УДК 51-8

МЕТОДЫ ПОИСКА ОШИБКИ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ СОФИЗМАХ И ПАРАДОКСАХ

Бобров А.В., Горовенко Л.А.

Армавирский механико-технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», Армавир, e-mail: shura.bobrov.1998@bk.ru, lgorovenko@mail.ru

В статье рассматриваются понятие софизма и понятие парадокса с точки зрения математики, даётся характеристика отличий софизма от парадокса. Позиция авторов строится на том, что понимание ошибок в софизме ведет к пониманию математики в целом, помогает развивать логику и навыки правильного мышления. Приводится пример одного из известных софизмов и методика нахождения ошибки, повлекшей за собой неверный логический вывод. Автор в статье ссылается также на ряд других известных софизмов и парадоксов. Зачастую, именно их разрешение служило толчком к новым открытиям, из которых в свою очередь произрастали новые софизмы и парадоксы. Изучение софизмов и парадоксов, а также способов нахождения ошибки в их доказательстве, по мнению авторов, может быть полезно не только в высших учебных заведениях, но и на уроках школьной математики.

Ключевые слова: софизм, парадокс, поиск ошибки, неразрешимое противоречие

METHODS OF SEARCHING FOR THE ERROR IN MATHEMATICAL SYSTEMS AND PARADOXES

Bobrov A.V., Gorovenko L.A.

Armavir Institute of Mechanics and Technology, the branch of Kuban State University of Technology, Armavir, e-mail: shura.bobrov.1998@bk.ru, lgorovenko@mail.ru

The article discusses the concept of sophistry and the notion of paradox from the point of view of mathematics, the characteristic differences of sophistry from the paradox. The authors ‘ position is based on the fact that understanding the errors of Sufism leads to the understanding of mathematics as a whole, helps to develop logic and skills of correct thinking. An example of one of the famous sophisms and the method of finding errors that resulted in incorrect Boolean output. The author of the article also refers to several other well-known sophisms and paradoxes. Often, their solution has led to new discoveries, which in turn grows new sophisms and paradoxes. The study of sophistry and paradoxes, as well as ways of finding errors in their proof, according to the authors, it can be useful not only in higher education but also on the lessons of school mathematics.

Keywords: the fallacy, a paradox, an irresolvable contradiction

История математики полна неожиданных и интересных софизмов и парадоксов. И зачастую именно их разрешение служило толчком к новым открытиям, из которых в свою очередь произрастали новые софизмы и парадоксы.

Большинство софизмов и парадоксов известно очень давно, и можно найти в различных сборниках, журналах. Некоторые из них передаются устно из поколения в поколение. Применение софизмов и парадоксов на уроках математики могли бы помочь, на наш взгляд, разнообразить уроки и вызвать интерес учащихся к предмету [1, 2].

Софизм – (от греческогоsophisma – уловка, ухищрение, выдумка, головоломка), умозаключение или рассуждение, обосновывающее какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, противоречащее общепринятым представлениям. Каким бы ни был софизм, он всегда содержит одну или несколько замаскированных ошибок.

Математический софизм – удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки. Математические софизмы приучают внимательно и настороженно продвигаться вперед, тщательно следить за точностью формулировок, правильностью записи чертежей, за законностью математических операций. Очень часто понимание ошибок в софизме ведет к пониманию математики в целом, помогает развивать логику и навыки правильного мышления. Если нашел ошибку в софизме, значит, ты ее осознал, а осознание ошибки предупреждает от ее повторения в дальнейших математических рассуждениях. Софизмы не приносят пользы, если их не понимать. Софистами называют людей, которые ложь пытаются выдать за истину путем различных ухищрений.

Парадокс – (греч. «пара» – «против», «докса» – «мнение») близок к софизму. Но от него он отличается тем, что это не преднамеренно полученный противоречивый результат. Парадокс- странное, расходящееся с общепринятым мнением, высказывание, а также мнение, противоречащее (иногда только на первый взгляд) здравому смыслу (словарь Ожегова).Математический парадокс – высказывание, которое может быть доказано и как истинна, и как ложь.

Софистами называли группу древнегреческих философов 4-5 века до н.э., достигших большого искусства в логике.

