УДК 004.942

# МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ ЦИКЛОИДЫ

**Довгалёв А.Ю., Горовенко Л.А.**

*Армавирский механико-технологический институт (филиал)*
*ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»,*
*Армавир, e-mail: andrej.dovgalyov@bk.ru, lgorovenko@mail.ru*

В статье рассматривается зависимость вида графика циклоиды от различных параметров, в том числе от радиуса производящего круга, а также от расстояния между точкой М и центром окружности. Основная задача исследования – установить зависимость вида кривой циклоиды на графике от параметров её уравнения. В связи с этим приведены понятие, основные свойства и геометрический смысл циклоиды; рассмотрены параметрические уравнения циклоиды и уравнение циклоиды в декартовых координатах. Проведён сравнительный анализ вида графика в зависимости от расположения точки М относительно производящей окружности. Моделирование движения точки проводилось в системе математических и инженерных расчётов MathCAD. На базе проведённых исследований установлена зависимость формы графика от таких исходных данных как диаметр задающей окружности, расположение и удаленность от ее центра чертящего острия.

**Ключевые слова:циклоида, кривая, график, параметры**

# METHODS OF RESEARCH OF PARAMETERS OF THE EQUATION OF THE CYCLOID

**Dovgaljov A.Ju., Gorovenko L.A.**

*Armavir Institute of Mechanics and Technology, the branch of Kuban State University of Technology,*
*Armavir, e-mail: andrej.dovgalyov@bk.ru, lgorovenko@mail.ru*

The article examines the dependency graph of a cycloid of various parameters, including the radius of the generating circle and the distance between the point M and the center of the circle. The main objective of the study – to determine the dependence of the cycloid curve on the graph from the parameters of its equation.In this regard, given the concept, basic properties and geometric meaning of the cycloid; the parametric equations of the cycloid and the equation of cycloid in Cartesian coordinates. A comparative analysis of a graph, depending on the location of the point M relative to the generating circle. Modeling the motion of a point was conducted in the mathematical and engineering calculations MathCAD. On the basis of the conducted researches the dependence of the shape of the graph from inputs such as the diameter defining the circumference, location and distance from the centre of the risky tip.

**Keywords: the cycloid curve, graph, parameters**

Кривые с древнейших времен привлекали к себе внимание ученых и использовались ими для описания различных природных явлений – от траектории брошенного камня до орбит космических тел.

Кривая, которая получается как траектория движения точки, закрепленной на окружности, катящейся без скольжения по прямой, по окружности или другой кривой, называется циклоидальной, что в переводе с греческого языка означает «кругообразная, напоминающая о круге»[1].В 1590 году Г. Галилей, изучая траекторию точки катящейся окружности, построил циклоиду и дал ей название.

Обычно выделяют три типа циклоидальных кривых:

– трохоида (частный случай – циклоида) – окружность катится по прямой;

– эпитрохоида (эпициклоида) – окружность катится по внешней стороне другой окружности;

– гипотрохоида (гипоциклоида) – по внутренней стороне.

Задача нашего исследования – установить зависимость вида кривой циклоиды на графике от параметров её уравнения.

Из параметрических уравнений мы видим, что вид графика циклоиды зависит от радиуса производящего круга, от расстояния между точкой М и центром окружности.

$$x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t).$$

Проведём исследование графиков циклоиды с помощью системы математических и инженерных расчётов MathCAD. С помощью имеющегося набора инструментов и функций произведем ряд расчетов и построений графиков при различных исходных параметрах уравнений, описывающих циклоиды.

Рассмотрим первый случай, когда точка М лежит на производящей окружности, т. е. a = b, где a = r – радиус производящей окружности, b = d – расстояние от центра производящей окружности до точки М [1, 10].

