

УДК 51–7: 621.3

**ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ  
ПРИ РАСЧЕТЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ****Гулай Т.А., Желтяков В.И.***ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,  
e-mail: inf@stgau.ru*

Прямой задачей анализа цепи называют расчет токов и напряжений ветвей при условии, что известны источники энергии и сопротивления ветвей. Такая задача для линейной цепи имеет единственное решение. Решить ее можно, используя законы Кирхгофа. При расчете цепи необходимо составить систему таких независимых уравнений (необходимых и достаточных), что бы задача имела единственное решение. Проведенный анализ показал, что из всех уравнений, которые могут быть составлены как уравнения равновесия цепи, только часть являются линейно-независимыми; именно они и должны включаться в систему. Система линейных уравнений может быть решена любым методом, например, с использованием теории определителей или какой-либо пакетной программы ПЭВМ. Предварительно система должна быть переписана в матричной форме, где функции источников оформляются в виде вектора-столбца в правой части равенства.

**Ключевые слова:** система линейных алгебраических уравнений, закон Кирхгофа, ток ветвей, источник, контурные токи

**THE APPLICATION OF SYSTEMS OF LINEAR ALGEBRAIC EQUATIONS  
IN THE CALCULATION OF ELECTRICAL CIRCUITS****Gulay T.A., Zheltyakov V.I.***Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian  
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru*

Direct analysis of the circuit is called the calculation of currents and voltages in the branches, provided that known energy sources and resistance of the branches. This problem for linear circuit has a unique solution. It can be solved using Kirchhoff's laws. When calculating the chain must be a system of independent equations (necessary and sufficient) that the problem had a unique solution. The analysis showed that all of the equations that can be written as the equation of equilibrium of the circuit, only a portion are linearly independent; they should be included in the system. System of linear equations can be solved by any method, for example, using the theory of determinants or some batch program PC. Pre-system must be rewritten in a matrix form, where the functions of the sources are documented in the form of vector-column in the right side of the equation.

**Keywords:** system of linear algebraic equations, Kirchhoff's law, the current branches, source of contour currents

Обучение решению прикладных задач математическими методами не является задачей математических курсов, а задачей курсов по специальности.

Это положение касается одного из тех вопросов, по которому особенно часто критикуются как математические курсы в высших технических учебных заведениях, так и учебники по математике для них. Безусловно, что простейшие конкретные примеры, иллюстрирующие применение математических понятий для изучения реальных явлений, как-то: иллюстрация понятия производной скоростью движения материальной точки, интеграла – работой силы, составления дифференциальных уравнений – выводом уравнения радиоактивного распада и т.п. весьма полезны.

Однако, систематическое обучение применению математических методов, изучаемых ими в курсе математики, к решению прикладных задач обязательно должно осуществляться на профилирующих кафедрах.

Это должно являться непреложной обязанностью этих кафедр. Только в этом случае у студентов может создаться убежденность в полезности и необходимости знания и использования математических методов в его профессии.

Если на профилирующих кафедрах это не делается, то, возможно, это признак того, что для данной специальности вовсе и не нужна математика в том объеме, в котором она изучается в данном ВУЗе, а может быть, и признак неблагоприятной постановки изучения в нём специальных дисциплин. Во всяком случае, существенно большая польза от изучения математики будет в том случае, когда в процессе всего обучения она будет достаточно широко использоваться при изложении специальных дисциплин, когда на старших курсах будут читаться нужные для специальности дополнительные главы математики, не входящие в основной курс, короче тогда, когда в ВУЗе будет осуществлено непрерывное математическое образование.

Смысл этого положения отнюдь не в разделе сфер влияния, а, наоборот, в эффективном сотрудничестве математических и специальных кафедр.

К математическим курсам нередко предъявляются претензии, что в них в недостаточном количестве выводятся дифференциальные уравнения, описывающие реальные явления. В этом вопросе следует чётко отдать себе отчёт в том, что математическое моделирование реальных явлений, т.е. составление математической модели такого явления, – это не задача математики.

Безусловно, что обучение умению составлять математические модели реальных явлений является одной из первоочередных задач в процессе образования специалистов, и потому этому должно уделяться гораздо больше времени и внимания, чем это часто делается.

Особенно следует подчеркнуть важность и необходимость для многих специальностей умения составлять не только детерминированные математические модели, но и вероятностно-игровые, умения выбирать и использовать для этого статистические и опытные данные, обрабатывая их в случае необходимости с помощью современной вычислительной техники.

Методика обучения математическому моделированию разработана в настоящее время совершенно недостаточно. Однако было бы неправильно возлагать основную работу в этом направлении на математиков. Главную роль здесь должны играть специалисты.

Не следует, конечно, думать, что математики не должны принимать участие в составлении математических моделей и обучать этому составлению. Совсем наоборот. Это не только желательно, но и необходимо. Хотя математическое моделирование не входит в математику, но оно входит в деятельность математиков. Поэтому обучение ему студентов должно проводиться совместно специалистами в соответствующих областях и математиками, но делаться это должно в специальных курсах на высоком профессиональном уровне.

Математическое моделирование заслуживает особенного внимания, поскольку оно играет все большую роль во многих областях современной науки и техники, являясь мощным и экономически выгодным средством для проведения научных исследований, так и для выполнения самых разнообразных экспериментальных и конструкторских работ. Например, использо-

вание математических моделей при проектировании технических систем и расчёт их на ЭВМ экономически во много раз более выгодно создания экспериментальных образцов.

