

УДК 621.3: 51–7

## ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ КОМПЛЕКСНЫМИ ФУНКЦИЯМИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО

**Босов В.А., Петренко Д.С.**

*ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,  
e-mail: inf@stgau.ru*

Данная статья посвящена изучению комплексных чисел и математическим операциям над ними, а также применению КЧ в электротехнике для расчёта сложных электрических цепей с помощью КЧ. Первым, кто открыл комплексные числа (КЧ), был итальянский учёный, математик и инженер Кардано Джероламо в одной из своих работ. В первой части статьи дано определение Комплексного числа, его форм представления, показана роль КЧ в расчёте электрических цепей. Далее излагается, какие операции должен уметь выполнять студент с КЧ и о роли переменного тока в электротехнике. Приведены наглядные примеры общего вида уравнений переменного напряжения и тока. Описаны свойства переменных синусоидальных величин, возможные математические операции над ними, три возможные формы представления комплексного числа, а также условия, при которых возможен переход от синусоидальной величины к комплексному числу. В статье присутствует пример представления синусоидальных тока и напряжения как КЧ во всех трёх формах: алгебраической, показательной и тригонометрической. Целью данной работы является разбор и усвоение темы «Использование комплексных чисел в электротехнике», а также их применение на практике при расчёте сложных электрических цепей, их свойства и возможные операции над ними.

**Ключевые слова:** комплексные числа (КЧ), электротехника, электрические цепи

## REPRESENTATION OF ELECTRIC CHAIN PARAMETERS WITH INTEGRATED FUNCTIONS OF ACTIVE VARIABLES

**Bosov V.A., Petrenko D.S.**

*Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian  
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru*

This article is devoted to the study of complex numbers and mathematical operations on them, and the use of HT in electrical engineering to calculate complex electric circuits using KCH. The first who discovered complex numbers (KCH), was an Italian scientist, mathematician and engineer, Cardano in one of his works. In the first part of the article, definition of Complex number, forms of representation, the role of KCH in the calculation of electric circuits. Further outlines which operations must be performed by a student from KCH and the role of AC in electrical engineering. Illustrative examples of the General form of the equations of alternating voltage and current. Describes the properties of variables of sinusoidal quantities, possible mathematical operations on them, three possible forms of representation of a complex number, as well as the conditions under which a transition from the sine value to a complex number. In the article there is an example representation of sinusoidal current and voltage as HT in all three forms: algebraic, exponential and trigonometric. The aim of this work is the analysis and acquisition of the theme «the Use of complex numbers in electrical engineering», as well as their practical application in the calculation of complex electrical circuits, their properties and possible operations on them.

**Keywords:** complex numbers (CN), electrical engineering, electrical circuits

Первое упоминание о так называемых «мнимых» числах как о квадратных корнях из отрицательных чисел появилось ещё в XVI в. В 1545 г. итальянским учёным Д. Кардано (1501-1576) была проделана работа, в которой, пробуя решить уравнение  $y = x^3 - 12x + 16$ , он получил  $\sqrt{-243}$ . Через данное выражение представились действительные корни уравнения:  $x_1 = x_2 = 2$ ,  $x_3 = -4$ . Заслуга Джироламо Кардано заключалась в предположении существования «несуществующего числа»  $\sqrt{-1}$ , вследствие чего он ввёл правило умножения:  $\sqrt{-1} * \sqrt{-1} = -1$  [4].

Комплексные числа (КЧ) – это курс математики, наиболее удобный и подходящий для подготовки профессионального направ-

ления бакалавра по таким направлениям как: Информатика и вычислительная техника. Так же при изучение комплексных чисел важно учесть применение знаний математики в специальных, общетехнических дисциплинах, в частности в электротехнике [5]. Использование комплексных чисел даёт возможность применять формулы, законы и методы расчётов, применяющиеся в цепях переменного и постоянного токов, упростить некоторые вычисления, путём замены графического решения алгебраическим и рассчитать сложные электрические цепи, а так же упростить решения по расчётам цепей переменного и электрического токов [11, 13].

