

УДК 378.147:004

ИССЛЕДОВАНИЕ СИМВОЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ РЕДАКТОРЕ MATHCAD

Сидоренко В.Д., Часов К.В.

*Армавирский механико-технологический институт (филиал)
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»,
Армавир, e-mail: sidorenko.valerya@mail.ru, chasov_kv@mail.ru*

Будущему специалисту (бакалавру, магистру) необходимо уметь производить достаточно сложные выкладки и вычисления. Поэтому необходимо освоить соответствующее программное обеспечение, в частности, MathCad как наиболее удобный инструмент для любого инженера. В статье исследуется методика применения символьных вычислений в математическом редакторе, который будет бесполезен, если обучающийся не умеет производить требуемые математические выкладки. Обучающиеся обязательно производят ручные вычисления, результаты сканируются и также вводятся в интерактивный обучающий документ. Примеры, приведённые в статье убедительно доказывают успешность внедрения интерактивных обучающих документов в учебный процесс в виде пополняемого соответствующими документами электронного учебно-методического комплекса дисциплины. Участие обучающихся в подготовке подобных документов способствует формированию у них умений и навыков обращения с программными средами и производственными документами.

Ключевые слова: математическая среда MathCAD, символьные вычисления, интерактивный обучающий документ

STUDY SYMBOLIC CALCULATIONS IN MATH EDITOR MATHCAD

Sidorenko V.D., Chasov K.V.

*Armavir Institute of Mechanics and Technology, the branch of Kuban State University of Technology,
Armavir, e-mail: sidorenko.valerya@mail.ru, chasov_kv@mail.ru*

The future specialist (bachelor, master) must be able to produce fairly complex calculations and calculations. Therefore, you need to learn the appropriate software, in particular, MathCad as the most convenient tool for any engineer. In the article the technique of application of symbolic calculations in the mathematical editor is investigated, which will be useless if the student is not able to produce the required mathematical calculations. Students necessarily produce manual calculations, the results are scanned and also entered into an interactive training document. The examples given in the article convincingly prove the success of the introduction of interactive teaching documents in the educational process in the form of discipline supplemented with the relevant documents of the electronic educational and methodical complex. Participation of students in the preparation of such documents contributes to the development of their skills and skills in dealing with software environments and production documents.

Keywords: mathematical environment MathCAD, symbolic calculations, interactive training document

Будущему инженеру, несомненно, важно знать и уметь производить необходимые математические расчёты. Зачастую на практике важно достаточно быстро получить правильный результат. Если инженер (бакалавр, магистр) допустит в своих расчётах какой-либо недочёт, то это может привести к различным последствиям: от потери рабочего времени, до увольнения специалиста. А если ошибка воплотится в какой-либо прибор или приспособление, то и привести к более серьёзным последствиям.

Поэтому применение различных средств – как-то: справочников, калькуляторов (в том числе и инженерных), компьютеров с соответствующим программным обеспечением, призвано заметно облегчить труд специалиста, повысить его качество. В этом плане MathCad (кроме него можно использовать MathLab, Excel) следует признать наиболее удобным инструментом для любого инженера. ([1], [5])

Рассмотрим несколько примеров на символьные вычисления, которые включаются в информационную образовательную среду (ИОС) кафедры в виде интерактивных обучающих документов.

Пример № 1. (№ 546 из [4]). а) выполнить деление с остатком

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6 \text{ на } x^2 - 3x + 1$$

Решение.

$$\frac{(2 \cdot x^4 - 3 \cdot x^3 + 4 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 6)}{(x^2 - 3 \cdot x + 1)}$$

expands in partial fractions to

$$2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 11 + \frac{(-5 + 25 \cdot x)}{(x^2 - 3 \cdot x + 1)}$$

В среде MathCAD вводим заданный пример, устанавливаем курсор после лю-

бой переменной примера, выбираем в системном меню программы Symbolics (в русифицированной версии – «Символы») пункт выпавшего Pop-up-меню Variable («Переменные») – со стрелочкой вправо, появится подменю Convert to Partial Fraction («Преобразование в Частичные Доли»). Как видно, часть документа выше, появится соответствующее сообщение и преобразованное математическое выражение. Все

приведённые действия во время подготовки обучающего документа записываются в видеофрагмент с помощью специального программного обеспечения, который встраивается в сам интерактивный обучающий документ.

