

УДК 378.14:004

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ MATHCAD В ОБУЧЕНИИ

Богатырёв И.Н., Часов К.В.

*Армавирский механико-технологический институт (филиал)
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», Армавир,
e-mail: ivan.bogatyrev99@mail.ru, chasov_kv@mail.ru*

В статье рассматриваются результаты исследования применения математического редактора MathCAD во время проведения лекционных и практических занятий по математике. С помощью приведённых источников проанализированы различные способы и методы применения компьютеров для решения систем линейных уравнений. Приводится решение системы линейных уравнений с n неизвестными первого порядка, решаемой различными способами, известными из теории алгебры. Особенность системы в том, что заданы два уравнения в комплексной области, дающая в качестве решения четыре значения переменных. Решая систему стандартным способом, обучающиеся получают указанные решения в действительной области и этот набор значений единственный. Проводя исследование системы в математической среде MathCAD, кроме полученного решения в действительной области, обучающиеся получают бесконечно много решений системы в комплексной области. Тем самым, математическая среда становится поставщиком новых знаний.

Ключевые слова: математическая среда MathCAD, решение системы линейных уравнений, интерактивный обучающий документ

PECULIARITIES OF USING MATHCAD IN TRAINING

Bogatyrev I.N., Chasov K.V.

*Armavir Institute of Mechanics and Technology, the branch of Kuban State University of Technology,
Armavir, e-mail: ivan.bogatyrev99@mail.ru, chasov_kv@mail.ru*

The article examines the results of the application of the mathematical editor MathCAD during the lecture and practical classes in mathematics. With the help of the given sources, various ways and methods of using computers for solving systems of linear equations are analyzed. A solution of a system of linear equations with n unknowns of the first order solved by various methods known from algebra theory is given. The peculiarity of the system is that two equations are given in the complex domain, which gives four values of the variables as a solution. Solving the system in a standard way, students receive the specified solutions in the real domain and this set of values is unique. While conducting a system study in the mathematical environment of MathCAD, in addition to the solution obtained in the real domain, students receive infinitely many solutions of the system in the complex domain. Thus, the mathematical environment becomes a supplier of new knowledge.

Keywords: MathCAD, the solution of a system of linear equations, an interactive training document

Начиная обучаться в техническом ВУЗ-е, студенты с первых занятий «окунаются» в лекции, практические занятия. Смена учебной деятельности, к которой они ещё не готовы из-за её интенсивности, приводит к быстрому утомлению студентов младших курсов. В редкой школе обучающихся учат концентрировать внимание, конспектировать. Поэтому актуальной является задача налаживания обратной связи между преподавателем и студентами, что позволяет переключать виды деятельности студентов, снимать утомление, поддерживать их интерес к учению. Посредством закрепления в практических упражнениях изложенного теоретического материала происходит перевод умственной деятельности студентов от запоминания материала к его пониманию.

Применение компьютера на лекционных или практических занятиях по ма-

тематике в настоящее время органично вплетается в канву проходящего занятия. Чаще всего компьютер используется при этом в качестве очень быстрого справочника, вычислителя на уровне калькулятора, демонстратора нового учебного материала (презентация) и так далее. Реже как интерактивный инструмент, с помощью которого можно «добыть» новые сведения, знания, факты [2, 3]. И в этом смысле компьютер (совместно с видеопроектором и графическим планшетом – проводным и беспроводным) значительно изменяет ход занятия [7]. При этом роль «живого» учителя ни в коем случае не принижается – он помогает проинтерпретировать получаемый результат.

Остановимся на применении математического редактора MathCAD в информационной образовательной среде (ИОС) кафедры. На обучающихся (школьников и студентов) производит неизгладимое

впечатление работа математических редакторов, таких, как MathCAD, MathLab, Derive. Вычислительные задачи, решаемые обучающимися в течение 10-15 минут, редакторы выполняют в течение нескольких секунд (кроме времени, потраченного на набор соответствующей формулы или данных). Обучающиеся понимают, что указанные программные среды являются одними из важных инструментов инженера при выполнении математических вычислений и символьных значений выражений [2, 1].

