

**Секция «Актуальные вопросы теории и методики
обучения математике в школе»,
научный руководитель – Сафронова Т.М., канд. пед. наук, доцент**

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА ПО
КУРСУ «АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО
АНАЛИЗА» В 10 КЛАССЕ, ОРИЕНТИРОВАННОГО
НА МАТЕМАТИЧЕСКОЕ РАЗВИТИЕ УЧАЩИХСЯ**

Алейникова Н.Ю.

*Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина,
Елец, e-mail: aleinikova_natasha@mail.ru*

На сегодняшний день одной из актуальных проблем в преподавании школьной математики является развитие учащихся в процессе обучения предмету. Практика школьного обучения требует от современного учителя математики проводить конкретную работу в этом направлении. В педагогике, методике ведутся поиски таких дидактических средств, которые могли бы превратить обучение в своего рода развивающий процесс с гарантированным результатом. С нашей точки зрения, одним из таких эффективных средств является авторская педагогическая технология В.М. Монахова.

В соответствии с педагогической технологией В.М. Монахова [1] и технологией проектирования математического развития учащихся [2, 3] нами разработаны комплекс технологических карт и специальных программ развития по курсу «Алгебра и начала математического анализа» (под редакцией А.Г. Мордковича) для учащихся 10 класса. В данной работе приведем пример одной из технологических карт по теме «Производная» (табл. 1). А также продемонстрируем реализацию специальных программ развития, разработанных нами для указанной темы. В логическую структуру учебного процесса мы «встроили» следующие программы развития: алгоритмическое мышление, функционально – графическое мышление, память. Приведем их краткий обзор.

**Специальная программа развития
«Мышление» (№1) на уроках алгебры в 10 классе
при изучении темы «Производная»**

Одной из основных задач изучения темы «Производная» является развитие алгоритмического мышления.

Алгоритмический стиль мышления – это система мыслительных действий, приёмов, которые направлены на решение как теоретических, так и практических задач, результатом чего являются алгоритмы как специфические продукты человеческой действительности.

Цель данной программы развития показать планирование систематической работы учителя по развитию алгоритмического мышления.

Тема «Производная»

(уроки №2-№4, №10-№15, №19-№22)

Рассмотрим упражнения, способствующие развитию алгоритмического мышления.

*1. Упражнения, связанные с применением
соответствующего алгоритма для нахождения
производной*

Найдите скорость изменения функции $y = f(x)$ в точке x_0 :

а) $f(x) = x^3, x_0 = -2$;

б) $f(x) = x^2, x_0 = 5$;

в) $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = -1$;

г) $f(x) = \frac{2}{x}, x_0 = 5$.

*II. Упражнения, связанные с применением
соответствующего алгоритма для составления
уравнения касательной к графику функции*

$$y = f(x)$$

Составьте уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, в точке $x=a$ если:

а) $f(x) = x^2, a = 3$;

б) $f(x) = 2 - x - x^3, a = 0$

в) $f(x) = x^3, a = 1$;

г) $f(x) = x^3 - 3x + 5, a = -1$.

*III. Упражнения, связанные с применением
соответствующего алгоритма для исследования
функции на монотонность и экстремумы*

1. Определите промежутки монотонности функции:

а) $f(x) = x^3 + 2x$;

б) $f(x) = x^2 - \frac{2}{x}$.

2. Найти точки экстремума заданной функции и определите их характер:

а) $y = 7 + 12x - x^3$;

б) $y = 2x + \frac{8}{x}$.

*IV. Упражнения, связанные с применением
соответствующего алгоритма нахождения
наименьшего и наибольшего значений*

Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном отрезке:

а) $y = x^3 - 2x^2 + 1, x \in [0, 5; +\infty]$;

б) $y = 2 \cos x + x, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

**Специальная программа развития «Мышление»
(№2) на уроках алгебры в 10 классе при изучении
темы «Производная»**

Функционально-графическое мышление – это способность человека представлять окружающие объекты и явления в виде зависимости (функции), полученную зависимость представлять и исследовать в виде графического образа.

Цель данной программы развития показать планирование систематической работы учителя по развитию функционально-графического мышления.