Результат легко проверить, используя ту же среду MathCAD, что и приводится далее в документе, умножая полученное выражение на знаменатель:

$$\left[2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 11 + \frac{(-5 + 25 \cdot x)}{(x^2 - 3 \cdot x + 1)} \right] \cdot (x^2 - 3 \cdot x + 1)$$

simplifies to

$$2 \cdot x^4 - 3 \cdot x^3 + 4 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 6$$

Очевидно, что получилось то же выражение, что и в условии задачи. Указанные действия, так же как и выше записываются в видеофрагмент, присоединяемый к интерактивному обучающему документу.

Но в любом случае, математический редактор будет бесполезен, если обучающийся не умеет производить требуемые математические выкладки. Поэтому ручные вычисления обязательно производятся, сканируются и также вводятся в интерактивный обучающий документ.

Пример 2. (№ 547 из [4]). При каком условии полином $x^3 + px + q$ делится на полином $x^2 + mx - 1$?

Решение.

$$\frac{(x^3 + p \cdot x + q)}{(x^2 + m \cdot x - 1)}$$

expands in partial fractions to

$$x - m + \frac{(p \cdot x + q + x - m + m^2 \cdot x)}{(x^2 + m \cdot x - 1)}$$

Очевидно, что для деления без остатка, необходимо равенство нулю третьего слагаемого результата, т.е. дроби. Следовательно, коэффициент при x должен быть равен нулю, свободный член также должен быть равен нулю. Тем самым, для исходной дроби получим значение для p и q (a , именно, $p = -m^2 - 1$ и $q = m$), которые и подставим в саму исходную дробь.

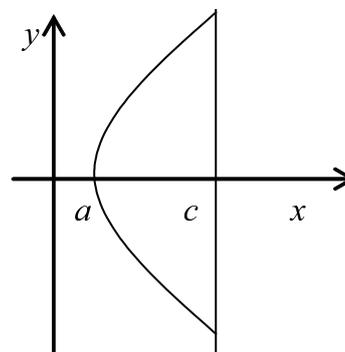
$$\frac{[x^3 + (-m^2 - 1) \cdot x + m]}{(x^2 + m \cdot x - 1)}$$

Далее любым способом, в частности, Convert to Partial Fraction («Преобразование в Частичные Доли») убеждаемся в том, что все выкладки проведены верно.

expands in partial fractions to

$$x - m$$

Рассмотрим ещё несколько примеров, один из которых решим, а другие приведены в виде условий – показывают развитие задачи – укрупнённой дидактической единицы (УДЕ), при этом условия задач дословно не совпадают.



УДЕ № 3.

I. Дана гипербола и её хорда, проведённая из фокуса перпендикулярно к действительной оси.

II. Вычислить площадь фигуры, ограниченной этими линиями.

III. Запишем уравнение гиперболы:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ её хорда имеет вид: } x = c \text{ нам требуется найти площадь фигуры, заключённой между линиями на рисунке.}$$

Произведём следующие несложные преобразования:

$$\frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{a^2} - 1, \quad y^2 = \frac{b^2 x^2}{a^2} - b^2, \quad y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2} \text{ — именно под графиком этой функции}$$

и будем считать площадь фигуры от точки пересечения с осью x — a до точки c . Учитывая, что площадь фигур вычисляется с помощью определённого интеграла, то получим:

$$S = \int_a^c \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2} dx = c = \left| \begin{array}{l} u = \sqrt{x^2 - a^2} \\ du = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} dv = dx \\ v = x \end{array} \right| = \frac{b}{a} x \sqrt{x^2 - a^2} \Big|_a^c - \frac{b}{a} \int_a^c \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx =$$

$$= \frac{bc}{a} \sqrt{c^2 - a^2} - b \sqrt{a^2 - a^2} - \frac{b}{a} \int_a^c \frac{x^2 - a^2 + a^2}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \frac{bc}{a} \sqrt{c^2 - a^2} - \frac{b}{a} \int_a^c \sqrt{x^2 - a^2} dx - \frac{a^2 b}{a} \int_a^c \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

