

УДК 51-77

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

Балаба Д.А., Короткова В.П.*ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru*

Применение математического аппарата в сфере экономики, особенно в финансовой области, не теряет своей актуальности уже в течение многих лет. Это обусловлено тем, что применение математических методов для расчета процентных ставок в области финансов и кредита имеет достаточно широкое применение. В современном обществе для решения задач такого типа используют категории теории вероятности, которые позволяют предсказать суммарный результат. Также особую значимость в экономических приложениях имеют математические методы, основанные на использовании ряда Тейлора, уравнения Фишера и уравнения эквивалентности. В целом их применение позволяет не только определить реальную доходность от вложения денежных средств в виде депозитов в банке и стоимость контрактов, но и рассчитать величину наращенной суммы.

Ключевые слова: Финансовая математика, вероятностные оценки, математические методы, процентная ставка, стоимость контракта, доходность вложений

THE APPLICATION OF TECHNIQUES OF FINANCIAL MATHEMATICS IN ECONOMIC CALCULATIONS

Balaba D.A., Korotkova V.P.*Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru*

The use of mathematical apparatus in the field of economy, especially in the financial area, does not lose its relevance for many years. This is because the application of mathematical methods to calculate interest rates in Finance and credit has quite wide application. In modern society for solving problems of this type using categories of the theory of probability, which allow to predict the total result. Also of particular importance in the economic applications are mathematical methods based on the use of Taylor series, the equations of Fisher and the equation of equivalence. In General, their use allows not only to determine the actual yield from the investment of funds in the form of Bank deposits and value of the contracts, but also to calculate the amount of the accrued.

Keywords: Financial mathematics, probability estimation, mathematical methods, interest rate, value of the contract, the yield of investments

В последние годы в России произошло много изменений в применении разделов прикладной математики в различных сферах. Интересы специалистов по прикладной математике переместились на новые области. Оперативное развитие банковской, инвестиционной и страховой деятельности обусловило необходимость привлечения в данные области специалистов нового типа. Так, одной из таких областей оказалась финансовая математика.

Финансовая математика представляет собой раздел прикладной математики, который изучает задачи, имеющие финансовые расчеты. В данной области каждый финансовый инструмент рассматривается со стороны генерируемого этим инструментом потока денежных средств [1].

Тема не теряет свою актуальность и в современном обществе, так как методы математического расчета процентных ставок в сфере финансов и кредита имеют широкое применение, особенно при финансовом про-

ектировании, при сравнении и отборе долгосрочных инвестиционных проектов, при расчетах, связанных с личным страхованием. То есть, такие специалисты как финансисты, бухгалтера, экономисты, банкиры, должны обладать знанием методов математических операций с процентной ставкой [5].

Сейчас для решения многих задач в сфере финансов и кредита используют такие специфические математические методы, которые основываются на основных постулатах теории вероятностей, значительный вклад в которую внесли такие русские ученые, как: П.Л. Чебышев, А.А. Марков, А.М. Ляпунов [2].

Теория вероятностей позволяет предсказать суммарный результат, то есть если специалисты по финансам и кредиту изучат законы, управляющие этими случайными событиями, то при возникновении необходимости смогут изменить их ход [4].

Так, на данный момент, коммерческие банки имеют в своем распоряжении боль-

шое количество операций денежно-кредитного характера, но все же главное направление их деятельности – это выдача кредитов. Поэтому у банков возникает такая опасность, как кредитный риск, зависящий в главной мере от вероятности выполнения заемщиком всех обязательств, предписанных договором. То есть вероятность определяется тем, как заемщик погасит кредитные обязательства.

Человек, взявший кредит (т.е. заемщик), возвращает кредит долями и платит процент, установленный банком. Но условия договора могут не выполняться, если наступят обстоятельства, которые в последствие определяют наложение и взыскания с помощью судебного иска. Поэтому для банка рациональнее и разумнее выдавать кредиты лишь тогда, когда он будет уверен в своем заемщике.

В этом случае возникает случайная величина – вернули кредит или нет. Для определения надежности кредитуемого, банк проводит анализ общей характеристики, личных доходов, собственного капитала и экономической ситуации в целом. Данный анализ проводится на основе методов теории вероятностей и математической статистики.

Так же теория вероятностей используется и при нахождении простых (то есть расчет дохода на процент, основанный на арифметической прогрессии) и сложных (то есть начисление в банковском депозите, который по истечении каждого периода предполагает то, что начисленные проценты становятся суммой) процентов, например, при помощи такого приема, как ряды Тейлора.

Ряд Тейлора представляет собой разложение функции в бесконечную сумму степенных функций. Он применяется при аппроксимации функции многочленами, а линеаризация уравнений основывается на разложении в ряд Тейлора и отсечения членов выше первого порядка.

Пусть функция $f(x)$ бесконечно дифференцируемая функция в некоторой окрестности точки. Формальный ряд $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}}{k!} \cdot (x-a)^k$, называется рядом Тейлора функции $f(x)$ в точке a .