Тем не менее, в Греции софистами называли и простых ораторов-философов–учителей, задачей которых было научить своих учеников «мыслить, говорить и делать». Чтобы выйти победителем в словесном поединке, софисты часто пользовались тем, что противник недостаточно глубоко знает предмет, о котором идет речь, недостаточно внимателен и наблюдателен, и поэтому не в состоянии отличить ложь от истины. В результате словесного поединка противник должен был согласиться с доводами софиста и признать себя побежденным, хотя истина, казалось, была на его стороне. Но софисты не были учеными. Умение, которое должно было быть достигнуто с их помощью, заключалось в том, что человек учился иметь в виду многообразные точки зрения.

Как раньше, так и теперь софизмы используются для обмана. Приведенные ниже примеры достаточно просты, легко заметить их ложностьдаже не обладая высокой логической культурой. Однако, существуют софизмы завуалированные, замаскированные так, что отличить их от истинных суждений бывает очень проблематично. Это делает их удобным средством обмана в руках подкованных в логическом плане мошенников.

Будучи интеллектуальными уловками или подвохами, все софизмы разоблачимы, только в некоторых из них логическая ошибка в виде нарушения закона тождества лежит на поверхности и поэтому, как правило, почти сразу заметна. Такие софизмы разоблачить не трудно. Однако встречаются софизмы, в которых подвох спрятан достаточно глубоко, хорошо замаскирован, в силу чего нужно постараться, чтобы его обнаружить.

В своей трактовке парадоксы похожи на софизмы, поскольку тоже приводят рассуждения к противоречиям. Главное же различие между ними (по словам известного писателя Даниила Гранина) заключается в том, что софизм – это ложь, обряженная в одежды истины, а парадокс – истина в одеянии лжи. Это, конечно, образное сравнение, но оно довольно точно описывает суть проблемы. Парадокс может быть следствием, заключением некоторых софизмов, то есть из корректного по форме, но ложного по содержанию рассуждения может следовать выражение, которое можно назвать некорректным по форме, но истинным по содержанию. Парадоксальный вывод обязывает искать источник парадокса, заставляет выбираться из круга, в котором оказалось наше рассуждение, и искать другой путь. Например, псевдоистину содержит суждение с двойным отрицанием: «Я не знал, что он не брал», так как двойное отрицание является утверждением. Или: «Нельзя не верить потерпевшему, – говорит обвинитель, – ибо невозможно измыслить столь чудовищное обвинение». «Невозможно, согласен, – возражает защитник, – но если невозможно измыслить, как же можно было совершить?».

Разбор и решение любого рода математических задач, а в особенности нестандартных, помогает развивать смекалку и логику. Математические софизмы относятся именно к таким задачам. К сожалению, из–за ограничений в объёме статьи, не можем привести все софизмы, о которых бы нам хотелось поведать, тем не менее, некоторые из примеров, всё-таки, приведём.

Итак, софизм **«Все числа равны между собой»**[3, 4]. Возьмём два разных числа, такие что: $a < b$. Тогда существует такое $c > 0$, что: $a + c = b$. Умножим обе части на $(a - b)$, имеем: $(a + c)(a - b) = b(a - b)$. Раскрываем скобки, имеем: $a^2 + ca - ab - cb = ba - b^2$. Далее cb переносим вправо, имеем:

$$a^2 + ca - ab = ba - b^2 + cb$$

$$a(a + c - b) = b(a - b + c)$$

$$a = b$$

Где же ошибка? По определению: $a + c = b$. Значит, $a + c - b = 0$ и выражение $a(a + c - b) = b(a + c - b)$ тождественно $a \cdot 0 = b \cdot 0$. Софизм!

Рассмотрим ещё один известный софизм **«Уравнение х-а = 0 не имеет корней»**и найдём ошибку в его доказательстве.

Итак, возьмем уравнение: х-а = 0

Разделим обе его части на х-а, при этом получим следующее равенство:

$$\frac{x-a}{x-a}=\frac{0}{x-a}.$$

Откуда получаем противоречивое равенство: 1 = 0.

Где ошибка? Ошибка заключается в делении на нуль (мы делили на х-а = 0!).

А вот типичный пример софизма с замаскированной грубой математической ошибкой при вынесении множителя: напишем тождество 4:4 = 5:5. Вынесем из каждой части тождества общиемножители за скобки, получаем: 4(1:1) = 5(1:1). Так как1:1 = 1, то сократим и получим 4 = 5.

А вот ещё один софизм. В доказательстве которого используется неправомерный приём деления на ноль. Парадокс «Разность квадратов».