Одной из распространённых задач, решаемых инженерами с применением математических расчётов, являются системы уравнений с n неизвестными первого порядка. По этой причине очень важно включать такие задачи в ИОС [4]. Рассмотрим решение систем линейных уравнений с помощью редактора MathCAD.

Из теории алгебры известно, что решения указанных систем можно получить несколькими методами, не прибегая к помощи компьютера: методом Крамера; матричным методом; методом Гаусса (последовательного исключения переменных).

Во время занятий каждый студент, используя указанные выше методы (кроме метода Гаусса), вычисляет для заданной системы определители различных порядков. При этом отрабатывается навык их вычисления. Но необходимо учитывать, что большее внимание должно быть направлено именно на выяснение существования решения, методике решения самой системы, а не на рутинные вычисления определителей, так как будущему специалисту важнее помнить как вычислить определитель, но вычислять его он будет с помощью математического редактора или других подручных средств.

Студент, решая на соответствующем практическом занятии по алгебре и аналитической геометрии, один – два примера с полным расчётом указанных определителей, более продуктивно будет производить дальнейшие расчёты с использованием компьютерной техники и специального ПО, в частности MathCAD.

Рассмотрим пример решения системы двух уравнений с четырьмя неизвестными в среде MathCAD, заданной в комплексной области (№ 104, [6]).

Given

$$(1 + i) \cdot x + (1 + 2 \cdot i) \cdot y + (1 + 3 \cdot i) \cdot z + (1 + 4 \cdot i) \cdot t = 1 + 5 \cdot i$$

$$(3 - i) \cdot x + (4 - 2 \cdot i) \cdot y + (1 + i) \cdot z + 4 \cdot i \cdot t = 2 - i$$

$$\text{Find}(x, y, z, t) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{9}{2} \cdot i - \frac{7}{2} + z - 4 \cdot i \cdot z + t - 7 \cdot i \cdot t \\ \frac{17}{5} - \frac{14}{5} \cdot i - \frac{6}{5} \cdot z + \frac{12}{5} \cdot i \cdot z - t + 4 \cdot i \cdot t \\ z \\ t \end{pmatrix}$$

Результатом являются четыре значения переменных – решение системы, записанное через переменные z и t . Тем самым, MathCAD считает переменные z и t свободными и предоставляет нам возможность самим вводить для них произвольные значения.

Из алгебры известно, что из системы двух уравнений в комплексной области можно получить систему четырёх действительных уравнений (используя свойства равенства двух комплексных чисел). В этом случае получим корни системы уравнений в действительной области, полученные численными методами самой среды MathCAD.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{lsolve}(A, C) = \begin{pmatrix} -2 \\ 1.5 \\ 2 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

Такие же ответы получают студенты, решая систему матричным способом.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad X := \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & \frac{-3}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ -2 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 2 & \frac{1}{4} & -1 & \frac{-3}{4} \\ -1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad X := A^{-1} \cdot C \quad X = \begin{pmatrix} -2 \\ 1.5 \\ 2 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

Именно так студенты и решают приведённую выше систему, даже не подозревая, что система имеет бесконечное множество решений в комплексной области. Применяя математический редактор MathCAD обучающиеся совершенно неожиданно для себя обнаруживают, что этот факт имеет место.