Для расчета реальной доходности используют уравнение Фишера, описывающее связь между темпом инфляции, номинальной и реальной ставками процента.

$$i_{xx} = i_{yy} + \inf l,$$

где i_{xx} – номинальная ставка процента, i_{yy} – реальная ставка процента, $\inf l$ – темп ин-

фляции – для значений, которые меньше 10 %, либо более точная формула:

$$\begin{aligned} 1 + i_{xx} &= (1 + i_{yy}) \cdot (1 + \inf l) = \\ &= 1 + i_{yy} + \inf l + i_{yy} \cdot \inf l. \end{aligned}$$

Для примера рассмотрим следующую ситуацию.

Применив ряд Тейлора, привести значения сложных процентов вклада, полученных в результате депозитной операции. Используя формулу Фишера, скорректировать процентную ставку (i_{yy}) простых и сложных процентов на уровне инфляции, при условии, что срок вклада (n) = 5, процентная ставка (i) = 13 %, темп инфляции ($\inf l$) в единицу срока вклада равна 8,9 %.

Найдем значения ряда Тейлора:

$$\begin{aligned} (1+i)^n &= 1 + \frac{0,13 \cdot 5}{1!} + \frac{5 \cdot (5-1) \cdot 0,13^2}{2!} + \\ &+ \frac{5 \cdot (5-1) \cdot (5-2) \cdot 0,13^3}{3!} + \\ &+ \frac{5 \cdot (5-1) \cdot (5-2) \cdot (5-3) \cdot 0,13^4}{4!} + \\ &+ \frac{5 \cdot (5-1) \cdot (5-2) \cdot (5-3) \cdot (5-4) \cdot 0,13^5}{5!} = \\ &= 1 + \frac{0,65}{1} + \frac{0,338}{2} + \frac{0,13182}{6} + \\ &+ \frac{0,3427320}{12} + \frac{0,4455515}{20} \end{aligned}$$

Теперь вычислим простые и сложные проценты:

$$1 + n \cdot i = 1 + 5 \cdot 0,13 = 1,65$$

$$(1+i)^n = (1+0,13)^5 = 1,842435$$

Используя уравнение Фишера, найдем реальную процентную ставку:

Для простых:

$$i_{yy} = i_{xx} - n \cdot \inf l = 1,65 - 5 \cdot 0,089 = 1,205$$

Для сложных:

$$i_{yy} = 1,8424351 - 5 \cdot 0,089 = 1,3974351$$

Также с помощью математических формул можно определить реальную доходность от вложения денежных средств в виде депозитов в банке. Она может быть как положительной, что говорит о приумножении вложений в реальном выражении, так и отрицательной, что свидетельствует об их обесценении.

Рассмотрим на примере следующей ситуации.

Первоначальная сумма (P) 6400 руб. помещена в банк на срок (n) 0,75 года (9 месяцев) под 7% годовых (i) (простые проценты). Найти наращенную сумму (S), эквивалентные значения простой учетной ставки (d), сложной процентной ставки (j) (проценты начисляются 4 раза в году). Найти наращенную сумму, при условии, что ставка налога на проценты (q) составляет 9%, а уровень инфляции (a) за рассматриваемый период оказался равным 1,9%. Какова реальная доходность операции (C)?

Формула для нахождения наращенной суммы имеет следующий вид:

$$S = P \cdot (1 + n \cdot i)$$

Найдем наращенную сумму:

$$S = 6400 \cdot (1 + 0,75 \cdot 0,07) = 6736 \text{ руб.}$$

Эквивалентное значение простой учетной ставки находится по формуле:

$$d = \frac{i}{(1 + n \cdot i)}$$

$$d = \frac{0,07}{(1 + 0,75 \cdot 0,07)} = 6,7\%$$

По формуле:

$$i = \sqrt[n]{(1 + n \cdot i)} - 1$$

найдем эквивалентное значение сложной процентной ставки:

$$i = \sqrt[0,75]{(1 + 0,75 \cdot 0,07)} - 1 = 7,1\%$$

Также по формуле:

$$j = m \cdot (\sqrt[m]{1 + n \cdot i} - 1)$$

найдем значение сложной номинальной процентной ставки:

$$j = 4 \cdot (\sqrt[4]{1 + 0,75 \cdot 0,07} - 1) = 6,9\%$$

Для того чтобы найти наращенную сумму при наличии ставки налога на проценты изначально необходимо рассчитать сумму налога на проценты (S_n). Для этого используем следующую формулу:

$$S_n = (S - P) \cdot \frac{q}{100}$$

Вычислим сумму налога на проценты:

$$S_n = (6736 - 6400) \cdot \frac{9}{100} = 30,24 \text{ руб.}$$

Теперь мы можем найти наращенную сумму при наличии ставки налога на проценты (S_k), используя следующую формулу:

