

Построим матрицу парных сравнений критериев и нормированную матрицу:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} C & O & Г & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} C \\ O \\ Г \\ M \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 & 9 \\ \frac{1}{8} & 1 & \frac{1}{4} & 5 \\ \frac{1}{3} & 4 & 1 & 6 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$A_{\text{норм}} = \begin{pmatrix} 0,63 & 0,61 & 0,68 & 0,43 \\ 0,08 & 0,76 & 0,057 & 0,24 \\ 0,213 & 0,30 & 0,226 & 0,29 \\ 0,07 & 0,015 & 0,038 & 0,05 \end{pmatrix}$$

Сумма каждого столбца соответственно равна

$$W = (0,587 \ 0,113 \ 0,257 \ 0,043).$$

* W рассчитывается как $\frac{\sum}{4}$, где $\sum$ сумма значе-

ний в каждой из строк 1,565; 13,2; 4,416.

Определение весовых коэффициентов

Сложность метода анализа иерархий заключается именно в определении относительных весов.

Если имеется n критериев на заданном уровне иерархии, с помощью определенной процедуры создают матрицу парных сравнений размерности $n \times n$. Парное сравнение выполняется таким образом, что каждый элемент a_{ij} матрицы A является числом от 1 до 9. Если элемент строки доминирует над элементом столбца, то в клетку ставится целое число. При этом $a_{ij}=1$ означает, что i -й и j -й критерии одинаково важны. $a_{ij}=5$ означает, что i -й критерий значительно важнее чем j -й, а $a_{ij}=9$ указывает, что i -й критерий чрезвычайно важнее j -го. Промежуточные значения интерпретируются аналогично. Все диагональные элементы матрицы парных сравнений равны 1, а элементы, симметричные относительно главной диагонали, обратны по величине.

Для расчета весовых коэффициентов каждого критерия существующей задачи необходимо составить матрицу, значения которой будут зависеть от значимости критерия в той или иной модели по отношению друг к другу:

Матрица для определения весовых коэффициентов по критерию «Стоимость»

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} M1 & M2 & M3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} M1 \\ M2 \\ M3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ \frac{1}{4} & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

В сумме каждый столбец дает = $\frac{7}{4}$; 4; 6.

*Поскольку критерий «Стоимость» существенно выделяется в ценовом отношении, принято реше-

ние уменьшить его относительно большего значения в данном критерии.

Таким образом, весовые коэффициенты равны следующим значениям:

$$p_1 = 0,57;$$

$$p_2 = 0,25;$$

$$p_3 = 0,17.$$

Аналогично рассчитываем коэффициенты по критериям: Обслуживание, Поездки по городу, Поездки по сельской местности.

Коэффициенты по Обслуживанию:

$$p_1 = 0,5;$$

$$p_2 = 0,33;$$

$$p_3 = 0,17.$$

Коэффициенты критерия «Поездки по городу»:

$$p_1 = 0,57;$$

$$p_2 = 0,29;$$

$$p_3 = 0,14.$$

Весовые коэффициенты «Поездки по сельской местности»:

$$p_1 = 0,53;$$

$$p_2 = 0,26;$$

$$p_3 = 0,4.$$

Последним действием в решении задачи будет произвести расчеты для каждой отдельно взятой модели, умножив значения процентных долей и весовых коэффициентов:

$$M_1 = 0,435 \cdot 0,57 + 0,13 \cdot 0,5 + 0,326 \cdot 0,57 + 0,109 \cdot 0,53 = 0,248 + 0,065 + 0,186 + 0,058 = 0,557;$$

$$M_2 = 0,656 \cdot 0,25 + 0,098 \cdot 0,33 + 0,184 \cdot 0,29 + 0,062 \cdot 0,26 = 0,164 + 0,032 + 0,053 + 0,016 = 0,265;$$

$$M_3 = 0,811 \cdot 0,17 + 0,049 \cdot 0,17 + 0,091 \cdot 0,14 + 0,049 \cdot 0,4 = 0,138 + 0,008 + 0,012 + 0,019 = 0,177.$$

Таким образом, моделью автомобиля, которую стоит выбрать является модель 1.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИКЕ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПУТИ НАИМЕНЬШЕЙ СТОИМОСТИ

Маликов Д.З., Уфимцева Л.И.

