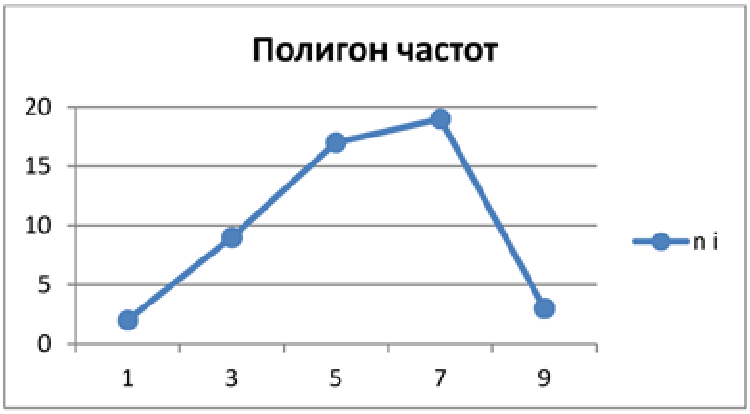

Предполагая, что X – стоимость компьютера, является непрерывной случайной величиной, вычислим среднее значение надёжности выбранных интернет-магазинов (выборочное среднее), какой разброс составляют значения относительно среднего значения (исправленное выборочное среднеквадратичное отклонение), построим полигон для наглядности распределения, найдём диапазон значений надёжности относительно средней оценки (доверительный интервал для генеральной средней) с вероятностью 0,95.

Выборочное среднее:

$$\overline{x}_{\text{в}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{5} \tilde{x}_i \cdot n_i =$$

$$= \frac{1}{50} \cdot (1 \cdot 2 + 3 \cdot 9 + 5 \cdot 17 + 7 \cdot 19 + 9 \cdot 3) = 5{,}48,$$

где $\tilde{x}_i$ – середины частичных интервалов. Таким образом, средняя оценка надёжности выбранных интернет-магазинов равна 5,48.

Найдём выборочную дисперсию:

$$D_{\text{в}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{5} \tilde{x}_{ii}^2 n - (\overline{x}_{\text{в}})^2 = \frac{1682}{50} - 5{,}48^2 = 3{,}6096.$$

Выборочное среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_{\text{в}} = \sqrt{D_{\text{в}}} = \sqrt{3{,}6096} = 1{,}9.$$

Так как объём выборки невелик, то вычислим исправленное среднеквадратичное отклонение:

$$s = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot D_{\hat{a}}} = \sqrt{\frac{50}{49} \cdot 3{,}61} = 3{,}684.$$

Построим полигон частот (рисунок).

По виду графика полигона частот можно заметить, что шкала надёжности распределена по нормальному закону. Найдём доверительный интервал для генеральной средней с надежностью $\gamma = 0{,}95$. По таблице интегральной функции Лапласа $\Phi(t)$ из условия $\gamma = 0{,}95$ находим $t_\gamma = 1{,}96$. Тогда точность оценки равна:

$$\Delta = t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} = 1{,}96 \frac{3{,}684}{7{,}071} = 1{,}02.$$

Отсюда доверительный интервал имеет вид:

$$\overline{x}_{\text{в}} - \Delta \le \mu \le \overline{x}_{\text{в}} + \Delta \text{ или } 4{,}46 \le \mu \le 6{,}5.$$

Получили, что востребованными интернет-магазинами являются те, у которых оценка надёжности находится в пределах 5,6 баллов. Таким образом, покупатели делают выбор в пользу интернет-магазина со средней степенью надёжности, больше уделяя внимание цене товара.

Список литературы

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Математическая статистика (учебное пособие) // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2. – С. 122-123; URL: http://www.natural-sciences.ru/ru/article/view?id=7763.

2. Хрущев Д.Г., Силантьев А.В., Агишева Д.К., Зотова С.А. Ошибки принятия гипотезы в математической статистике // Международный студенческий научный вестник. – 2015. – № 3; URL: www.eduherald.ru/140-14164.

3. https://market.yandex.ru/product/12692902?hid=91491.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА РАБОТЫ МЕТАЛЛООБРАБАТЫВАЮЩЕГО СТАНКА

Гаджиев Э.Э., Мироненко А.А., Светличная В.Б., Агишева Д.К., Зотова С.А.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: mathemat@volpi.ru

Одним из точных методов определения качества работы станка является статистический метод прогнозирования, который основывается на экстраполяции. Пусть проведены наблюдения за работой станка в течение 8 месяцев и получены величины по точности выполнения работы, которые представлены в табл. 1.

Таблица 1

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	0,87	0,81	0,86	0,85	0,88	0,82	0,84	0,83

Установим вид функциональной зависимости и представим её в виде эмпирической формулы $y = f(x)$ затем составим прогноз точности выполнения работы на девятый месяц.