$$S_k = S - S_n$$

Она будет равна:

$$S_k = 6736 - 30,24 = 6705,76 \text{ руб.}$$

Для того чтобы определить какова реальная доходность операции, нам необходимо рассчитать индекс цен (I):

$$I = 1 + \frac{a}{100}$$

$$I = 1 + \frac{1,9}{100} = 1,19$$

В итоге найдем реальную стоимость наращенной суммы с учетом инфляции (C), используя формулу:

$$C = P \cdot \frac{1 + n \cdot i}{I}$$

$$C = 6400 \cdot \frac{1 + 0,75 \cdot 0,07}{1,19} = 6610,4 \text{ руб.}$$

В практике финансовых операций имеет распространение сделка, называемая продажей контракта. Она заключается в следующем. Некий субъект (или организация) имеет контракт, по которому он получит с другого субъекта определенную сумму денег в определенный срок. Владелец этого контракта хочет получить деньги и для осуществления этого желания продает контракт банку (или другому лицу), который сможет в будущем получить деньги по этому контракту. Контракт имеет стоимость, определяемую в момент его покупки, т.е. современную ценность, приняв за момент приведения начало контракта.

Для определения стоимости контракта используется уравнение эквивалентности, которое определяет большинство соотношений и формул финансовой математики как свои частные случаи. В данном уравнении сумма заменяемых платежей, приведенных к какому-либо одному моменту времени, приравнивается к сумме платежей, сделанных по новому обязательству, приведенных к той же дате [3].

В качестве примера приведем следующую ситуацию.

Гражданин А купил у гражданина В новую вещь, заключив контракт, в соответствии с которым он обязуется заплатить 1000 руб. через 27 месяцев и еще 3000 руб. — через 5 лет. Гражданин В, нуждаясь в день-

гах, хочет продать данный контракт финансовой организации, которая согласна его купить лишь при условии начисления на собственные деньги процентов по ставке $j_4 = 8\%$. Сколько компания обязана заплатить господину В за контракт?

Условия контракта определяются осью времени, на которой каждый процентный период равен 3 месяцам, а на 27 месяцах имеется 9 процентных периодов, а в 5 годах – 20 процентных периодов.

Организация обязана заплатить за контракт его стоимость в момент 0 (то есть в момент начала приведения), данная стоимость обозначается буквой x . Отсюда, очевидно, что:

$$x = 1000 \cdot (1+i)^{-9} + 3000 \cdot (1+i)^{-20},$$

$$i = \frac{0,08}{4} = 0,02;$$

$$\begin{aligned} x &= 1000 \cdot 1,02^{-9} + 3000 \cdot 1,02^{-20} = \\ &= 1000 \cdot 0,8368 + 3000 \cdot 0,6730 = 2855,8 \text{ руб.} \end{aligned}$$

В общем виде уравнение эквивалентности можно записать следующим образом:

$$\sum_{g=1}^m S_g V^{p_g} = \sum_{k=1}^n R_k V^{t_k};$$

$$V = (1+i)^{-1},$$

где $R_1, \dots, R_n$ – платежи по старому контракту; $t_1, \dots, t_n$ – сроки, в которые должны быть произведены эти платежи; $S_1, \dots, S_m$ – платежи по новому контракту; $V = 1+i$, если соответствующие платежи производятся ранее момента, к которому приводятся пла-

тежи; $V = (1+i)^{-1}$, если соответствующие платежи производятся после момента, к которому приводятся платежи; i – ставка процентов, начисляемых на деньги, находящиеся в обороте.

То есть, организация должна за контракт 2855,8 рублей.

Таким образом, с помощью математических методов в сфере финансов и кредита определяются процентные ставки, стоимость контрактов, реальная доходность вложений и т.д. Данные методы очень важны в рассмотренной сфере, так как в настоящее время рыночная экономика достигла очень высокого уровня развития. Однако, в связи с ее постоянным движением вперед, необходимо разрабатывать новые, более прогрессивные методы и приемы, в которых будут нуждаться специалисты новых профилей и вся экономика в целом.

Список литературы

1. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Финансовая математика в инвестиционном проектировании (учебное пособие) // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2014. № 8-2. С. 178-179.
2. Долгополова А.Ф. Моделирование стратегии управления в социально-экономических системах с использованием Марковских процессов // Вестник АПК Ставрополя. – 2011. № 1. С. 67-69.
3. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Применение операционного исчисления в моделировании экономических систем // Аграрная наука, творчество, рост. 2013. С. 263-265.
4. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Коррекция динамического диапазона статистических данных // Статистика вчера, сегодня, завтра : сб. по материалам Междунар. науч.-практ. конф. 2013. С. 148-152.
5. Шмалько С.П. Формирование профессионально ориентированного мышления у студентов экономических направлений. // Культурная жизнь Юга России. 2010. № 1. С. 99-101.