Для того, чтобы студент мог проводить математические операции с КЧ, он должен

уметь: 1) находить модуль а аргумент комплексного числа и, наоборот, комплексное число по его аргументу и модулю; 2) переводить комплексное число из одной формы в другую; 3) производить умножение и деление, сложение и вычитание комплексных чисел [10].

Кроме этого, довольно важную роль занимает умение построения кривой и вектора по уравнению синусоиды, вектора по КЧ, определения КЧ по уравнению и вектору и уравнения по комплексному числу [6].

В теме «Переменный ток» занимает очень важное место в электротехнике, так как большая часть электротехнических установок работает на переменном токе, который в свою очередь изменяется по синусоидальному закону.

$$u = U_M \sin(\omega t + \varphi)$$

– уравнение переменного напряжения, где  $u$  – мгновенное значение напряжения;  $U_M$  – макс. значение (амплитуда) напряжения;  $\omega$  – угловая частота;  $t$  – время;  $\varphi$  – начальный фазовый угол;  $\omega t = \alpha$  – электрический угол. Данное уравнение объединяет (связывает) две переменные величины: напряжение  $u$  и время  $t$ . Напряжение изменяется синусоидально с течением времени [1].

Подобный вид имеют уравнения тока и Э.Д.С.:

$$i = I_M \sin(\omega t + \varphi);$$

$$e = E_M \sin(\omega t + \varphi).$$

Для того чтобы произвести расчёт цепей переменного тока используют синусоидально изменяющимися параметрами, т.е. выполнять сложение, вычитание, умножение и деление, приведённого выше типа уравнений.

Складывать синусоидальные величины довольно сложно, особенно при сложении большого числа уравнений [9, 12].

Переменная синусоидальная величина имеет следующие свойства:

1. Переменную синусоидальную величину можно представить определённо вектором. Длина этого вектора будет равна величине амплитуды, а угол наклона – начальному фазовому углу соответственно.

2. Сложение и вычитание данных величин дозволено заменить сложением и вычитанием векторов.

Помимо сложения и вычитания синусоидальных величин требуется умножать и делить. Именно здесь нам помогают комплексные числа.

На плоскости комплексное число принято изображать в виде вектора, длина которого будет равна модулю данного числа, а угол наклона – его аргументу. В сравнении с математикой в электротехнике мнимое число принято обозначать буквой  $j$ . Если дано некоторое КЧ  $A = a + jb$ , то его можно представить в виде вектора, где его модуль будет равен  $|A| = \sqrt{a^2 + b^2}$ , а его аргумент соответственно –  $\alpha = \arctg \frac{b}{a}$  [2, 14].

Комплексное число обладает тремя формами:  $A = a + jb$  – алгебраической;  $A = |A|e^{j\alpha}$  – показательной;  $A = |A|(\cos\alpha + jsin\alpha)$  – тригонометрической.

Комплексное число определённо представлено вектором, а определённому вектору соответствует определённо комплексное число [8].

Стало быть, что переменную синусоидальную величину мы можем представить комплексным числом, если:

а) переменную синусоидальную величину возможно представить вектором;

б) данному вектору соответствует конкретное комплексное число.

Комплексными числами можно выражать следующие величины: ток, напряжение, мощность, проводимость и сопротивление [3].

### Напряжение и ток

Дано уравнение напряжения –  $u = U_M \sin(\omega t + \varphi)$ . В электротехнике принято брать за длину вектора действующее значение, а не максимальное. Она находится (вычисляется) как частное максимального значения  $U_M$  и  $\sqrt{2}$ , и обозначается буквой  $U$  без индекса:

$$U = \frac{U_M}{\sqrt{2}};$$

Комплексом  $\dot{U}$  – называется синусоидальная величина, которая выражена комплексным числом.

Комплекс напряжения, как и комплексное число можно записать в трёх формах:

а)  $\dot{U} = U_a + jU_p$  – алгебраической;

б)  $\dot{U} = Ue^{j\varphi}$  – показательной;

в)  $\dot{U} = U(\cos\varphi + j\sin\varphi)$  – тригонометрической.