С помощью графического представления данных (рис. 1), предполагаем функциональную зависимость вида $y = ax + b$. Для нахождения a и b составим систему уравнений:

$$\begin{cases} a\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i + bn = \sum_{i=1}^{n} y_i, \\ a\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36a + 8b = 6{,}76, \\ 204a + 36b = 30{,}31. \end{cases}$$

Решив систему, получим:

$$a = -0{,}0026\ ,\ b = 0{,}8568\ .$$

Таким образом, эмпирическая формула представляет собой функцию

$$y = -0{,}0026x + 0{,}8568\ .$$

Приведём в табл. 2 и на графике (рис. 2) результаты сравнения экспериментальных данных с результатами вычислений по эмпирической формуле.

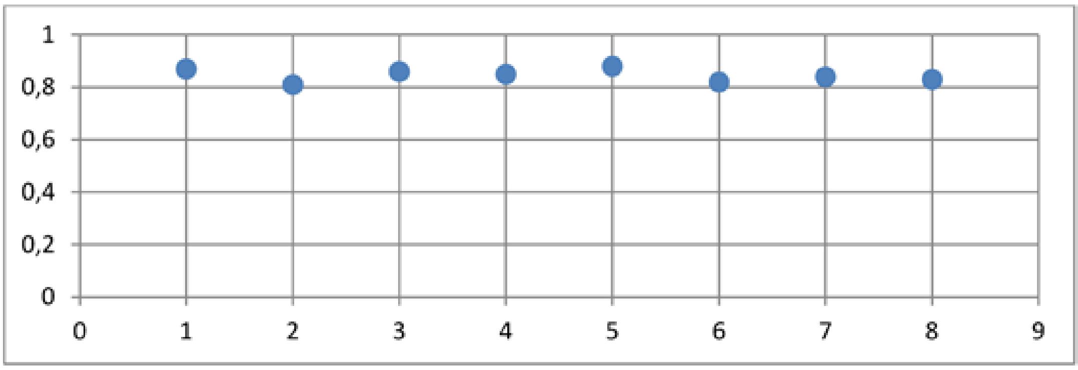

Рис. 1. Экспериментальные данные

Таблица 2

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i (эксп.)	0,87	0,81	0,86	0,85	0,88	0,82	0,84	0,83
Y_i (теор.)	0,87	0,81	0,86	0,85	0,88	0,82	0,84	0,83

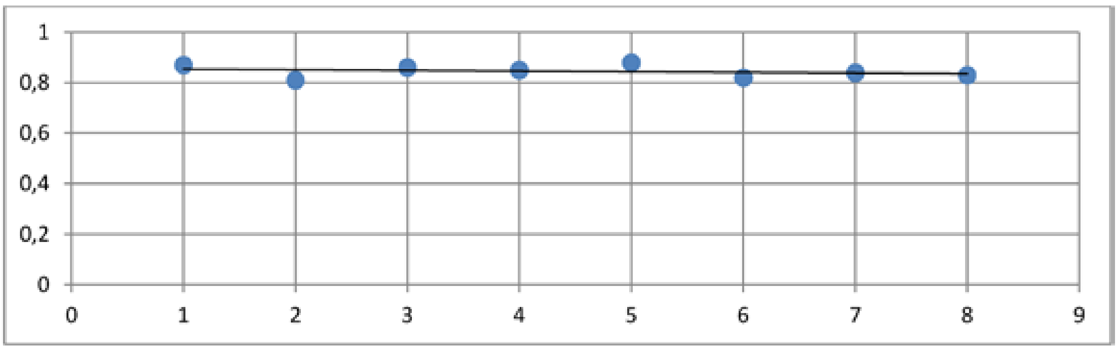

Рис. 2. Сравнение экспериментальных данных с результатами вычислений

Составим прогноз на девятый месяц о точности выполнения работы:

$$y(9) = -0{,}0026\cdot 9 + 0{,}8568 = 0{,}8334\ .$$

Таким образом, прогноз на девятый месяц показывает, что точность работы станка составит 83,34 % – это определяет нам процент небракованных изделий.

Список литературы

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Математическая статистика (учебное пособие) // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2 – С. 122-123.

2. Давыдов А.С., Агишева Д.К., Матвеева Т.А. Поиск уравнения параболической зависимости // Международный студенческий научный вестник. – 2015. – № 3; URL: www.eduherald.ru/140-14153.

3. Макарчук Д.А., Шувалова Ю.И., Агишева Д.К., Зотова С.А., Светличная В.Б. Графическая обработка выборочной совокупности // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5 (2). – С. 194-195.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ЖИЗНИ СУДЕНТОВ

Горбатов Н.С., Ким В.А., Светличная В.Б., Агишева Д.К., Зотова С.А.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: mathemat@volpi.ru

В учебные дни столовую посещают 100 студентов, которые идут обедать на большой перемене. Имеется две столовые: одна в институте, другая – недалеко от него. Каждый студент с равными вероятностями независимо от выбора других решает, в какую столовую пойти. Директор института желает, чтобы с вероятностью 0,99 все пришедшие студенты могли там одновременно пообедать. Поэтому возникает вопрос, какое количество мест для этого необходимо?

