УДК 629

ПОНЯТИЕ, ВИДЫ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ**Рудик И.Д., Величко В.В.***ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru*

Наиболее распространенная задача линейного программирования является транспортная задача – задача о поиске экономического плана перевозок однородного продукта из пунктов производства в пункты потребления. Одной из видов транспортной задачи является классическая. Это задача оптимального плана перевозок однородного продукта в однородные пункты потребления на однородных транспортных средствах. Транспортная задача является особой формой поиска оптимального плана перевозок груза с минимальными затратами. С помощью транспортной задачи можно найти оптимальный план перевозки грузов, затрачивая при этом, минимальное количество затрат. Цель транспортной задачи – обеспечить доставку продукции потребителю в нужное время и место при минимальной стоимости трудовых, материальных и финансовых ресурсов. Цель считается достигнута, когда выполняются следующие условия: необходимый товар; достойное качество; необходимое количество; нужное время; нужное место; минимальные затраты.

Ключевые слова: транспортные задачи, оптимизация, баланс интересов, возмещение убытков сторон**CONCEPT, TYPES AND METHODS OF SOLVING TRANSPORTATION PROBLEM****Rudik I.D., Velichko V.V.***Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Stavropol State Agrarian
University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru*

The most common linear programming problem is transportation problem – the problem of finding an economical transportation plan of a homogeneous product from points of production to points of consumption. One of the types of the transportation problem is a classic. This is a problem of optimal transportation plan of a homogeneous product in a homogeneous items of consumption on homogeneous vehicles. Transportation problem is a special form of the search for optimal plan of cargo transportation with minimal cost. Using the transportation problem to find the optimal plan for transportation of goods, spending the minimum amount of costs. The objective of the transportation problem to deliver products to the consumer at the right time and place with minimum cost of labor, material and financial resources. A goal is considered achieved when the following conditions are true: the desired item; decent quality; quantity; right time; right place; the minimum cost.

Keywords: transportation problem, optimization, a balance of interests, damages of the parties

Экономическая грамотность человека зависит от того, насколько, он владеет математическими знаниями, и как он может их применять при решении сложных экономических проблем. Необходимость изучения экономических задач осуществляется, с помощью различных методов: математической статистики, теории вероятностей, моделирования, методов оптимизации, а также линейное программирование [1].

Линейное программирование является ветвью математического программирования – это раздел математики, разрабатывающий различные методы решения экстремальных задач.

Наиболее распространенная задача линейного программирования является транспортная задача — задача о поиске экономического плана перевозок однородного продукта из пунктов производства в пункты потребления. [2]

Типы транспортных задач

1. Транспортная задача по критерию стоимости перевозок.
2. Транспортная задача по критерию времени.

3. Транспортная задача на определение кратчайшего из расстояний по заданной сети дорог и задачи на введение максимального потока в цепи.

Общая постановка задачи. В трех пунктах отправления A_1, A_2, A_3 сосредоточен груз в количествах a_1, a_2, a_3 . Этот груз следует доставить в каждый из четырех пунктов назначения B_1, B_2, B_3, B_4 в количестве b_1, b_2, b_3, b_4 соответственно. Стоимость перевозок единицы груза из i -го пункта отправления в j -ый пункт назначения равна c_{ij} . Определить план перевоза такой, чтобы его стоимость была наименьшей (таблица).

Модель задачи

x_{ij} – количество груза, перевозимого из A_i в B_j .

Если равенство $\sum a_i = \sum b_j$ выполняется, то это так называемая закрытая модель транспортной задачи, если не выполняется, то модель открытая.

При решении задачи с открытой моделью вводят или ложный пункт отправления, или ложный пункт назначения с нулевыми тарифами.

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	Запасы
A_1	$c_{11}x_{11}$	$c_{12}x_{12}$	$c_{13}x_{13}$	$c_{14}x_{14}$	a_1
A_2	$c_{21}x_{21}$	$c_{22}x_{22}$	$c_{23}x_{23}$	$c_{24}x_{24}$	a_2
A_3	$c_{31}x_{31}$	$c_{32}x_{32}$	$c_{33}x_{33}$	$c_{34}x_{34}$	a_3
Потребн.	b_1	b_2	b_3	b_4	$\sum a_i = \sum b_j$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = a_1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = a_2 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = a_3 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = b_1 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = b_2 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = b_3 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = b_4 \\ x_{i,j} \geq 0 \end{cases}$$

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{34}x_{34} \rightarrow \min$$

Если m – число пунктов отправления, а n – число пунктов назначения, то уравнений составлено $m + n$, а переменных – $m \cdot n$.