Слева и справа имеем одинаковые интегралы (искомый интеграл), следовательно,

$$\frac{2b}{a} \int_a^c \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{bc}{a} \sqrt{c^2 - a^2} - ab \ln \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| \Big|_a^c = \frac{bc}{a} \sqrt{c^2 - a^2} - ab \left(\ln \left(c + \sqrt{c^2 - a^2} \right) - \ln a \right) =$$

$$= \frac{bc}{a} \sqrt{c^2 - a^2} - ab \ln \frac{c + \sqrt{c^2 - a^2}}{a}$$

При этом необходимо учесть, что указанная выше формула вычисляет лишь площадь верхней части фигуры, следовательно, в правой части уже получено значение площади всей фигуры (кроме того, $b = \sqrt{c^2 - a^2}$):

$$S = \frac{bc}{a} \sqrt{c^2 - a^2} - ab \ln \frac{c + \sqrt{c^2 - a^2}}{a} = \frac{b^2 c}{a} - ab \ln \frac{c + b}{a} \blacktriangleright$$

Очевидно, что все вычисления произведены в символьной форме. Обучающимся предлагается решить задачу в математической среде MathCAD. Задача в приведённом виде включается в интерактивный обучающий документ. Решение в MathCAD также включается в документ.

Следующая УДЕ является как бы продолжением предыдущей — видоизменённое, усложнённое задание, и только по ходу решения можно увидеть, что рассматриваемые УДЕ имеют одинаковую структуру и приводят к вычислению подобного интеграла.

УДЕ № 4.

I. Окружность $x^2 + y^2 = a^2$ разбивается гиперболой $x^2 - 2y^2 = \frac{a^2}{4}$ на три части.

II. Вычислить площади получаемых частей.

Дальнейшим развитием рассматриваемой темы может быть, к примеру, следующая УДЕ, в которой также применяется

приведённый выше приём вычисления интеграла:

УДЕ № 5.

I. Эллипс $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ разбивается гиперболой $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ на части.

II. Вычислить площади получаемых криволинейных фигур.

Предоставляем возможность читателю самостоятельно убедиться в том, что данная УДЕ может быть решена по аналогии с приведёнными выше.

Приведённые примеры являются убедительным доказательством успешности внедрения интерактивных обучающих документов в учебный процесс в виде пополняемого соответствующими документами электронного учебно-методического комплекса дисциплины [1–3]. Очень важно, чтобы подобные документы подготавливались при участии обуча-

ющихся – будущих специалистов производства – с целью формирования у них умений и навыков обращения с программными средами и производственными документами.

Список литературы

1. Вандина А.И., Часов К.В. Использование в образовательной среде кафедры учебных пособий нового типа // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 7-1. – С. 98-100.

2. Горовенко Л.А. Создание электронного учебно-методического комплекса дисциплины как один из методов перехода от традиционной методики обучения к обучению,

основанному на самостоятельной работе студента // Инновационные процессы в высшей школе: материалы XV юбилейной Всероссийской научно-практической конференции – Краснодар: Изд. ГОУ ВПО КубГТУ, 2009. С. 211-213.

3. Горовенко Л.А. Экспертная оценка электронного программно-методического комплекса // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2014. № 54. С. 355-361.

4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М., 1977. – 288 с.

5. Часов К.В. К вопросу об интерактивности в обучении // VIII Международная конференция «Стратегия качества в промышленности и образовании». Варна, Болгария, 2012. Международный научный журнал Acta Universitatis Pontica Euxinus – № S1. 2012. С. 344-346.