Тема «Производная» (уроки №16 – №18)

Рассмотрим упражнения, способствующие развитию алгоритмического мышления.

Упражнения, связанные с умением строить и исследовать графики производной

1. Постройте эскиз графика какой-нибудь функции, обладающей указанными свойствами:

а) Функция имеет разрыв в точке $x = -2$, максимум в точке $x = -1$ и минимум в точке $x = 1$;

б) функция имеет горизонтальную асимптоту $y = 3$ при $x \rightarrow \infty$, одну точку максимума и одну точку минимума.

2. Постройте график производной функции:

а) $y = -x^4 + 5x^2 + 4$;

б) $y = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$.

Специальная программа развития «Память» на уроках алгебры в 10 классе при изучении темы «Производная»

Память – это общее обозначение для комплекса познавательных способностей и высших психических функций по накоплению, сохранению и воспроизведению знаний и навыков.

Цель данной программы развития показать планирование систематической работы учителя по развитию памяти.

Тема «Производная» (уроки №5–№9)

Упражнения, связанные с применением формул и правил дифференцирования, способствующие развитию свойств памяти – припоминать, воспроизводить и узнавать

Найдите производную функции:

а) $y = (4x - 9)^7$;

б) $y = \sqrt{x} - \frac{1}{4}x^4$;

в) $y = \frac{x^3}{3 - 4x}$;

г) $y = \sin x + 2$.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА
(авторская педагогическая технология В.М. Монахова)

Предмет,
класс

Алгебра
10 класс

Ф.И.О.
учителя

Н.Ю. Алейникова

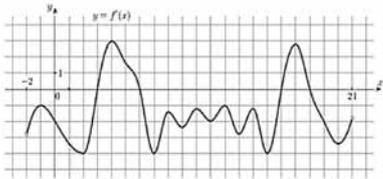
ТЕМА: «Производная»

Логическая структура учебного процесса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
	В 1	Н/М	Р/З	Д 1	В 2	Р/З	Н/М	Р/З	Д 2	В 3	Р/З	Д 3	В 4	Р/З	Д 4	В 5	Р/З	Д 5	В 6	Р/З	Р/З	Д 6		
	мышление →		память →				мышление →				мышление →				мышление →									
1	2	3				4	5																	
Целеполагание	Дата	Диагностика				Дата	Коррекция																	
В 1.1. Знать определение производной. В 1.2 Знать алгоритм нахождения производной и уметь применять его на практике.		<p>Д 1.</p> <p>1. Найдите скорость изменения функции в произвольной точке x:</p> <p>а) $y = -16x + 3$;</p> <p>б) $y = 8,5x - 4$;</p> <p>в) $y = -10x + 5$;</p> <p>г) $y = 7,9x - 14$.</p> <p>2. Найдите скорость изменения функции $y = f(x)$ в точке x_0:</p> <p>а) $f(x) = x^2, x_0 = 2$;</p> <p>б) $f(x) = x^2, x_0 = -1$;</p> <p>в) $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = -0,5$;</p> <p>г) $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = 5$.</p> <p>3. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2$. Найти скорость.</p> <p>а) $t=1$ с.; б) $t=2$ с.; в) $t=3$ с.; г) $t=1,5$ с.</p> <p>4. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = 2t^2 + t$, где t – время, $s(t)$ – отклонение точки в момент времени от начального положения с момента $t_1 = 0$ с. до момента t_2, если:</p> <p>а) $t_2 = 0,5$ с.;</p> <p>б) $t_2 = 0,1$ с.</p>					<p>К 1.</p> <p>– вычислительные ошибки; – путают константу (то есть, число) как слагаемое в сумме и как постоянный множитель. В случае слагаемого её производная равна нулю, а в случае постоянного множителя она выносится за знак производных. Для устранения ошибки необходимо решить несколько одно- двухсоставных примеров.</p>																	

Продолжение табл.