Будем считать, что событие А произошло, если студент пообедал в столовой при институте. По условию задачи $n = 100$, $p = P(A) = 0,5$. Нас интересует такое наименьшее число посетителей m, что вероятность одновременного прихода не менее чем m студентов из числа $n = 100$ с вероятностью успеха $p = 0,5$ приблизительно равна вероятности переполнения столовой, то есть $1 - 0,99 = 0,01$. Таким образом, нас интересует такое наименьшее число *m*, что.

Подобные задачи решаются с применением интегральной теоремы Муавра-Лапласа для интервала $[m; 100]$. Т.к. $\sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0,5 \cdot 0,5} = 5$, $m_1 = m$, $m_2 = n = 100$, то

$$P_{100}(m;100) \approx \Phi\left(\tfrac{100-50}{5}\right) - \Phi\left(\tfrac{m-50}{5}\right) = \\ = \Phi(10) - \Phi\left(\tfrac{m}{5} - 10\right) \approx 0,01.$$

Отсюда получаем $\Phi(10) - \Phi(x) = 0,01$ или

$$\Phi(x) = \Phi(10) - 0,01 = 0,5 - 0,01 = 0,49 .$$

Используя таблицу значений функции Лапласа Ф(*x*), находим, $x \approx 2,33$, значит, $\frac{m}{5} - 10 \approx 2,33$. Из этого следует, что $m \approx (2,33 + 10) \cdot 5 \approx 61,65$. Следовательно, в столовой при институте должно быть как минимум 62 места.

Список литературы

1. Агишева Д.К., Зотова С.А., Матвеева Т.А., Светличная В.Б. Математическая статистика: учебное пособие // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2 – С. 122-123.

"«КОРНИ» НЕ ТОЛЬКО ГРУППА".

Грицун Б.М., Коленко К.В., Светличная В.Б.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: mathemat@volpi.ru

В школьной математике есть базовая тема – решение квадратных уравнений во множестве действительных чисел.

В классах с углубленным изучением математики и институтах вводится понятие множества комплексных чисел и тогда справедливо утверждение, что всякий многочлен $f(x)$ степени *n*, $n \geq 1$ с действительными коэффициентами имеет *n* корней, если каждый из корней считать столько раз, какова его кратность.

Тогда квадратное уравнение будет иметь ровно два корня, независимо от знака дискриминанта.

Задача 1. В классе может найтись ученик, который скажет: «Докажите, что нет ни одного квадратного уравнения с тремя различными корнями?»

Решение. Предположим, что мы всерьез ищем такое квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, которому удовлетворяли бы три числа *m*, *n*, *p*. Подставляя числа *m*, *n*, *p* последовательно в уравнение, мы находим, что они будут удовлетворять этому уравнению, если

$$\begin{cases} m^2a + mb + c = 0, \\ n^2a + nb + c = 0, \\ p^2a + pb + c = 0. \end{cases}$$

Для того чтобы числа (*m*, *n*, *p*) были корнями настоящего квадратного уравнения (уравнения отличного от тривиального $0x^2 + 0x + 0 = 0$), система полученных трех однородных уравнений относительно трех неизвестных (*a*, *b*, *c*) должна иметь ненулевое решение, а для этого ее определитель должен равняться нулю, то есть должно выполняться следующее условие

$$\begin{vmatrix} m^2 & m & 1 \\ n^2 & n & 1 \\ p^2 & p & 1 \end{vmatrix} = 0 .$$

Чтобы вычислить определитель, проведем его элементарные преобразования: вычтем из первой и второй строчек третью строку. Элементарные преобразования не изменяют значения определителя, но теперь его легко свести к определителю второго порядка, разложив по третьему столбцу, в котором после преобразования получилось два нуля.

$$\begin{vmatrix} m^2 & m & 1 \\ n^2 & n & 1 \\ p^2 & p & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} m^2 - p^2 & m - p & 0 \\ n^2 - p^2 & n - p & 0 \\ p^2 & p & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 0 \rightarrow \begin{vmatrix} m^2 - p^2 & m - p \\ n^2 - p^2 & n - p \end{vmatrix} =$$

$$= 0 \rightarrow (m^2 - p^2)(n - p) - (n^2 - p^2)(m - p) =$$

$$= 0 \rightarrow (m - p)(n - p)(m + p - n - p) =$$

$$= 0 \rightarrow (m - p)(n - p)(m - n) = 0.$$

Итак, определитель равен

$$(m - p)(n - p)(m - n) = 0 ,$$

откуда следует, что и требовалось доказать *m*=*n* или *m*=*p* или *n*=*p*. Сенсации не состоялось, квадратное уравнение не может иметь трех различных корней.

Но так ли уж все безнадежно с количеством корней?

Задача 2. Составьте хотя бы одно уравнение второй степени, которое имеет четыре различных корня.

Решение. Рассмотрим квадратное уравнение $x^2 - 6x + 8 = 0$. Его корни легко найти, решая уравнение через дискриминант или же по теореме Виета: $x_1 = 2;\ x_2 = 4$. То есть, это уравнение имеет только два корня.

А теперь проделаем с этим уравнением «фокус» – поставим вокруг x две небольшие палочки, которые в математике означают модуль числа