

УДК 51–75

ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ В СФЕРЕ СТРАХОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Оробец А.А., Чернова К.С.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru

Методы теории вероятностей и математической статистики широко используются при рассмотрении математических моделей в экономической практике. Одно из наиболее привязанной к теории вероятностей и теории рисков является страховая сфера, которая предполагает получение прибыли, в том случае если не наступит страховой случай, за который организация должна будет выплатить компенсацию. При подсчетах минимальной прибыли страховой компании используются вероятности, вычисленные с помощью формул теории вероятностей и оцененные с помощью методов математической статистики. Исходя из целей компании и ее стратегического планирования, можно просчитать различные экономические показатели и вовремя принять оптимальное управленческое решение. Все экономические расчеты в страховой сфере проводятся с помощью методов математического моделирования и прогнозирования экономических ситуаций.

Ключевые слова: теория вероятностей, математическая статистика, математическое моделирование, теория рисков, сфера страхования, оптимальное управленческое решение

ESPECIALLY SOLVING PROBLEMS IN THE INSURANCE INDUSTRY USING THE THEORY OF PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS

Orobec A.A., Chernova K.S.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru

Methods of probability theory and mathematical statistics are widely used in the consideration of mathematical models in economic practice. One of the most tied to the theory of probability and the theory of insurance risk is an area that involves making a profit, if not an insured event for which the organization will have to pay compensation. When calculating the minimum net profit of the insurance company used a probability calculated using formulas of probability theory and estimated using mathematical statistics methods. Based on the goals of the company and its strategic planning, it is possible to calculate various economic indicators and make optimal management decision. All economic calculations in the insurance sector are carried out using methods of mathematical modeling and forecasting of economic situations.

Keywords: probability, mathematical statistic, mathematical modeling, risk theory, insurance, and optimal management decision

Теория вероятности и математическая статистика широко используется для решения различных задач во многих сферах жизни, особенно распространено использование этих разделов в экономических задачах для нахождения важных показателей, используя математическое моделирование, так как экспериментальные исследования невозможны или экономически нецелесообразны [2].

Одной из сфер в экономике, которая применяет различные методы теории вероятности и математической статистики является сфера страхования. Математические модели страхования применяются для описания деятельности обособленных страховых организаций, целью которых является продажа страхового обеспечения. В основном задачи, решаемые экономистами страховых компаний, являются комплексными, так как в условиях уже содержат рассчитанные элементы, связанные с теорией вероятности, обычно

это результаты многолетних наблюдений и расчетов специалистов. Например, к таким элементам относят вероятность смерти в определенном возрасте или вероятность наступления другого страхового случая.

Для решения задач необходимо знать основы теории вероятностей и ряд формул, которые могут быть использованы при решении [1]. Рассмотрим некоторые теоретические аспекты, которые чаще всего будут применены в решениях задач ниже.

Используя формулы разделов теории вероятностей и математической статистики, страховая компания может рассчитать вероятность получения убытка или возможность превышения дохода от заданной фиксированной величины [5]. Рассмотрим соответствующую задачу.

Допустим что, вероятность смерти тридцатилетнего мужчины составляет 0,006. Страховая компания заключила 10 тыс. страховых договоров с мужчинами в возраст-

те до 30-ти лет. Согласно договору в случае смерти застрахованного лица в течение ближайшего года его ближайшим наследникам (по закону) выплачивается 100 тыс. руб. Стоимость заключения одного страхового полиса равна 1200 руб. Найти вероятности следующих событий: а) компания потерпит убыток в конце года; б) доход страховой компании составит более 4 млн руб.

Пусть за год наступило k страховых случаев, тогда доход страховой компании составит $\Pi = 10000 \cdot 1200 - 100000k = 100000 \cdot (120 - k)$ руб.

Поэтому компания окажется в убытке ($\Pi < 0$), если за год наступит более 120 страховых случаев (то есть от 121 до 10000 страховых случаев).