1	2	3	4	5
<p>В 2.1. Знать формулы и правила дифференцирования. Уметь применять их на практике.</p> <p>В 2. 2. Уметь дифференцировать функцию $y = f(kx + m)$.</p>		<p>Д 2.</p> <p>1. Найти производную: а) $y = 7x^2 + \sin x$; в) $y = \frac{1}{x} + 4x$; б) $y = \sqrt{x} - 4x^2$; г) $y = \cos x + 2x$.</p> <p>2. Найти производную: а) $y = x^4 - 7x^9$; в) $y = \frac{x^3}{3 - 4x}$; б) $y = (x^2 + 3)(x^4 - 1)$; г) $y = \sin x \operatorname{tg} x$.</p> <p>3. Вычислите скорость изменения функции в точке x_0 : а) $f(x) = (3x - 2)^5, x_0 = -1$; б) $f(x) = \sqrt{7x - 3}, x_0 = 1$; в) $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right), x_0 = \frac{\pi}{3}$; г) $f(x) = \operatorname{ctg} \frac{x}{3}, x_0 = \pi$.</p> <p>4. При каких значениях x параметра a касательные к графику $y = 4x^2 - a x$, проведенные в точках его пересечения с осью x, образуют между собой угол 60°?</p>		<p>К 2.</p> <p>Затруднения в нахождении производных тригонометрических функций. Следует запомнить и не путать: $(\sin x)' = \cos x$; $(\cos x)' = -\sin x$; $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$; $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.</p> <p>При дифференцировании сложной функции, учащиеся машинально переносят правила дифференцирования простых функций на сложные функции.</p>
<p>В3. Знать алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$.</p>		<p>Д 3.</p> <p>1. Чему равен угловой коэффициент касательной к параболе $y = 1 - x^2$, в точке: а) А(0;1); б) Б(2;-3); в) В$\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$; г) Г(-1;0).</p> <p>2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$, $x=a$. а) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3, a = -1$; б) $f(x) = \sqrt{4 - 5x}, a = 0$; в) $f(x) = \cos 3x, a = \frac{\pi}{2}$; г) $f(x) = \operatorname{tg} 2x, a = \frac{\pi}{8}$.</p> <p>3. Составьте уравнение касательной, проведенной графику функции $y = f(x)$, в точке $x=a$ а) $f(x) = 2 - x - x^3, a = 0$; б) $f(x) = \sqrt{7 - 2x}, a = 3$; в) $f(x) = \cos \frac{x}{3}, a = 0$; г) $f(x) = \frac{3x - 2}{3 - x}, a = 2$.</p> <p>4. Составьте уравнения, тех касательных к графику функции $y = \frac{\sqrt{3}}{6}(1 - x^2)$, которые пересекаются под углом 120° в точке, лежащей на оси y.</p>		<p>К 3.</p> <p>Возникают трудности в формулировках и неясностях задач. Требование «провести касательную» обычно означает «составить уравнение касательной». Это логично, ибо если человек смог составить уравнение касательной, то вряд ли он будет испытывать затруднения с построением на координатной плоскости прямой по ее уравнению. Не указана явно абсцисса точки касания. Искомая касательная должна быть параллельна прямой. Две прямые параллельны тогда и только тогда, когда равны их угловые коэффициенты. Значит, угловой коэффициент касательной должен быть равен угловому коэффициенту заданной прямой:</p>

Окончание табл.