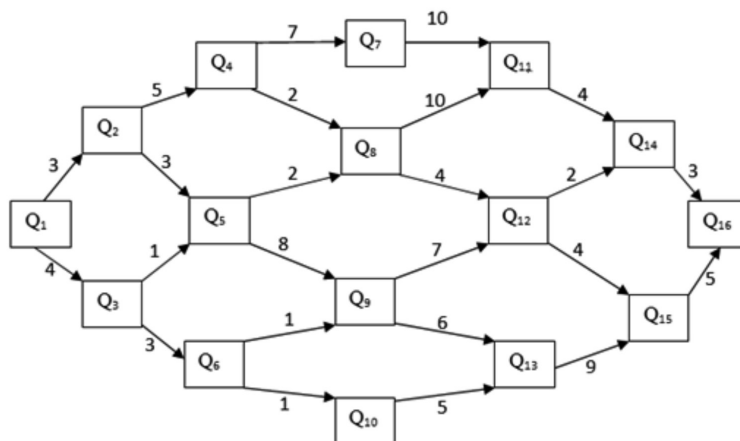
Самарский государственный экономический университет, Самара, e-mail: jafar98.jm@gmail.com

Математика и экономика – независимые области знаний, каждая из которых имеет свой объект и предмет исследования. Математика предназначена для нахождения скрытого порядка в окружающем нас мире, она создает универсальные инструменты исследования связей и получения на этой основе информацию об объекте. Таким образом, математика помогает решать задачи из разных областей знаний.

Немалую роль в экономике играет динамическое программирование – один из разделов математического программирования, в котором процесс решения может быть разбит на отдельные этапы. Динамическое программирование помогает найти оптимальное решение для экономических задач: равномерное распределение ресурсов, определение пути наименьшей стоимости. Например: «Турист решил отправиться из города Q_1 в город Q_{16} . К конечному пункту он мо-

жет добраться разными путями. На каждом маршруте расположены по 6 мелких населенных пунктов, расстояние между которыми не одинаковое. Туристу необходимо спланировать маршрут так, чтобы километраж был минимальным».

Решение:



Отметим, что любой путь из пункта Q_1 в пункт Q_{16} включает 6 шагов (на рисунке каждый шаг это стрелочка). Начнем поиск оптимального маршрута от конечного пункта, положив $n = 1$.

$$f_1(14) = c_{14,16} = 3; f_1(15) = c_{15,16} = 5.$$

$$n = 2.$$

Определим f_2 в пунктах Q_{11}, Q_{12}, Q_{13} :

$$f_2(11) = c_{11,14} + f_1(14) = 4 + 3 = 7;$$

$$f_2(12) = \min\{c_{12,14} + f_1(14); c_{12,15} + f_1(15)\} = c_{12,14} + f_1(14) = 2 + 3 = 5;$$

$$f_2(13) = c_{13,15} + f_1(15) = 9 + 5 = 14.$$

Видим, что маршрут во втором шаге проходит через пункт Q_{12} , потому пункты $Q_7, Q_{10}, Q_{11}, Q_{13}$ не входят в маршрут.

$$n = 3.$$

Третий шаг содержит пункты Q_8, Q_9 (пункты Q_7 и Q_{10} не входят в маршрут):

$$f_3(8) = c_{8,12} + f_2(12) = 4 + 5 = 9;$$

$$f_3(9) = c_{9,12} + f_2(12) = 7 + 5 = 12;$$

$$n = 4.$$

4-й шаг содержит пункты Q_4, Q_5, Q_6 :

$$f_4(4) = c_{4,8} + f_3(8) = 2 + 9 = 11;$$

$$f_4(5) = \min\{c_{5,8} + f_3(8); c_{5,9} + f_3(9)\} = c_{5,8} + f_3(8) = 2 + 9 = 11;$$

$$f_4(6) = c_{6,9} + f_3(9) = 1 + 12 = 13;$$

$$n = 5.$$

$$f_5(2) = \min\{c_{2,4} + f_4(4); c_{2,5} + f_4(5)\} = c_{2,4} + f_4(4) = 5 + 11 = 16;$$

$$f_5(3) = c_{3,5} + f_4(5) = 1 + 11 = 12.$$

$$n = 6.$$

$$f_6(1) = \min\{c_{1,2} + f_5(2); c_{1,3} + f_5(3)\} = c_{1,3} + f_5(3) = 4 + 12 = 16$$

или

$$\begin{aligned} f_6(1) &= c_{1,3} + f_5(3) = c_{1,3} + c_{3,5} + f_4(5) = \\ &= c_{1,3} + c_{3,5} + c_{5,8} + f_3(8) = c_{1,3} + c_{3,5} + c_{5,8} + c_{8,12} + \\ f_2(12) &= c_{1,3} + c_{3,5} + c_{5,8} + c_{8,12} + c_{12,14} + f_1(14) = \\ &= c_{1,3} + c_{3,5} + c_{5,8} + c_{8,12} + c_{12,14} + c_{14,16} \end{aligned}$$

и оптимальный путь определен:

$$Q_1 - Q_3 - Q_5 - Q_8 - Q_{12} - Q_{14} - Q_{16}.$$

