

$$\begin{cases} Z'_x = 0; \\ Z'_y = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{10}{3}x^{2/3}y^{1/5} - 3 = 0; \\ 2x^{1/3}y^{-4/5} - \frac{1}{6} = 0. \end{cases}$$

Решением системы уравнений являются числа  $x=3,5, y=37,5$ .

Критическая точка имеет координаты  $M(3,5; 37,5)$ .

Применим достаточное условие существования экстремума для функции двух переменных.

$$Z''_{xx} = \frac{20}{9} \cdot x^{-5/3} \cdot y^{1/5};$$

$$Z''_{xy} = \frac{10}{3} \cdot x^{-2/3} \cdot \frac{1}{5} y^{-4/5};$$

$$Z''_{yy} = \frac{8}{5} \cdot x^{1/3} \cdot y^{-9/5};$$

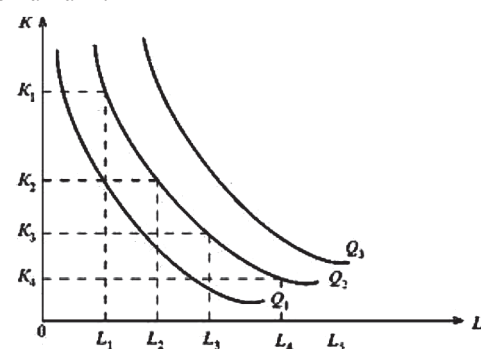
Вычислим:

$$Z''_{xx} \cdot Z''_{yy} - (Z''_{xy})^2 = \frac{32}{9 \sqrt[3]{3,5^4} \cdot \sqrt[5]{37,5^{16}}} > 0;$$

$$Z''_{xx} = -\frac{20}{9} \cdot x^{-5/3} \cdot y^{1/5} < 0.$$

Следовательно, точка  $M(3,5; 37,5)$  – точка экстремума и точка максимума.

Значит, с увеличением товара  $x$  его предельная полезность уменьшается. Графиком функции  $Z$  является некоторая поверхность пространства, каждой точке которого соответствует определенное значение дохода, полученное при данном сочетании набора товаров. Получаем кривые плоскости, которые называются изоквантами.



По изоквантам определяем, как один товар заменяется вторым. Рассмотрим замену одного товара другим аналитическим способом:

$$Z(x, y) = 10 \cdot \sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt{y} = C.$$

Поделив  $Z'_x$  на  $Z'_y$  получим

$$\frac{\Delta x}{x} = -3 \frac{\Delta y}{y}.$$

Подводя итоги, можно сказать, что, повышая первый товар на 1 %, второй уменьшается на 3 %.

Прибыль фирмы будет выражена через функцию

$$L = 10 \cdot \sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt{y} - p_1 x - p_2 y.$$

Торговая фирма обладает бюджетом  $J$ , тогда переменные  $x$  и  $y$  должны удовлетворять условию

$$p_1 x + p_2 y = J.$$

Используя необходимое условие существования экстремума для функции двух переменных и дополнительное ограничение, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} L'_x = 0; \\ L'_y = 0; \\ p_1 x + p_2 y = J \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{10}{3}x^{-2/3} \cdot y^{1/5} - p_1 = 0; \\ 10x^{1/3} \cdot \frac{1}{5}y^{-4/5} - p_2 = 0; \\ p_1 x + p_2 y = J \end{cases}$$

Разделим первое уравнение системы на второе и получим, что

$$\frac{5y}{3x} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Из этого следует, что  $3xp_1 + 5xp_1 = J$ , тогда

$$x = \frac{J}{8p_1}; y = \frac{7J}{8p_2}.$$

При  $J = 100\,000, p_1 = 400, p_2 = 200$ , найдем числовые значения  $x$  и  $y$ :

$$x = 31,25, y = 437,5.$$

Вычислим, какую часть всего бюджета составляют товары  $x$  и  $y$

$$p_1 x = \frac{1}{8}J; p_2 y = \frac{7}{8}J.$$

При заданных ценах на единицу товара и бюджете, расходы на первый товар составляют  $\frac{1}{8}$ ; а на второй товар  $\frac{7}{8}$  всего бюджета.

#### Список литературы

1. Экономико-математические методы и модели: учебное пособие // под ред. С.И. Макарова. – 2-е изд., перераб и доп. – М.: Кнорус, 2007. – 240 с.
2. Математика для экономистов. Задачник: учебно-практическое пособие / под ред. С.И. Макарова, М.В. Мищенко. – М.: Кнорус, 2008. – 360 с.
3. Уфимцева Л.И., Севастьянова С.А., Курганова М.В. Оптимизация выпуска продукции предприятиями в условиях неопределенности: Межвузовский сборник научных трудов. Вып.1 – Самара: изд-во СГЭУ, 2013. – 166–171 с.