1	2	3	4	5
<p>В 4. Знать алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы.</p>		<p>Д 4.</p> <p>1. Может ли иметь только одну точку экстремума: а) четная функция; в) периодическая функция; б) нечетная функция; г) монотонная функция.</p> <p>2. Определите промежутки монотонности функции: а) $f(x) = x^2 - 5x + 4$; б) $f(x) = x^2 - \frac{2}{x}$; в) $f(x) = -x^5 + 5x$; г) $f(x) = \frac{1-2x}{2x+3}$.</p> <p>3. Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер: а) $y = x^3 - 12x - 7$; б) $y = \sqrt{2x-1}$; в) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x - 1$; г) $y = x - 2\cos x, x \in [-\pi; \pi]$.</p> <p>4. При каких значениях параметра а заданная функция имеет одну стационарную точку: а) $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 27x$; б) $f(x) = 2x^4 - 4ax^3 + 75x$.</p>		<p>К 4. При исследовании функции на монотонность учащиеся очень часто не учитывают точек, в которых функция неопределенна.</p>
<p>В 5. Уметь строить график производной.</p>		<p>Д 5.</p> <p>1. Исследуйте график производной</p>  <p>2. Постройте график производной функции: а) $y = 2x^4 - 9x^2 + 7$; б) $y = \frac{x+2}{x+3}$.</p> <p>3. Постройте график производной: а) $y = 2x^4 - 9x^2 + 7$; б) $y = \frac{3x-4}{x-2}$.</p> <p>4. При каких значениях параметра а: а) уравнение $x^3 - 3x = a$ имеет один корень? б) уравнение $-x^3 + 3x = a$ имеет два корня?</p>		<p>К 5. При построения графика производной, ошибочно строят график функции.</p>
<p>В 6. Знать алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений. Уметь решать задачи на нахождения наименьшего и наибольшего значений величин.</p>		<p>Д 6.</p> <p>1. Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном отрезке: а) $y = -0,5x + 4, x \in [-2; 6]$; б) $y = 2\sin x, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$; в) $y = 2\sin x, x \in [0; 9]$; г) $y = -6x^5, x \in [0; 1; 2]$.</p> <p>2. Найдите наибольшее и наименьшее значения $y = x + \frac{4}{x-1}$ на заданном отрезке: а) $[2; 4]$; б) $[-2; 0]$.</p> <p>3. Произведение двух положительных чисел равно 484. Найдите эти числа, если известно, что их сумма принимает наибольшее значение.</p> <p>4. На графике $y = \sqrt{x}$ найдите точку М, ближайшую к т. А(4,5;0).</p>		<p>К 6. В процессе решения задач на экстремум при исследовании полученной функции на наибольшее (наименьшее) значение делают ошибочный вывод: «Функция на промежутке имеет один максимум, тогда максимальное значение и будет наибольшим».</p>

Дозирование самостоятельной деятельности учащихся (использован задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базового уровня) под редакцией А.Г. Мордковича «Алгебра и начала математического анализа 10 – 11 классы»)		
Стандарт (удовлетворительно)	Хорошо	Отлично
Б 1. № 27.2; 27.6; 27.12. Б 2. № 28.10; 28.18; 28.29. Б 3. № 29.3; 29.5; 29.7. Б 4. № 30.5; 30.8. Б 5. № 31.2; 31.7; 31.18; 30.22. Б 6. № 32.4; 32.7.	Б 1. № 27.5; 27.8; 27.13. Б 2. № 28.17; 28.24; 28.35; 28.40. Б 3. № 29.8; 29.13; 29.21. Б 4. № 30.9; 30.14; 30.29. Б 5. № 31.6; 31.9. Б 6. № 32.8; 32.12, 32.20.	Б 1. № 27.9; 27.11; 27.14. Б 2. № 28.18; 28.27; 28.38; 28.45. Б 3. № 29.15; 29.20; 29.26. Б 4. № 30.10; 30.15; 30.24; 30.31. Б 5. № 31.11; 31.15. Б 6. № 32.17; 32.29; 32.39.

Список литературы

1. Монахов В.М. Педагогическая технология профессора В.М. Монахова // Педагогический вестник. Спец. выпуск. Успешное обучение, 1997.
2. Сафронова Т.М. Технологический подход к проектированию учебного процесса, ориентированного на математическое развитие учащихся: Дис. ... канд. пед. наук. – М., 1999.
3. Сафронова Т.М. Технология проектирования математического развития учащихся: учебное пособие к спецкурсу. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2006, – 102 с.

ИГРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ НА УРОКЕ МАТЕМАТИКИ

Дворникова Ю.Е., Кузнецова Ю.И.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
Елец, e-mail: kariglazka48@gmail.com

Проблема выбора методов обучения – одна из важнейших проблем дидактики, так как от выбора метода зависит деятельность преподавателя, обучающегося, образовательный процесс и результат обучения.