Следовательно, в комплексе напряжения модуль равен действующему значению, аргумент – начальному фазовому углу, реактивная – мнимой части, активная составляющая – вещественной части комплекса напряжения [7, 15].

Аналогичные формы для тока:

$$i = I_M \sin(\omega t + \varphi);$$

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}};$$

$$\dot{I} = I_a + jI_p;$$

$$\dot{I} = I(\cos\varphi + j\sin\varphi);$$

$$\dot{I} = Ie^{j\varphi}.$$

Итак, комплексные числа (КЧ), как уже вначале говорилось, – это курс математики наиболее удобный для изучения такой дисциплины, как электротехника. Именно комплексные числа позволяют применять законы и формулы в цепях постоянного и переменного токов, упрощают различного вида вычисления и помогают рассчитывать сложные электрические цепи.

#### Список литературы

1. Гулай Т.А., Литвин Д.Б., Долгополова А.Ф. Использование математических методов для анализа динамических свойств управляемого объекта // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем. 2012. С. 167–170.
2. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Математическое моделирование социально-экономических систем // Учетно-аналитические и финансово-экономические проблемы развития региона: Ежегодная 76-я науч.-практ. конф. СтГАУ «Аграрная наука – Северо-Кавказскому региону». 2012. С. 283–286.
3. Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Литвин Д.Б. Личностно-ориентированное обучение математике студентов экономических направлений как средство повышения качества обучения // Теоретические и прикладные проблемы современной педагогики. 2012. С. 28–33.
4. Субоптимальное оценивание вектора угловой скорости объекта по измерениям распределенной акселерометрической системы / Д. Б. Литвин, А. Н. Хабаров, И. П. Шепеть, В. Г. Бондарев, Е. В. Озеров. Вестник АПК Ставрополя. 2013. № 3 (11). С. 60–63.
5. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Применение операционного исчисления в моделировании экономических систем // Аграрная наука, творчество, рост. 2013. С. 263–265.
6. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Коррекция динамического диапазона статистических данных // Статистика вчера, сегодня, завтра: Междунар. научно-практ. конф., посвященная 155-летию образования Ставропольского губернского комитета статистики, 150-летию образования в России Центрального статистического комитета и Международному году статистики. 2013. С. 148–152.
7. Метод повышения точности измерения векторных величин / Д. В. Бондаренко, С. М. Бражнев, Д. Б. Литвин, А.А. Варнавский. НаукаПарк. 2013. № 6 (16). С. 66–69.
8. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Совершенствование экономических механизмов для решения проблем экологической безопасности // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона: II Междунар. науч.-практ. конф. 2013. С. 68–71.
9. Литвин Д.Б., Шепеть И.П. Моделирование роста производства с учетом инвестиций и выбытием фондов // Социально-экономические и информационные проблемы устойчивого развития региона: Междунар. науч.-практ. конф. 2015. С. 114–116.
10. Litvin D., Ghazwan R Q. Thinking skills product in mathematics among the students of the university // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона.: материалы Междунар. науч.-практ. конф. 2014. С. 5–9.
11. Устройство для решения дифференциальных уравнений / И. П. Шепеть, С. М. Бражнев, Д. Б. Литвин, Е.Д. Литвина, А. В. Захарин, С. В. Слесаренок патент на изобретение RUS 2538945 26.12.2013.
12. Литвин Д.Б., Таволжанская О.Н. Элементы математической статистики: учебное пособие. Ставрополь, 2015.
13. Litvin D.B. Mathematical self-concept among university students // Аграрная наука, творчество, рост: сб. науч. тр. по материалам IV Междунар. науч.-практ. конф. 2014. С. 326–329.
14. Применение дифференциального исчисления функций нескольких переменных к разработке алгоритма определения координат объекта / Д.Б. Литвин, И.П. Шепеть, В.Г. Бондарев, Е.Д. Литвина // Финансово-экономические и учетно-аналитические проблемы развития региона: материалы Ежегодной 78-й науч.-практ. конф. 2014. С. 242–246.
15. Литвин Д.Б., Дроздова Е.А. Математическое моделирование в среде визуального программирования. Современные наукоемкие технологии. 2013. № 6. С. 77–78.