#### ТЕОРИЯ ИГР И ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Бушняк М.С.

Самарский государственный экономический университет,  
Самара, e-mail: bushnyak-mariya@mail.ru

#### Условия принятия решений

В теории принятия решений используются различные подходы к процедуре выбора наилучшей из возможных альтернатив. При описании ситуации,

в которой принимается решение, используются данные, условно разделяемые на три группы:

- данные известны точно. Тогда говорят, что принятие решения происходит в условиях определенности;
- данные можно описать в терминах вероятностных распределений – решение принимается в условиях риска;
- данные трудно или невозможно классифицировать по степени их значимости, а также неизвестна их функция распределения и другие статистические характеристики – принятие решений выполняется в условиях неопределенности.

#### 1. Принятие решений в условиях определенности

Модели линейного программирования являются примером принятия решений в условиях определенности. Они применимы лишь в тех случаях, когда ситуацию задачи можно описать линейными функциями. Иной подход требуется в ситуациях, когда речь идет о выборе, основанном на предпочтениях, эмоциях и т.д. Здесь требуется введение количественных показателей.

*Метод анализа иерархий.* Задача. Решив купить автомобиль, человек сузил свой выбор до трёх моделей: М1, М2 и М3. Факторами, влияющими на решение, являются: стоимость автомобиля (С), стоимость обслуживания (О), стоимость поездки по городу (Г) и сельской местности (М). Табл. 1 содержит необходимые данные, соответствующие трехгодичному сроку службы автомобиля.

Постройте матрицы парных сравнений. Оцените согласованность матриц и определите модель автомобиля, которую следует выбрать.

Задача имеет единственный иерархический уровень с четырьмя критериями и три альтернативных решения (М1, М2 и М3). Оценка трех моделей основана на вычислении комбинированного весового коэффициента для каждого из них.

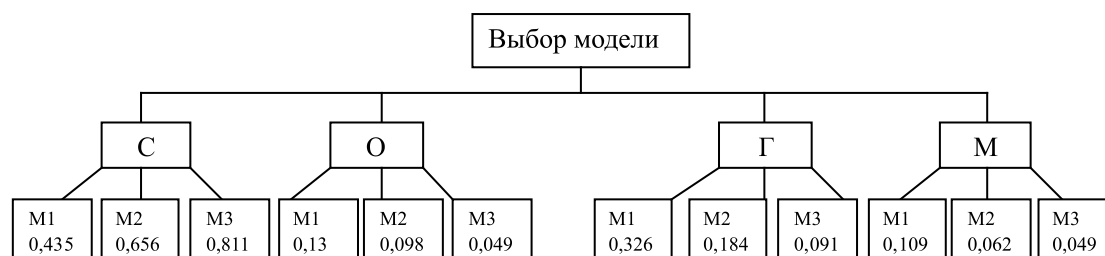
Для того чтобы адаптировать данные из табл. 1 для решения задачи, переведем значения в процентные доли (табл. 2).

Таблица 1

| Модель | С     | О    | Г    | М    |
|--------|-------|------|------|------|
| М1     | 6000  | 1800 | 4500 | 1500 |
| М2     | 8000  | 1200 | 2250 | 750  |
| М3     | 10000 | 600  | 1125 | 600  |

Таблица 2

| Модель | С      | О     | Г      | М      |
|--------|--------|-------|--------|--------|
| М1     | 43,5 % | 13 %  | 32,6 % | 10,9 % |
| М2     | 65,6 % | 9,8 % | 18,4 % | 6,2 %  |
| М3     | 81,1 % | 4,9 % | 9,1 %  | 4,9 %  |



Построим матрицу парных сравнений критериев и нормированную матрицу:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} C & O & Г & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} C \\ O \\ Г \\ M \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 & 9 \\ \frac{1}{8} & 1 & \frac{1}{4} & 5 \\ \frac{1}{3} & 4 & 1 & 6 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$A_{\text{норм}} = \begin{pmatrix} 0,63 & 0,61 & 0,68 & 0,43 \\ 0,08 & 0,76 & 0,057 & 0,24 \\ 0,213 & 0,30 & 0,226 & 0,29 \\ 0,07 & 0,015 & 0,038 & 0,05 \end{pmatrix}$$

Сумма каждого столбца соответственно равна

$$W = (0,587 \ 0,113 \ 0,257 \ 0,043).$$

\* $W$  рассчитывается как  $\frac{\sum}{4}$ , где  $\sum$  сумма значе-

ний в каждой из строк 1,565; 13,2; 4,416.