Доход страховой компании превысит 4 млн руб. ($\Pi > 4000000$), если за год наступит менее 80 страховых случаев. Вероятность наступления страхового случая $p = 0,006$. Всего проводится $n = 10000$ испытаний. Поскольку число испытаний n велико, а произведение $np = 60 > 10$, можно воспользоваться интегральной теоремой Муавра – Лапласа:

$$P_{10000}(121; 10000) \approx \Phi_0\left(\frac{10000 - 60}{\sqrt{60 \cdot (1 - 0,006)}}\right) - \Phi_0\left(\frac{121 - 60}{\sqrt{60 \cdot (1 - 0,006)}}\right) = \\ = \Phi_0\left(\frac{9940}{\sqrt{59,64}}\right) - \Phi_0\left(\frac{61}{\sqrt{59,64}}\right) = \Phi_0(1287,56) - \Phi_0(7,90) \approx 0,5 - 0,5 = 0,$$

то есть страховая компания окажется в убытке с нулевой вероятностью;

$$P_{10000}(0; 80) \approx \Phi_0\left(\frac{80 - 60}{\sqrt{60 \cdot (1 - 0,006)}}\right) - \Phi_0\left(\frac{0 - 60}{\sqrt{60 \cdot (1 - 0,006)}}\right) = \\ = \Phi_0\left(\frac{20}{\sqrt{59,64}}\right) - \Phi_0\left(-\frac{60}{\sqrt{59,64}}\right) = \Phi_0(2,589) - \Phi_0(-7,77) = \\ = \Phi_0(2,589) + \Phi_0(7,77) \approx 0,495 + 0,5 = 0,995.$$

Значит, доход страховой компании превысит 4000000 руб. с вероятностью, очень близкой к единице, то есть с высокой вероятностью в 99,5 %.

Также страховые компании могут рассчитать возможную прибыль, зная количество клиентов, вероятность наступления страхового случая и условия договора, которые предоставляются клиентам.

Предположим что, в страховой компании 10 тыс. клиентов. Страховой первоначальный взнос каждого клиента составляет 500 руб. Наступление страхового случая, согласно подсчетам и оценкам статистических экспертов, подвержено вероятности равной $p = 0,005$ страховая компания обязана выплатить клиенту страховую сумму размером 50 тыс. руб., в случае наступления страхового случая. Необходимо рассчитать потенциальную прибыль страховой компании с надежностью 95 %?

Размер прибыли компании составляет разность между суммарным взносом клиентов компании и суммой, которая будет вы-

плачена n_0 клиентам при наступлении страхового случая, то есть:

$$\Pi = 500 \cdot 10 - 50 \cdot n_0 = 50 \cdot (100 - n_0) \text{ тыс. руб.}$$

Для определения n_0 применим формулу Муавра-Лапласа:

$$npq = 10000 \cdot 0,005 \cdot 0,995 = 49,75 \leq 20,$$

то есть требование выполнено [3].

По условию задачи:

$$P_{10000}(0 \leq m \leq n_0) = \\ = \frac{1}{2} [\Phi(x_2) - \Phi(x_1)] = 0,95. (*),$$

где m – число клиентов, которым будет выплачена страховая сумма;

$$x_1 = \frac{0 - np}{\sqrt{npq}} = -\sqrt{\frac{np}{q}} = \\ = -\sqrt{\frac{10000 \cdot 0,005}{0,995}} = -7,09,$$

$$x_2 = \frac{n_0 - np}{\sqrt{npq}},$$

откуда:

$$n_0 = np + x_2 \sqrt{npq} = 10000 \cdot 0,005 + \\ + x_2 \sqrt{49,75} = 50 + x_2 \sqrt{49,75}.$$

Из соотношения (*) получаем:

$$\Phi(x_2) = 1,9 + \Phi(x_1) = 1,9 + \\ + \Phi(-7,09) \approx 1,9 + (-1) = 0,9.$$

По таблице $\Phi(x_2) = 0,9$, при $x_2 = 1,645$.
Теперь: $n_0 = 50 + 1,645 \sqrt{49,75} = 61,6$ и
 $\Pi = 50 \cdot (100 - 61,6) = 1920$ тыс. руб. То
есть надежностью 0,95(95%) ожидаемая
прибыль составит 1,92 млн руб.

