

УДК 62-133.2

ЦИКЛОИДЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Голиус Д.А., Горovenко Л.А.

*Армавирский механико-технологический институт (филиал)
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»,
Армавир, e-mail: dmitrij.golius@bk.ru, lgorovenko@mail.ru*

В данной статье дано понятие, а так же рассмотрены основные свойства и геометрический смысл циклоиды. Приведено описание видов циклоид в зависимости от расположения точки, траектория движения которой описывается уравнением циклоиды. Рассмотрены параметрические уравнения циклоиды и уравнение циклоиды в декартовых координатах. Задача о брахистохроне привела к изобретению вариационного исчисления, столь нужного физикам сегодняшнего дня. Как оказалось, циклоида имеет огромное практическое применение не только в математике, но и в технологических расчетах. В статье дано определение циклоидального зацепления и эксцентриково-циклоидального зацепления, рассмотрены их недостатки и достоинства. Приведены примеры использования циклоидальных кривых в технике для построения профилей зубьев шестерен, очертаний многих типов эксцентриков, кулаков и пр. В частности рассмотрены планетарные механизмы на основе эксцентриково-циклоидального зацепления.

Ключевые слова: рулетты, циклоида, эпициклоида, гипоциклоида, кривая скорейшего спуска (брахистохрона), таутохронность, циклоидальное зацепление, эксцентриково-циклоидальное зацепление

CYCLOID AND THEIR APPLICATION TO DESIGN OF PARTS MACHINES AND MECHANISMS

Golius D.A., Gorovenko L.A.

*Armavir Institute of Mechanics and Technology, the branch of Kuban State University of Technology,
Armavir, e-mail: dmitrij.golius@bk.ru, lgorovenko@mail.ru*

In this article the concept and describes the main properties and geometrical meaning of the cycloid. Given a description of the types of cycloids depending on the location of the point, the trajectory of which is described by the equation of the cycloid. Considered parametric equations of the cycloid and the equation of cycloid in Cartesian coordinates. The problem of brachistochrone led to the invention of the calculus of variations, a much-needed physicists today. As it turned out, the cycloid is of great practical use not only in mathematics but also in technological calculations. In article definition of cycloidal gear and the eccentric-cycloidal engagement, discusses their advantages and disadvantages. Examples of the use of cycloidal curves in technology to build profiles of gear teeth, the shape of many types of eccentrics, fists, etc. In particular are considered planetary mechanisms on the basis of eccentric-cycloidal gearing

Keywords: roulette, cycloid, epicycloid, hypocycloid, the curve of quickest descent (brachistochrone), tautochrone, cycloidal gearing, eccentric-cycloidal gearing

Кривая циклоида очень интересна для изучения, однако, не так просто найти литературу, ей посвященную. В большинстве таких источников циклоида упоминается только вскользь, или рассматривается недостаточно полно. Однако, она используется при решении различных задач. Ввиду того, что циклоидальные кривые широко применяются в технике для построения профилей

зубьев шестерен, очертаний многих типов эксцентриков, кулаков и пр., мы посчитали данную тему актуальной и интересной для изучения. Общее название линий, описываемых точкой любой кривой, катящейся без трения по любой другой кривой, – рулетты. Простейшая из рулетт, описываемая точкой окружности, катящейся без трения по прямой линии, – циклоида [3, 4, 6] (рис. 1).