#### Определение весовых коэффициентов

Сложность метода анализа иерархий заключается именно в определении относительных весов.

Если имеется  $n$  критериев на заданном уровне иерархии, с помощью определенной процедуры создают матрицу парных сравнений размерности  $n \times n$ . Парное сравнение выполняется таким образом, что каждый элемент  $a_{ij}$  матрицы  $A$  является числом от 1 до 9. Если элемент строки доминирует над элементом столбца, то в клетку ставится целое число. При этом  $a_{ij}=1$  означает, что  $i$ -й и  $j$ -й критерии одинаково важны.  $a_{ij}=5$  означает, что  $i$ -й критерий значительно важнее чем  $j$ -й, а  $a_{ij}=9$  указывает, что  $i$ -й критерий чрезвычайно важнее  $j$ -го. Промежуточные значения интерпретируются аналогично. Все диагональные элементы матрицы парных сравнений равны 1, а элементы, симметричные относительно главной диагонали, обратны по величине.

Для расчета весовых коэффициентов каждого критерия существующей задачи необходимо составить матрицу, значения которой будут зависеть от значимости критерия в той или иной модели по отношению друг к другу:

Матрица для определения весовых коэффициентов по критерию «Стоимость»

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} M1 & M2 & M3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} M1 \\ M2 \\ M3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ \frac{1}{4} & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

В сумме каждый столбец дает =  $\frac{7}{4}$ ; 4; 6.

\*Поскольку критерий «Стоимость» существенно выделяется в ценовом отношении, принято реше-

ние уменьшить его относительно большего значения в данном критерии.

Таким образом, весовые коэффициенты равны следующим значениям:

$$p_1 = 0,57;$$

$$p_2 = 0,25;$$

$$p_3 = 0,17.$$

Аналогично рассчитываем коэффициенты по критериям: Обслуживание, Поездки по городу, Поездки по сельской местности.

Коэффициенты по Обслуживанию:

$$p_1 = 0,5;$$

$$p_2 = 0,33;$$

$$p_3 = 0,17.$$

Коэффициенты критерия «Поездки по городу»:

$$p_1 = 0,57;$$

$$p_2 = 0,29;$$

$$p_3 = 0,14.$$

Весовые коэффициенты «Поездки по сельской местности»:

$$p_1 = 0,53;$$

$$p_2 = 0,26;$$

$$p_3 = 0,4.$$

Последним действием в решении задачи будет произвести расчеты для каждой отдельно взятой модели, умножив значения процентных долей и весовых коэффициентов:

$$M_1 = 0,435 \cdot 0,57 + 0,13 \cdot 0,5 + 0,326 \cdot 0,57 + 0,109 \cdot 0,53 = 0,248 + 0,065 + 0,186 + 0,058 = 0,557;$$

$$M_2 = 0,656 \cdot 0,25 + 0,098 \cdot 0,33 + 0,184 \cdot 0,29 + 0,062 \cdot 0,26 = 0,164 + 0,032 + 0,053 + 0,016 = 0,265;$$

$$M_3 = 0,811 \cdot 0,17 + 0,049 \cdot 0,17 + 0,091 \cdot 0,14 + 0,049 \cdot 0,4 = 0,138 + 0,008 + 0,012 + 0,019 = 0,177.$$

Таким образом, моделью автомобиля, которую стоит выбрать является модель 1.

#### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИКЕ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПУТИ НАИМЕНЬШЕЙ СТОИМОСТИ

Маликов Д.З., Уфимцева Л.И.

Самарский государственный экономический университет, Самара, e-mail: jafar98.jm@gmail.com

Математика и экономика – независимые области знаний, каждая из которых имеет свой объект и предмет исследования. Математика предназначена для нахождения скрытого порядка в окружающем нас мире, она создает универсальные инструменты исследования связей и получения на этой основе информацию об объекте. Таким образом, математика помогает решать задачи из разных областей знаний.

Немалую роль в экономике играет динамическое программирование – один из разделов математического программирования, в котором процесс решения может быть разбит на отдельные этапы. Динамическое программирование помогает найти оптимальное решение для экономических задач: равномерное распределение ресурсов, определение пути наименьшей стоимости. Например: «Турист решил отправиться из города  $Q_1$  в город  $Q_{16}$ . К конечному пункту он мо-