С увеличением умственной нагрузки на уроках математики у обучающихся снижается активность и интерес к предмету. Именно в подростковом возрасте формируются и определяются интересы и склонности к предмету. Поэтому важно, чтобы в этом возрасте школьник узнал притягательные стороны предмета, работал увлеченно и активно. Однако математика не самый простой предмет в школе. Поэтому лучше задействовать методы, удовлетворяющие принципу активного обучения.

Принцип активности – один из основных принципов дидактики. «Он заключается в целенаправленном активном восприятии обучающимися изучаемых явлений, их осмыслении, переработке и применении. Этот принцип подразумевает такое качество учебной деятельности, которое характеризуется высоким уровнем мотивации, созданной потребностью в усвоении знаний и умений, результативностью и соответствием социальным нормам» [7].

Отмечая равнодушие обучающихся к знаниям, нежелание учиться, педагоги пытаются найти более эффективные способы обучения. На первом Всероссийском съезде преподавателей математики в одном из докладов прозвучали такие слова: «...всякий раз как происходит пассивное восприятие готовых понятий, например в математике при изучении готовых правил, определенных типовых задач и т.п., появляется в организме чувство страдания, чувство неприятного; всякий раз, как происходит активное напряжение, стремление к определенной цели, появляется чувство удовлетворения, которое действует возбуждающим образом на организм» [8]. Таким образом, активные методы должны пробуждать стремление разбираться в сложных вопросах, вырабатывать лучшее решение по данной проблеме. «Активные методы обучения формируют у обучаемых не просто знания-репродукции, а умения и потребности применять эти знания для анализа, оценки и правильного принятия решений» [4].

Выделяют следующие отличительные особенности активного обучения:

- принудительная активизация мышления (когда обучаемый вынужден быть активным независимо от желания);
- достаточно длительное время вовлечения обучаемых в учебный процесс (поскольку активность школьников должна быть не кратковременной и эпизодической, а в значительной степени устойчивой и длительной);

- самостоятельная и творческая выработка решений, повышенная степень мотивации и эмоциональности обучаемых;

- постоянное взаимодействие школьников и преподавателя с помощью прямых и обратных связей [9].

Немаловажная роль при активном обучении отводится игровым технологиям. Проблему игровой деятельности в зарубежной психологии и педагогике исследовали многие ученые, среди них З. Фрейд, Ж. Пиаже, в отечественной науке – К.Д. Ушинский, П.П. Блонский, С.Л. Рубинштейн и др. В своих трудах они рассматривали роль игровой деятельности в онтогенезе личности, в развитии основных психических функций и в социализации.

«Дидактическая игра – это специально созданные ситуации, моделирующие реальность, из которых учащимся предлагается найти выход. Главное назначение данного метода – стимулировать познавательный процесс» [6].

В психологическом словаре дидактическую игру определяют как вид игры, организуемой взрослым для решения обучающей задачи [1]. Знания и сведения, которые на уроке кажутся сложными и непонятными, во время игры обучающийся получает свободно, в этом случае удовольствие и интерес являются важнейшими показателями игры.

В процессе игры школьники, обычно, очень внимательны, сосредоточены и дисциплинированы, а значит, вырабатывается привычка мыслить самостоятельно, сосредотачиваться, развивается внимание, память и стремление к знаниям. Погрузившись в действие игры, учащиеся не замечают самого процесса обучения. С большим удовольствием включаются в игру даже самые пассивные дети и прилагают все усилия, чтобы помочь своим товарищам. Благодаря активности учеников проявляются важнейшие качества их личности: трудолюбие, творчество, индивидуальность, инициативность, лидерство и др.

Так как при включении игровых моментов в обучение, у школьников поддерживается и усиливается интерес к предмету, то это создает бодрое рабочее настроение.

Однако отметим, что игровые моменты нельзя рассматривать как забаву. Термин «дидактическая игра» подчеркивает педагогическую направленность, следовательно, можно утверждать, что игровые технологии являются важным средством улучшения учебной деятельности школьников. Существенным признаком дидактической игры является наличие четко поставленной цели обучения и соответствующего результата. А структурными компонентами дидактической игры являются: игровой замысел, дидактические за-