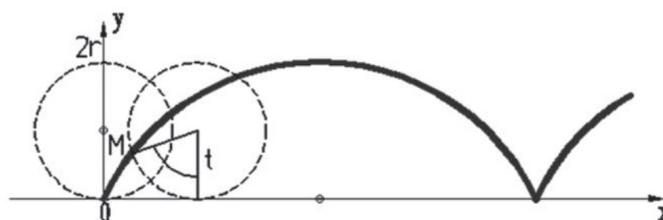


Рис. 1. Простейшая рулетта

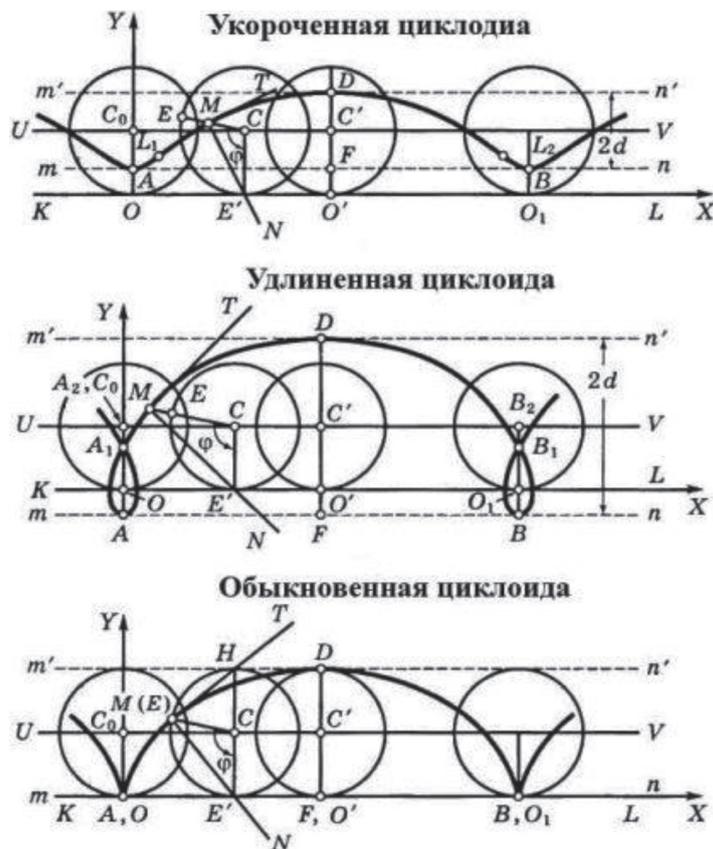


Рис. 2. Виды циклоид

Циклоидой называется линия, которую описывает точка, закрепленная в плоскости круга, когда этот круг катится (без скольжения) по некоторой прямой.

Если точка, описывающая циклоиду, взята внутри производящего круга, то циклоида называется укороченной; если вне круга – удлиненной; если же точка лежит на окружности, то линия, описываемая этой точкой, называется обыкновенной циклоидой или чаще просто циклоидой (рис. 2). Например, когда вагон движется по рельсам, то внутренняя точка колеса описывает укороченную циклоиду, точка на ободке – удлиненную, а точка окружности колеса – обыкновенную циклоиду [1, 5, 2].

Изучение циклоид, а также принципа их построения способствует тому, что, определяя закономерности, которым подчиняется след движущейся точки, и, описывая их, можно прийти к тому, что, зная только параметры направляющей и производящей фигур, можно построить интересующую кривую.

Детали машин, которые совершают одновременно равномерное вращательное и поступательное движения, описывают ци-

клоидальные кривые (циклоида, эпициклоида, гипоциклоида, трохоида, астроида) [7].

Параметрические уравнения циклоиды и ее уравнение в декартовых координатах имеют вид [8]:

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases},$$

где $(0 \leq t \leq 2\pi)$.

$$x = r \arccos \frac{r-y}{r} - \sqrt{2ry - y^2},$$

где r – радиус окружности, образующей циклоиду.

Циклоидальные кривые широко применяются в технике для построения профилей зубьев шестерен, очертания многих типов эксцентриков, кулаков и пр. [1, 5, 7].

Циклоидальное зацепление – такой вид зацепления, при котором профили зубьев очерчены по участкам циклоид: эпициклоид и гипоциклоид. Эпициклоида получается при перекачивании производящей окружности с радиусом r_1 по внешней стороне направляющей (неподвижной) окружности

с радиусом r_1 без скольжения. *Гипоциклоида* получается при перекачивании производящей окружности по внутренней стороне неподвижной окружности.

