,150)^T.$$

Сначала, используя данные таблицы и формулу (2), составим матрицу прямых затрат

$$A=\begin{pmatrix} 0,1 & 0,25 \\ 0,12 & 0,16 \end{pmatrix}$$

и затем построим матрицу полных затрат

$$E-A=\begin{pmatrix} 0,9 & -0,25 \\ -0,12 & 0,84 \end{pmatrix}.$$

1) величину конечного продукта вычислим по формуле (5):

$$Y=\begin{pmatrix} 0,9 & -0,25 \\ -0,12 & 0,84 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 100 \\ 140 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 55 \\ 105,6 \end{pmatrix}.$$

2) поскольку определитель матрицы

$$|E-A|=\begin{vmatrix} 0,9 & -0,25 \\ -0,12 & 0,84 \end{vmatrix} = 0,726 \neq 0,$$

то эта матрица обратима следующим образом

$$(E-A)^{-1}=\frac{1}{0,726}\begin{pmatrix} 0,84 & 0,25 \\ 0,12 & 0,9 \end{pmatrix}.$$

Из последней формулы следует, что все элементы матрицы $(E-A)^{-1}$ положительны. Следовательно, согласно теореме 3 матрица А продуктивна и решение системы (5) положительно при любых значениях конечного продукта, в частности и при $Y=(100,150)^T$:

$$X=\frac{1}{0,726}\begin{pmatrix} 0,84 & 0,25 \\ 0,12 & 0,9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 100 \\ 150 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 167,355 \\ 202,479 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, чтобы обеспечить конечный продукт в объеме $Y=(100,150)^T$, валовой выпуск в энергетической отрасли нужно поднять до 167,355 ден. ед., а в машиностроительной – до 202, 479 ден. ед.

Таким образом, метод Леонтьева отличает ясность и простота, универсальность и глобальность, другими словами пригодность для экономики отдельных стран и регионов, для мирового хозяйства в целом, следовательно, межотраслевой анализ может служить основным инструментом стратегического планирования [12].

Список литературы

1. Литвин Д.Б., Шайтор А.К., Роговая Н.А. Метод коррекции свойств объекта управления // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем: сб. науч. статей по материалам III Междунар. науч.-практ. конф. – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 5–8.
2. Система контроля условий транспортировки ценных грузов / Д.Б. Литвин, И.П. Шепеть, С.М. Бражнев, К.А. Протасов, Е.Д. Литвина // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона: сб. науч. статей по материалам Междунар. науч.-практ. конф.. – Ставрополь: СтГАУ, 2014. – С. 184–186.
3. Экономико-математическое моделирование факторов экономического анализа посредством метода линейного программирования / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, З.Г. Донец. // Аграрная наука, творчество, рост. 2014. – С. 329–332.
4. Решение систем алгебраических уравнений в среде MATLAB / И.П. Шепеть, С.М. Бражнев, Д.Б. Литвин, Е.Д. Литвина, К.А. Протасов // Инновационные направления развития в образовании, экономике, технике и технологиях: сб. науч. статей в 2-х ч. по материалам Междунар. науч.-практ. конф.; под общ. науч. ред. д.т.н., проф. В.Е. Жидкова. – Ставрополь, 2014. Ч. 1. – С. 158–162.
5. Литвин Д.Б., Цыплакова О.Н., Родина Е.В. Моделирование экономических процессов в пространстве состояний // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: сб. науч. тр. по материалам Международной науч.-практ. конф. Ставрополь, 2014. – С. 62–66.
6. Метод повышения точности измерения векторных величин / Д.В. Бондаренко, С.М. Бражнев, Д.Б. Литвин, А.А. Варнавский // НаукаПарк, 2013. – № 6 (16). – С. 66–69.
7. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Анализ и оценка приоритетности разделов математических дисциплин, изучаемых студентами экономических специальностей аграрных вузов // Вестник АПК Ставрополья. 2013. – № 1 (9). – С. 6–10.
8. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Государственное регулирование в системе агробизнеса // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона: сб. науч. тр. по материалам Ежегодной 76-й науч.-практ. конф. (г. Ставрополь, 24 апреля 2012 г.). – Ставрополь: СтГАУ, 2012. – С. 202–207.
9. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Применение операционного исчисления в моделировании экономических систем // Аграрная наука, творчество, рост, 2013. – С. 263–265.
10. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Совершенствование экономических механизмов для решения проблем экологической безопасности // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона, 2013. – С. 68–71.

11. Литвин Д.Б., Дроздова Е.А. Математическое моделирование в среде визуального программирования // Современные наукоемкие технологии. 2013. – № 6. – С. 77–78.

12. Литвин Д.Б., Шепеть И.П. Моделирование роста производства с учетом инвестиций и выбытием фондов // Социально-экономические и информационные проблемы устойчивого развития региона: Международная науч.-практ. конф., 2015. – С. 114-116.

КЛАССИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКИ

Осыченко А.А., Черкова Т.В.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный университет», Ставрополь, e-mail: dolgopolova.a@mail.ru

Классическую модель рыночной экономики можно рассматривать как систему взаимосвязанных моделей, каждая из которых выражает поведение одного из трех рынков: рабочей силы, денег и товара.