Проверим, что если в первом из решений для переменных z и t задать соответственно значения 2 и -0,5, то получим для переменных x и y приведённые выше значения, т.е. подтвердим стандартное решение.

$$z := 2 \quad t := -0.5$$

Given

$$(1+i) \cdot x + (1+2 \cdot i) \cdot y + (1+3 \cdot i) \cdot z + (1+4 \cdot i) \cdot t = 1+5 \cdot i$$

$$(3-i) \cdot x + (4-2 \cdot i) \cdot y + (1+i) \cdot z + 4 \cdot i \cdot t = 2-i$$

$$\mathbf{Find}(x, y) \rightarrow \begin{pmatrix} -2. \\ 1.50000000000000000000 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим другие значения для переменных z и t .

$$z := 5 \quad t := 1$$

$$(1+i) \cdot x + (1+2 \cdot i) \cdot y + (1+3 \cdot i) \cdot z + (1+4 \cdot i) \cdot t = 1+5 \cdot i$$

$$(3-i) \cdot x + (4-2 \cdot i) \cdot y + (1+i) \cdot z + 4 \cdot i \cdot t = 2-i$$

$$\mathbf{Find}(x, y) \textcircled{R} \begin{pmatrix} \frac{5}{2} - \frac{45}{2} \cdot i \\ \frac{-18}{5} + \frac{66}{5} \cdot i \end{pmatrix}$$

Нетрудно убедиться (прямой подстановкой в исходную систему), что полученные значения являются решением исходной системы. Но ведь студенты в теории систем линейных уравнений изучали условия существования её решения. Получается, что теория расходится с практикой? Всё дело, конечно же, в том, что заданы два уравнения на множестве комплексных чисел и это меняет многое.

Рассмотренный пример и его обсуждение с различных точек зрения убеждают, что такого рода исследование необходимо включать в интерактивный обучающий документ, который встраивается в ИОС кафедры [5], доступный всем сокурсникам и заинтересованным обучающимся.

Для проведения лекционных и практических занятий по математике можно

подготавливать специальные документы, аналогичные приведённому выше примеру, содержащие алгоритмы исследования и решения математических задач, представление изучаемого материала. Подобные документы могут быть созданы в «режиме реального времени» на самом занятии, что будет иметь даже большее значение для обучающихся – на их глазах на компьютере создаётся учебный материал с гиперссылками и вычислениями в различных программных средах.

В таком случае лекции и практические занятия проходят в форме диалога, что позволяет значительно ускорить процесс освоения студентами теоретического материала и высвобождает время для решения творческих задач.

Применение MathCAD позволяет всесторонне рассмотреть поставленную задачу, т.к. в динамике решения одной и той же задачи произведено достаточно большое количество различных математических операций, приводящих к одному и тому же результату. Ещё один немаловажный фактор: математическая среда позволяет получить результаты, которые даже не предполагались, т.е. является средством для получения новых знаний об изучаемом предмете. Несомненно, что описанный

в статье подход работы в ИОС кафедры способствует развитию у обучающихся интереса к учебно-исследовательской деятельности, а в дальнейшем и к научным исследованиям.

Список литературы

1. Андреева Н.Б. Особенности информационно-образовательной среды технического вуза // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 3.
2. Вандина А.И., Часов К.В. Использование в образовательной среде кафедры учебных пособий нового типа // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 7-1. – С. 98-100.
3. Горovenko Л.А. Построение информационно-образовательной среды с элементами искусственного интеллекта: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. тех. наук: (05.13.01) / Горovenko Любовь Алексеевна; [Куб. гос. тех. ун-т]. – Краснодар, 2002. – 24 с.
4. Горovenko Л.А. Создание электронного учебно-методического комплекса дисциплины как один из методов перехода от традиционной методики обучения к обучению, основанному на самостоятельной работе студента // Инновационные процессы в высшей школе: материалы XV юбилейной Всероссийской научно-практической конференции – Краснодар: Изд. ГОУ ВПО КубГТУ, 2009. С. 211-213.
5. Горovenko Л.А. Экспертная оценка электронного программно-методического комплекса // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2014. № 54. С. 355-361.
6. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М., 1977. – 288 стр. с илл.
7. Часов К.В. К вопросу об интерактивности в обучении // VIII Международная конференция «Стратегия качества в промышленности и образовании». Варна, Болгария, 2012. Международный научный журнал Acta Universitatis Pontica Euxinus – № S1. 2012. С. 344-346.