Особенность циклоидального зацепления состоит в том, что, при внешнем зацеплении головку зуба очерчивает эпициклоида, а ножку зуба – гипоциклоида. Происходит касание эпициклоиды шестерни с гипоциклоидой колеса. При внутреннем зацеплении – наоборот.

Достоинства:

- 1) скорость скольжения и удельное скольжение меньше, а, следовательно, более плавная и бесшумная работа;
- 2) более высокий КПД;
- 3) коэффициент перекрытия больше 2;
- 4) отсутствие подрезания ножки зуба.

Недостатки:

- 1) профилем циклоидальной рейки являются две циклоиды, а не прямая, как в эвольвентном зацеплении;
- 2) очень чувствительно к ошибкам в профиле и изменению межосевого расстояния;

3) сложность изготовления инструмента и поэтому его высокая себестоимость.

Упрощенными видами циклоидального зацепления являются часовое и цевочное зацепления.

Большое внимание в настоящее время уделяется эксцентриково-циклоидальному зацеплению зубчатых колес, разрабатываются механизмы на его основе.

На рис. 3 показаны внутренняя цилиндрическая(а), коническая(б) и реечная(в) передачи, использующие ЭЦ-зацепление.

На рис. 4 приведены планетарные механизмы по схеме Джеймса на базе ЭЦ-зацепления с криволинейными зубьями(а), с разнесенными сателлитами(б) и по схеме Давида(в) с использованием в одном ряду эвольвентного, а в другом ряду – ЭЦ-зацепления.

В настоящее время на основе ЭЦ-зацепления выполнен ряд проектов. Разработаны и изготовлены ручные гайковерты, редуктор для привода следящей системы.

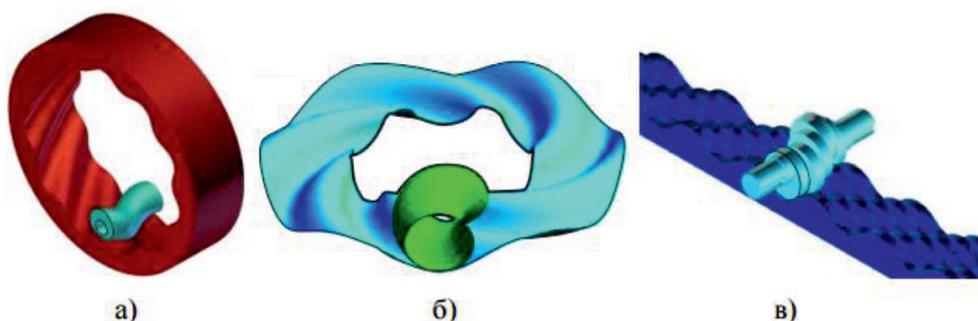


Рис. 3. Простые передаточные механизмы на основе ЭЦ-зацепления

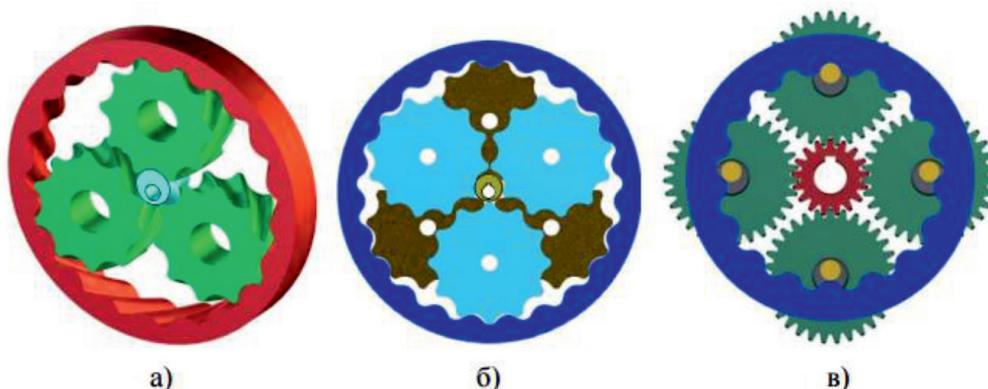


Рис. 4. Планетарные механизмы на основе ЭЦ-зацепления

Разработан проект замены отработавших свой срок службы редукторов для станков-качалок, с использованием того же корпуса с посадочными местами. Замена подлежат только колеса. При этом для достижения того же передаточного отношения потребуется значительно меньшее число зубьев. При тех же габаритах редуктора возникает возможность значительно увеличения размеров зуба, что в целом позволяет увеличить ресурс редуктора не менее чем в 5 раз.