Многие расчеты полученные при помощи теории вероятности являются относительными, поэтому для их проверки используют показатели точности измерения. Доверительный интервал является показателем точности измерений. Это также показатель того, насколько стабильна полученная величина, то есть насколько близкую величину (к первоначальной величине) вы получите при повторении измерений (эксперимента) [4]. Некоторый $(1 - \alpha)$ – двусторонний доверительный интервал (X_L, X_U) для неизвестного параметра X есть интервал, обладающий тем свойством, что с вероятностью $1 - \alpha$, он содержит истинное неизвестное значение параметра X . Величина $1 - \alpha$ характеризует неточность измерений, от неё зависит ширина доверительного интервала.

Принято в отчетах использовать 95 %-й доверительный интервал, согласно которому истинные значения принадлежат интервалу с вероятностью в 95 %. Страховая компания может предположить приблизительное количество потенциальных клиентов, путем статистической обработки социальных опросов, используя доверительный интервал определить истинный диапазон интересующих результатов.

Допустим, по предварительному опросу населения большого города, в котором участвовало 900 жителей, застраховать свою жизнь (X), по скидочным условиям страховой компании готовы 400 человек из опрошенных жителей. Необходимо найти 95 %-ый доверительный интервал, в котором находится истинный процент готовых воспользоваться данной услугой страховой компании.

Доверительный интервал для истинного процента (доли) p готовых застраховать свою жизнь X , найдем по формуле:

$$w - t_{\text{кр}} \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} < p < w + t_{\text{кр}} \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}},$$

где $w = \frac{400}{900} = \frac{4}{9}$ – относительная частота (выборочная доля), а

$$t_{\text{кр}} = \Phi^{(-1)}\left(\frac{0,95}{2}\right) = \Phi^{(-1)}(0,475) = 1,96.$$

Подставляя исходные данные получим:

$$\frac{4}{9} - 1,96 \sqrt{\frac{\frac{4}{9} \cdot \left(1 - \frac{4}{9}\right)}{900}} < p < \frac{4}{9} + 1,96 \sqrt{\frac{\frac{4}{9} \cdot \left(1 - \frac{4}{9}\right)}{900}}, \\ 0,417 < p < 0,472.$$

Это значит, что истинное значение готовых застраховать свою жизнь жителей (при прочих равных условиях) составляет от 41,7% до 47,2% от числа опрошенных значит, страховая компания имеет от $900 \cdot 0,417 = 375,3$ до $900 \cdot 0,472 = 424,8$ потенциальных клиентов на предложенных условиях с 95 %-ной точностью.

Таким образом, хотелось бы отметить, что применение математических моделей с использованием методов теории вероятностей и математической статистики практически целесообразно при решении задач в сфере страхования и позволяет производить расчеты для нахождения экономически важных показателей для фирмы при планировании и прогнозировании.

Список литературы

1. Грушевский С.П., Засядко О.В. Мороз О.В. Формирование профессиональных компетенций студентов экономических направлений подготовки бакалавров в процессе изучения математики // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2015. № 107. С.400-418.
2. Долгополова А.Ф. Моделирование стратегии управления в социально-экономических системах с использованием Марковских процессов // Вестник АПК Ставрополя. – 2011. № 1. С. 67-69.
3. Засядко О.В., Мороз О.В. Междисциплинарные связи в процессе обучения математике студентов экономических специальностей // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2016. № 119. С. 349-359.
4. Литвин Д. Б., Гулай Т. А., Долгополова А. Ф. Коррекция динамического диапазона статистических данных // Статистика вчера, сегодня, завтра : сб. по материалам Междунар. науч.-практ. конф. 2013. С. 148-152.
5. Шмалько С.П. Формирование профессионально ориентированного мышления у студентов экономических направлений // Культурная жизнь Юга России. 2010. № 1. С. 99-101.