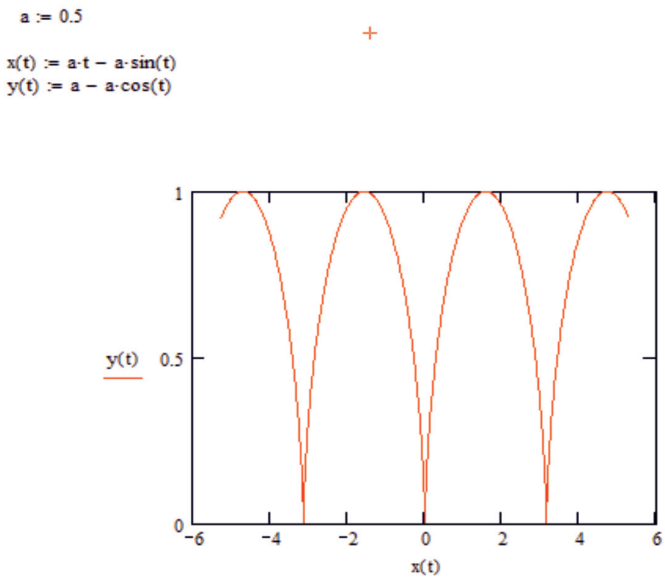


*Рис. 1. Исследование первой модели в системе MathCAD*

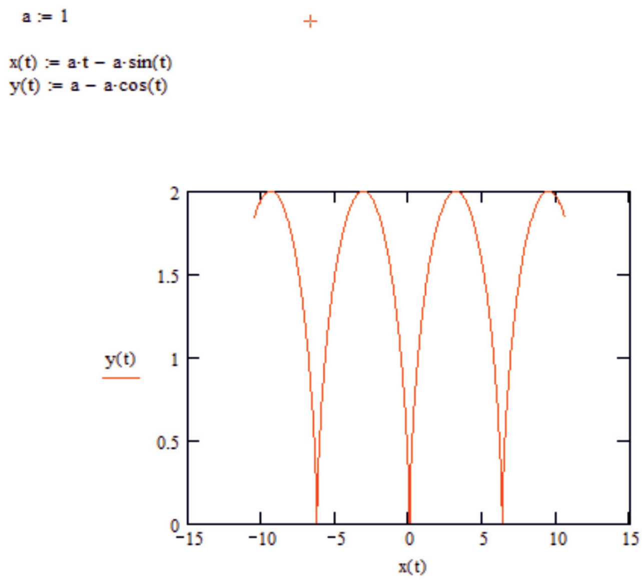


*Рис. 2. Исследование первой модели с изменёнными параметрами*

Циклом будем называть один оборот производящей окружности вокруг своей оси в горизонтальной плоскости.

Из рис. 1 мы видим, что амплитуда циклоиды равна 1, а цикл равен 3.

На рис. 2 мы видим, что при исследовании уравнения с другими параметрами амплитуда кривой равна 2, а период примерно равен 7.

Сравнивая полученные результаты, мы можем сказать, что в случае, когда точка M расположена на производящей окружности, увеличение радиуса данной окружности ведет к увеличению амплитуды циклоиды и её периода.

Рассмотрим второй случай, когда точка M расположена вне производящей окружности, т.е. $d > r$ (рис. 3). Такая циклоида называется удлиненной.

Здесь, также как и в первом случае, с увеличением радиуса производящей окружности увеличивается период циклоиды, а с увеличением расстояния от точки M до центра окружности, растет амплитуда.

$a := 0.5 \quad b := 0.8$

$x(t) := a \cdot t - b \cdot \sin(t)$
$y(t) := a - b \cdot \cos(t)$

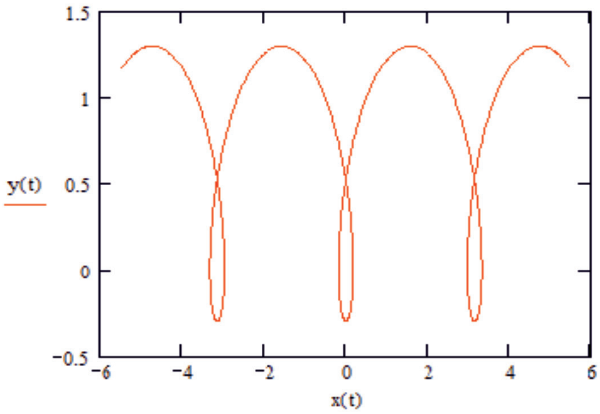


*Рис. 3. Исследование удлинённой циклоиды*

$a := 0.8 \quad b := 0.5$

$x(t) := a \cdot t - b \cdot \sin(t)$
$y(t) := a - b \cdot \cos(t)$

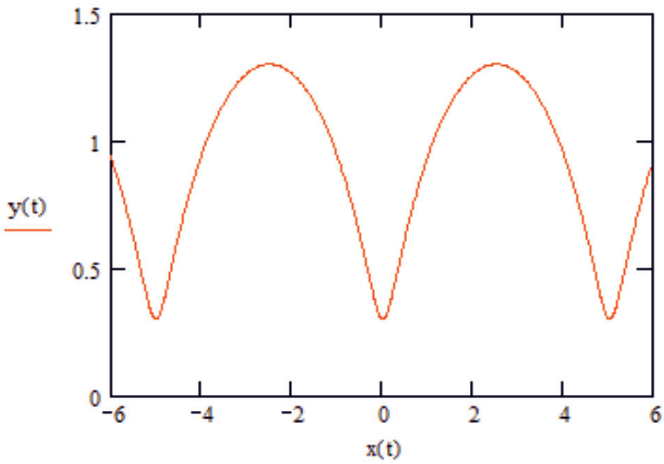


*Рис. 4. Исследование параметров уравнения укороченной циклоиды*

Третий случай, когда точка М лежит внутри производящей окружности, т.е. r > d представлен на рис. 4. Такая циклоида называется укороченной.