Как видим, циклоида имеет огромное практическое применение не только в математике, но и в физике, и в технологических расчетах [1, 2, 5].

Задачи, приводящие к циклоиде, сыграли значительную роль в становлении механики и математического анализа. Но, когда величественные здания этих наук были построены, оказалось, что эти задачи являются частными, далеко не самыми важными. История циклоиды завершилась в конце XVII века: стало ясно, что циклоида не связана с фундаментальными законами природы, как например, конические сечения. Произошла поучительная историческая иллюзия.

В ходе работы над проектом были выяснены основные свойства циклоиды. Смогли построить циклоиду с помощью модели. Как оказалось, циклоида имеет огромное практическое применение не только в математике, но и в технологических расчетах, физике, технике

Применение «замечательных кривых» широко распространено, их применяют в производстве, строительстве, военном деле. «Замечательные кривые» поистине замечательны своими свойствами. Трудно себе представить мир без этих кривых, хотя они так незаметны для нашего повседневного взора.

Итак, в ходе выполнения данного исследования были выяснены основные свойства циклоиды. Как оказалось, циклоида имеет огромное практическое применение не только в математике, но и в физике, и в технологических расчетах. Все полученные при исследовании результаты используются в качестве учебных материалов информационно-образовательной среды кафедры ОНД АМТИ.

Список литературы

1. Горovenko Л.А. Математические методы компьютерного моделирования физических процессов: учебное пособие / Л.А. Горovenko. – Армавир: РИО АГПУ, 2016. – 104 с.
2. Горovenko Л.А. Математические методы компьютерного моделирования физических процессов // Международный журнал экспериментального образования. Пенза: ИД «Академия естествознания», 2017. – № 2. – С. 92-93.
3. Горovenko Л.А., Голиус Д.А. Уравнение циклоиды и его приложения в инженерных науках // Сборник докладов победителей и лауреатов XXII студенческой научной конференции АМТИ. Армавир: ООО «Редакция газеты «Армавирский собеседник», подразделение Армавирская типография», 2016. – С. 73-77.
4. Горovenko Л.А., Довгалёв А.Ю. Исследование параметров уравнения циклоиды // Сборник докладов победителей и лауреатов XXII студенческой научной конференции АМТИ. Армавир: ООО «Редакция газеты «Армавирский собеседник», подразделение Армавирская типография», 2016. – С. 81-84.
5. Горovenko Л.А., Коврига Е.В. Теория и практика компьютерного моделирования физических процессов: учебное пособие / Л.А. Горovenko. – Армавир: РИО АГПУ, 2017. – 132 с.
6. Горovenko Л.А., Мельников А. Р. Применение математического аппарата решения оптимизационных задач графическим методом // Сборник докладов победителей и лауреатов XXII студенческой научной конференции АМТИ. Армавир: ООО «Редакция газеты «Армавирский собеседник», подразделение Армавирская типография», 2016. – С. 87-90.
7. Сумская О.А., Терехов В.М. Типаж и эксплуатация технологического оборудования предприятий автосервиса: учебное пособие / О.А. Сумская. – Армавир: РИО АГПУ, 2016. – 160 с.
8. Часов К.В. К вопросу об интерактивности в обучении // VIII Международная конференция «Стратегия качества в промышленности и образовании». Варна, Болгария, 2012. Международный научный журнал Acta Universitatis Pontica Euxinus – № S1. 2012. С. 344-346