Модель наиболее подходит для описания экономики в совершенной конкуренции. В условиях действия монополий она не работает.

Одной из важнейших долгосрочных целей экономической политики правительства любой страны является стимулирование экономического роста, поддержание его темпов на стабильном и оптимальном уровне. Необходимо иметь четкое представление о том, что такое экономический рост, какие факторы его стимулируют, а какие, наоборот, сдерживают. В экономической теории разрабатываются динамические модели экономического роста, которые помогают исследовать условия достижения оптимального (равновесного) темпа экономического роста для каждой конкретной страны и вырабатывать эффективную долгосрочную экономическую политику.

В данной работе рассмотрим категорию экономического роста; рыночной экономики: рабочей силы, денег и товара.

Наиболее простое определение и исчисление экономического роста связано с важнейшим показателем национальных счетов – ВВП (или ВНП) в реальном, т.е. очищенном от инфляции, выражении. Если экономика какой-либо страны в состоянии воспроизвести больше совокупного продукта, чем его было произведено в предыдущий период времени, то в таком случае принято говорить о расширенном воспроизводстве. Именно динамика расширенного воспроизводства характеризует экономический рост.

Экономический рост – это увеличение реального ВВП при полной занятости в результате расширения производственного потенциала страны за определенный период времени. Темпы экономического роста вычисляются в темпах прироста реального ВВП в процентном выражении и обычно подсчитываются за год. Однако в зависимости от характера исследования, этот показатель можно рассчитать за месяц, квартал, десятилетие, т.е. за какой угодно целесообразный период времени. Под темпами прироста ВВП понимается отношение разницы между реальным ВВП в рассматриваемом и в предыдущем периодах к реальному ВВП в предыдущем периоде:

$$Y = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} 100\% = \frac{\Delta Y}{Y_{t-1}} 100\%,$$

где – Y_t объем реального ВВП в рассматриваемом периоде, а Y_{t-1} объем реального ВВП в предыдущем периоде.

Экономический рост является динамическим совокупным показателем и характеризует состояние экономики страны в целом во временном аспекте. Подобный показатель можно рассчитать и для отдельных секторов экономики, отрасли, предприятия. В статистических справочниках можно увидеть нулевые темпы экономического роста и даже отрицательные. Конечно же, показатель реального ВВП не может идеально точно измерять темпы экономического роста и определять состояние экономики. Экономический рост не может быть беспредельным. Существуют границы, за которыми он становится или невозможным, или признается социально опасным. Прежде всего, ограничение роста связано с объективной ограниченностью ресурсов и их невоспроизводимостью. Уже сейчас развитие многих отраслей промышленности сталкивается с исчерпанием запасов энергоносителей, руд многих металлов, а сельского хозяйства – с ограниченностью земельных площадей, пригодных для использования. Многие ресурсы просто невоспроизводимы ни при какой технике и технологии, что можно считать объективной границей экономического роста.

Рынок рабочей силы, как и другие, описывается с помощью трех зависимостей: функции спроса, функции предложения и условия равновесия. В классической модели функция спроса на рабочую силу выводится из двух гипотез:

– фирмы полностью конкурентны при предложении товаров и найме рабочей силы;

– при прочих равных условиях предельный продукт труда снижается по мере рабочей силы.

Из этих гипотез следует то, что в состоянии равновесия предельный продукт труда в стоимостном выражении равен ставке заработной платы w:

$$p\frac{\partial F}{\partial L} = w,$$

где p – цена продукта; $F=F(K, L)$, при этом K – фонды; L – число занятых.

Из этого соотношения вытекает, что при падении ставки заработной платы предельный продукт так же будет падать, пока снова не будет достигнуто равновесие.

Теория спроса на деньги в классической модели основывается на гипотезе, что совокупный спрос на деньги – это функция денежного дохода, причем прямо пропорциональная денежному доходу:

$$M^D = kYp.$$

Предложение денег M^S рассматривается как фиксированная, экзогенно заданная величина.

Если при данном Y цена $p < p^0$, то имеется избыточное предложение денег $M^S - M^D(p)$, в этом случае постулируется, что цена возрастает до уровня p^0.

Спрос на товары – это сумма спроса на потребительские и инвестиционные товары $E = C + I$. Согласно модели $C = C(r)$, причем $C(r)$, $I(r)$ как функции нормы процента r убивают с ростом r.

В классической модели предложение товаров является функцией уровня занятости, определяемого на рынке рабочей силы $Y = Y\left(L^0\right)$. Условие равновесия состоит в том, что предложение товаров $Y(L^0)$ равно спросу на товары $E = C\left(r\right) + I(r)$.

Объединяя уравнения и условия, задающие рынки рабочей силы, денег и товаров, получаем классическую модель в полном объеме.

Рынок рабочей силы:

$$L^s = L^S\left(\frac{w}{p}\right);$$

$$L^S\left[\left(\frac{w}{p}\right)\right] = L^D\left[\left(\frac{w}{p}\right)\right] = L^0.$$