1) Запишем следующее верное равенство: $a^2 - a^2 = a^2 - a^2$;

2) в первой части равенства вынесем за скобки общий множитель а, а во второй воспользуемся формулой разложения разности квадратов на множители. При этом получим следующее равенство : $a(a-a) = (a+a)(a-a)$;

3) Сократим (обманывая читателя!) обе части равенства на общий множитель (а–а). В результате сокращения получим следующее равенство: а = а + а;

4) Таким образом, а = 2а!

Теперь рассмотрим несколько парадоксов. Среди них – давно известные и те, что были сформулированы в последние несколько лет.

Итак, парадокс о цирюльнике: в некоторой деревне, в которой живет один единственный парикмахер, был издан указ: «Парикмахер имеет право брить тех и только тех жителей деревни, которые не бреются сами».

Вопрос: Может ли парикмахер брить самого себя?

Если он хочет сам себя брить, то он не может этого сделать, т.к. он может брить только тех, кто себя не бреет, если же он не будет себя брить, то, как и все, не бреющие себя, он должен брить самого себя.

Итак, он не может ни брить себя, ни не брить себя! Парадокс!

Ещё один классический парадокс **«Ахиллес и черепаха».** Представим, что Ахиллес бежит со скоростью, в десять раз превышающей скорость черепахи, и находится от неё на расстоянии в тысячу шагов позади. Пока Ахиллес пробежит тысячу шагов, черепаха сделает только сто. Пока Ахиллес преодолеет ещё сотню, черепаха успеет сделать десять и т.д. И этот процесс будет продолжаться бесконечно долго и Ахиллес никогда не догонит черепаху.

Парадокс Пиноккио: всем известно, что когда Пиноккио лжёт (говорит неправду), его нос тут же заметно увеличивается. Вопрос: что будет, если Пиноккио скажет: «Сейчас у меня удлинится нос»?

Если нос не увеличится– значит, мальчик соврал, и нос будет обязан тут же вырасти. А если нос вырастет– значит, мальчик сказал правду, но тогда почему вырос нос? Парадокс!

О математических софизмах и парадоксах можно говорить бесконечно много, как и о математике в целом. Изо дня в день рождаются новые софизмы и парадоксы, некоторые из них останутся в истории, а некоторые просуществуют один день [8].

Чем же полезны софизмы для изучающих математику? Прежде всего, детальный разбор софизмов развивает логическое мышление. Обнаружить ошибку в софизме это значит осознать ее, а осознание ошибки предупреждает от повторения ее в других математических рассуждениях. Очень важно добиться отчетливого понимания ошибок, иначе софизмы будут бесполезны.

Материалы исследований будут размещены в виде учебного блока информационно–образовательной среды кафедры общенаучных дисциплин Армавирского механико–технологического института [5–7].

Список литературы

1. http://www.tmn.fio.ru/works/60x/306/06_2.html.

2. http://www.golovolomka.hobby.re/books/gardner/gotcha/ch2/02.

3. http://www.cultinfo.ru/fulltext/1/001/008/104/779.html.

4. Горовенко Л.А., Бобров А.В. Математические софизмы и парадоксы // Сборник докладов победителей и лауреатов XXII студенческой научной конференции АМТИ. Армавир: ООО «Редакция газеты «Армавирский собеседник», подразделение Армавирская типография», 2016. – С. 66–67.

5. Горовенко Л.А. Некоторые аспекты представления знаний и организации интерфейса в интеллектуальных обучающих системах // Научный потенциал вуза – производству и образованию: сборник трудов по материалам межвузовской научно-производственной конференции, посвящённой 90-летию КубГТУ. – Армавир: Изд. АМТИ, 2008. С. 206-208.

6. Горовенко Л.А. Построение информационно-образовательной среды с элементами искусственного интеллекта: Автореф. дис. на соиск. учен, степ. канд. тех. наук: (05.13.01) / Горовенко Любовь Алексеевна; [Куб. гос. тех. ун-т]. -Краснодар, 2002. – 24 с.

7. Горовенко Л.А. Экспертно-обучающие системы оценки знаний, умений, навыков как основа компьютерной технологии обучения // Научный потенциал вуза – производству и образованию: сборник трудов по материалам межвузовской научно-производственной конференции, посвящённой 90-летию КубГТУ. – Армавир: Изд. АМТИ, 2008. С. 342-344.

8. Часов К.В., Мягкова Э.С. Взаимосвязь креативности и современных информационных технологий в обучении студентов математике // Успехи современного естествознания. – 2013. – № 10. – С. 111-113.