Однако математическое моделирование и проведение с помощью модели «математического эксперимента» дают не только экономическую выгоду, а существенно расширяют возможности эксперимента. Математический эксперимент можно провести для изучения явлений, которые в естественных условиях протекают столь медленно, что постановка реального эксперимента теряет всякий смысл. Более того, математический эксперимент можно применить для исследования таких ситуаций, которые мы просто не в силах воспроизвести в реальных условиях.

Не нужно, впрочем, думать, что математический эксперимент полностью заменяет реальный. Это не так, прежде всего потому, что математический эксперимент имеет дело не с самим явлением, а лишь с его математической моделью. Однако интересно и важно отметить, что математический эксперимент, как и всякий эксперимент, может привести к открытию новых реальных явлений, например, физических.

**Таким образом, математическое моделирование в сочетании с современной вычислительной техникой даёт в руки учёных качественно новые методы исследования, качественно новые методы управления процессами как естественными, так и порождёнными деятельностью человека. Его широкое использование необходимо для успешного развития наук. Оно составляет неотъемлемую часть процесса накопления знаний человеческим обществом и приводит к необходимости подготовки специалистов нового типа, владеющих не только своей специальностью, но и математикой, знающих методы математического моделирования и умеющих их творчески использовать. Поэтому в наши дни должно быть затрачено особое усилие на подготовку специалистов, способных квалифицированно решать задачи математического моделирования.**

Вопрос о подготовке таких специалистов делается сейчас одним из самых важных и актуальных вопросов современного образования. Правильная организация обучения составлению математических моделей возможна лишь при хорошей координации усилий в этом направлении математиков и специалистов в соответствующих областях.

Рассмотрим пример построения математической модели при изучении темы «Системы линейных алгебраических уравнений».

Системы линейных алгебраических уравнений являются важным атрибутом при расчете сложных электрических цепей различными методами: по законам Кирхгофа, контурными токами, узловыми потенциалами. Остановимся на методе контурных токов [1].

Он основан на введении промежуточных неизвестных значений – контурные токи. Уравнения составляются по второму закону Кирхгофа. Метод удобно применять, когда число уравнений составленных по первому закону Кирхгофа, больше числа составленных по второму. [2]

Рассмотрим алгоритм расчета:

1. Вначале задаются токи ветвей;
2. Задаются направления контурных токов для каждого независимого контура;
3. При наличии идеальных источников тока, через него будет проходить контурный ток, равный величине источника
4. Для неизвестных контурных токов составляется линейное уравнение;
5. После определения значений контурных токов, определяются токи ветвей [3].

В качестве примера рассчитаем электрическую схему (рисунок).

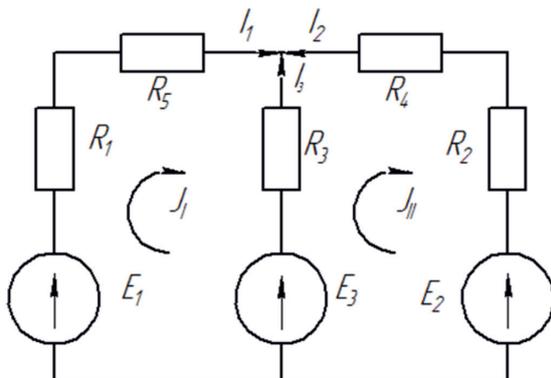
Для схемы:

$$E_1 = 15 \text{ В}, E_2 = 20 \text{ В}, E_3 = 17 \text{ В},$$

$$R_1 = 12 \text{ Ом}, R_2 = 17 \text{ Ом}, R_3 = 25 \text{ Ом},$$

$$R_4 = 17 \text{ Ом}, R_5 = 25 \text{ Ом},$$

$$R_6 = 10 \text{ Ом}, R_7 = 15 \text{ Ом}.$$



Два условия выполнены, пропуская пункт 3, переходим к 4.

$$J_I(R_1 + R_5 + R_3) - J_{II}R_3 = E_1 - E_3$$

$$-J_I R_3 + J_{II}(R_3 + R_4 + R_2) = -E_2 + E_3$$

Методом Крамера решим эту систему, для этого составим квадратную матрицу R и матрицу-столбец E:

$$R = \begin{pmatrix} R_1 + R_5 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3 + R_4 + R_2 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} E_1 - E_3 \\ -E_2 + E_3 \end{pmatrix}$$

Находим определитель R:

$$|R| = 2079$$

Находим значения J:

$$J_I = \frac{|R_I|}{|R|} = -0.086$$

$$J_{II} = \frac{|R_{II}|}{|R|} = -0.099$$

По первому закону Кирхгофа находим токи ветвей:

$$I_1 = J_I = -0.086$$

$$I_2 = -J_{II} = 0.099$$

$$I_3 = J_{II} - J_I = -0.013$$

Для проверки составим баланс мощностей:

$$\sum_{k=2}^3 I_k^2 R_k = \sum_{k=2}^3 E_k I_k$$

$$0.171 = 0.174$$

Небольшая разница обусловлена округления при расчетах.

#### Список литературы

1. Перспективный облик отказоустойчивых цифровых систем управления маневренных ла / В.В. Косьянчук, С.В. Константинов, Т.А. Колодяжная, П.Г. Редько, И.П. Кузнецов. Полет. Общероссийский научно-технический журнал. 2010. № 2. С. 20–27.
2. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Долгополова А.Ф. Применение операционного исчисления в моделировании экономических систем // Аграрная наука, творчество, рост. 2013. С. 263–265.
3. Попова С.В., Смирнова Н.Б. Элементы алгоритмизации в процессе обучения математике в высшей школе // Современные проблемы развития экономики и социальной сферы: сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., посвященной 75-летию Ставропольского государственного аграрного университета. 2005. С. 526–531.