Можно показать, что одно из уравнений системы лишнее (оно является следствием остальных), его можно исключить из системы.

Таким образом, в общем случае т.з. система должна иметь $m + n - 1$ – уравнений с $m \cdot n$ – переменными, причем эта система всегда разрешима относительно $(m + n - 1)$ переменной.

О. План перевозок, обращающий в $\min$ суммарные транспортные издержки, называется оптимальным планом или оптимальным разрешением транспортной задачи.

Построение начального плана перевозок

Алгоритм заполнения выбранной клетки таблицы одинаков для всех методов составления опорного плана грузоперевозки.

Возможны два случая:

а) $\min(a_1, b_1) = a_1$; $x_{11} = a_1$, тогда $x_{12} = x_{13} = x_{14} = 0$.

Вместо b_1 останется $(b_1 - a_1)$.

б) $\min(a_1, b_1) = b_1$; $x_{11} = b_1$, $x_{21} = x_{31} = 0$.
Вместо a_1 остается $(a_1 - b_1)$.

Все методы построения опорного плана перевозки отличаются друг от друга только способом выбора клетки заполнения.

Метод северо-западного угла

Алгоритм, по которому элементы x_{ij} плана определяют, начиная с левого верхнего

угла таблицы, называют методом северо-западного угла (тарифы не учитываются).

Ненулевые перевозки x_{ij} принято называть базисными, а нулевые – свободными.

Начальный план перевозок, составленный по методу северо-западного угла, является допустимым.

$$x_{ij} \geq 0.$$

План перевозок, в которых число базисных неизвестных равно $m + n - 1$ называется невырожденным. Если меньше этого числа, то план вырожденный и значит нужно ввести перевозку с нулевым тарифом.

Метод минимального элемента для составления первоначального плана перевозок

1. В плане заполняется клетка, которая соответствует $\min$ тарифу.

2. Затем заполняется клетка с $\min$ тарифом среди оставшихся и т.д.

3. Если на некотором шаге возникнет ситуация, когда несколько $\min$ элементов одинаковых, то $\min$ тот, у которого меньше индекс i .

4. В общем случае, нельзя сказать, какой план перевозок ближе к оптимальному. Чаще оказывается ближе метод $\min$ элемента.

Метод аппроксимации Фогеля

1. Условие задачи записывают в виде таблицы со свободными нулевыми строкой и столбцом.

2. Для их заполнения вычисляют разности α_i по строке и β_j по столбцу между $\min$ элементом тарифа и следующим по величине элементом. Если i -строка (или j -столбец) содержит более одного $\min$ элемента, то $\alpha_i = 0$ ($\beta_j = 0$).

3. После заполнения строки и столбца разностей выбирают наибольшую m начинают заполнять таблицу с клетки, ей соответствующей. Возможны два случая:

- Если имеется лишь одна наибольшая разность, начинаем заполнять клетку ей соответствующую. Затем эти разности исправляются и строят новые.

• Если несколько равных между собой наибольших разностей, то начинают заполнять ту клетку, у которой наименьший элемент в столбце является наименьшим и в строке.

Метод потенциалов решения транспортных задач

Произвольная совокупность клеток с перевозками называется набором.

$$\begin{array}{ccc} x_{11} & \dots & x_{13} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{31} & \dots & x_{33} \end{array}$$

О. Набором клеток (1;1), (1;3), (3;3), (3;1) называют *цепью*, так что каждая пара соседних клеток цепи расположена либо в одной строке, либо в одном столбце таблицы (причем никакие три клетки цепи не лежат ни в одной строке или в одном столбце).

О. Если последняя клетка лежит в одной строке (столбце) с первой, то такая цепь называется замкнутой или *циклом*.

Если цепь незамкнута, то план перевозок называется ациклическим. Первоначальный план всегда ациклический.

Теорема. Для того, чтобы план перевозок был оптимальный, необходимо и достаточно, чтобы ему соответствовала такая система из $m + n$ чисел таких $U_1, U_2, \dots, U_m; V_1, V_2, \dots, V_n$, для которой выполняются условия:

1. $V_j - U_i = C_{ij}$ – для всех клеток x_{ij} плана перевозок ($x_{ij} \in x$) заполненных.