В этом случае, как и в первых двух период циклоиды зависит от радиуса производящей окружности, а амплитуда всегда меньше её диаметра.

Таким образом, с помощью программного комплекса системы математических и инженерных расчётов MathCAD при использовании необходимых инструментов для построения графиков функций и вычислительных механизмов, был проведён ряд расчетов и построений при различных исходных параметрах уравнения циклоиды [4, 5, 9]. На базе проведённых исследований установлена зависимость формы графика от таких исходных данных как диаметр задающей окружности, расположение и удаленность от ее центра чертящего острия. Полученные результаты будут использованы при разработке информационно–образовательной среды [2, 3, 6, 7, 8, 11] кафедры общенаучных дисциплин Армавирского механико–технологического института.

Стоит заметить, что все проведённые нами исследования были применены лишь к одному виду циклоидальных кривых – простой циклоиде.

Нами запланирована серия экспериментов с варьированием параметров и изменением вида графиков для типа **Эпициклоиды и Гипоциклоиды** (речь идёт о кривых раскатывания, принадлежащих окружности радиуса R, которые перемещается в пределах другой окружности произвольного радиуса).

В данном случае, к числу варьируемых параметров будет добавлен также радиус окружности, по которой катится производящая циклоиду окружность.

Циклоидальные кривые применяются при многих технических расчетах и свойства их используются, например, при построении профилей зубьев шестерен, в циклоидальных маятниках, в оптике и, таким образом, изучение этих кривых важно с прикладной точки зрения.

**Список литературы**

1. URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Циклоидальная_кривая/

2. Горовенко Л.А. Некоторые аспекты представления знаний и организации интерфейса в интеллектуальных обучающих системах // Научный потенциал вуза – производству и образованию: сборник трудов по материалам межвузовской научно-производственной конференции, посвящённой 90-летию КубГТУ. – Армавир: Изд. АМТИ, 2008. С 206-208.

3. Горовенко Л.А. Построение информационно-образовательной среды с элементами искусственного интеллекта: Автореф. дис. на соиск. учен, степ. канд. тех. наук: (05.13.01) / Горовенко Любовь Алексеевна; [Куб. гос. тех. ун-т]. – Краснодар, 2002. – 24 с.

4. Горовенко Л.А. Математические методы компьютерного моделирования физических процессов: учебное пособие / Л.А. Горовенко. – Армавир: РИО АГПУ, 2016. – 104 с.

5. Горовенко Л.А. Математические методы компьютерного моделирования физических процессов // Международный журнал экспериментального образования. – 2017. – № 2. – С. 92-93.

6. Горовенко Л.А. Экспертно-обучающие системы оценки знаний, умений, навыков как основа компьютерной технологии обучения // Научный потенциал вуза – производству и образованию: сборник трудов по материалам межвузовской научно-производственной конференции, посвящённой 90-летию КубГТУ. – Армавир: Изд. АМТИ, 2008. С. 342-344.

7. Горовенко Л.А., Голиус Д.А. Уравнение циклоиды и его приложения в инженерных науках // Сборник докладов победителей и лауреатов XXII студенческой научной конференции АМТИ. Армавир: ООО «Редакция газеты «Армавирский собеседник», подразделение Армавирская типография», 2016. – С. 73-77.

8. Горовенко Л.А., Довгалёв А.Ю. Исследование параметров уравнения циклоиды // Сборник докладов победителей и лауреатов XXII студенческой научной конференции АМТИ. Армавир: ООО «Редакция газеты «Армавирский собеседник», подразделение Армавирская типография», 2016. – С. 81-84.

9. Горовенко Л.А., Коврига Е.В. Теория и практика компьютерного моделирования физических процессов: учебное пособие / Л.А. Горовенко. – Армавир: РИО АГПУ, 2017. – 132 с.

10. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С., Математическая шкатулка. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 1984, с. 120.

11. Часов К.В., Вандина А.И. Использование в образовательной среде кафедры учебных пособий нового типа // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 7-1. – С. 98-100.