2. $V_j - U_i \leq C_{ij}$ – для всех клеток, не входящих в план перевозок ($x_{ij} \notin x$).

Числа U_i и V_j называются *потенциалами* соответствующих пунктов отправления и назначения.

Одной из видов транспортной задачи является классическая. Это задача оптимального плана перевозок однородного продукта в однородные пункты потребления на однородных транспортных средствах. [3]

Транспортная задача является особой формой поиска оптимального плана перевозок груза с минимальными затратами. С помощью транспортной задачи можно найти оптимальный план перевозки грузов, затрачивая при этом, минимальное количество затрат. [4]

Цель транспортной задачи – обеспечить доставку продукции потребителю в нужное время и место при минимальной стоимости трудовых, материальных и финансовых ресурсов. Цель считается достигнутой, когда выполняются следующие условия:

– необходимый товар;

– достойное качество;

– необходимое количество;

– нужное время;

– нужное место;

– минимальные затраты.

Приведем пример транспортной задачи:

Пусть некоторый однородный груз сосредоточен у поставщиков в объемах. Это груз нужно доставить n потребителям в объемах. Известны ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$) – стоимость единицы груза от каждого i -го поставщика каждому j -му потребителю. Составим план транспортировки груза, при котором запасы всех потребителей полностью удовлетворены, и общая стоимость перевозки грузов минимальна. Первичные данные транспортной задачи, как правило, записываются в виде таблицы или векторов фонда поставщиков, потребительского спроса и матрицы стоимостей. Известные параметры транспортной задачи обозначим ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$)- v – объемы перевозок от каждого i -го поставщика каждому j -му потребителю.

Существует два типа моделей транспортной задачи: открытый и закрытый.

Открытая модель задачи предполагает, наличие равенства между общими расходами поставщиков и общим расходам потребителям (задача с правильным балансом).

Если этого равенства нет, то модель этой задачи является открытой (задача с неправильным балансом).

Транспортная задача решается несколькими методами:

1. Метод «северо-западного угла». На каждом шаге построения изначального опорного плана таблица заполняется по диагонали, начиная с левой верхней клетки (северо-западный угол. При этом вычеркивается каждый столбец (строка), предполагая, что число этого столбца (строки) равно нулю.

2. Метод минимальной стоимости. При этом методе первой заполняется та клетка таблицы, имеющая наименьшее число. Если такая клетка не одна, то можно заполнить любую из них. Процесс распределения запасов длится до тех пор, пока все запасы не будут удовлетворены.

3. Метод Фогеля. В распределительной таблице по строкам и столбцам выделяется наибольшая разность между двумя наименьшими тарифами. В строке (столбце) с наибольшей разностью заполняется клетка с наименьшим тарифом. Строки (столбцы) с нулевым остатком груза дальше не учитываются. Далее на каждом этапе загружается только одна клетка. Как и в преды-

дущем методе, решение задачи происходит до удовлетворения всех потребностей.

Таким образом, можно сделать вывод, что решение транспортных задач, позволяет найти минимальные затраты на перевозку грузов, выбрать кратчайшей путь маршрута, снизить количество времени на доставку груза, а также сократить различные расходы, что приведет конкурентоспособности самого малого предприятия.

Список литературы

1. Мелешко С.В., Невидомская И.А., Донец З.Г. Организация самостоятельной работы студентов при решении

задач теории вероятностей // Финансово-экономические проблемы развития региона и учетно-аналитические аспекты функционирования предпринимательских структур. – 2013. – С. 486-489.

2. Мелешко С.В., Невидомская И.А. Решение задач из сельскохозяйственной практики на занятиях по комбинаторике // Актуальные вопросы теории и практики бухгалтерского учета, анализа и аудита. – 2011. – С. 136-139.

3. Мамаев И.И., Бондаренко В.А., Попова С.В. Математическое моделирование экономических процессов на основе теории функций нескольких переменных // Моделирование производственных процессов и развитие информационных систем. – 2011. – С. 160-162.

4. Попова С.В., Смирнова Н.Б. Влияние развивающих функций математических задач на эффективное обучение студентов вуза // Вестник АПК Ставрополя. – 2015. – № 1 (17). – С. 213-217.