

УДК 519.71

Построение оптимального портфеля ценных бумаг при заданных условиях

Будунова А.С.

Студентка 4 курса факультета математической экономики, статистики и информатики Российского экономического университета имени Г. В. Плеханова 115998, г. Москва, Стремянный переулок д. 36, nastasiabd@gmail.com

В статье рассматриваются котировки акций девяти российских компаний. Для исследования были отобраны акции первого уровня. Выбор акций обусловлен известностью компаний и узнаваемостью их бренда. В наборе преобладают акции с тенденцией на рост курса. Каждая ценная бумага была проанализирована по показателям доходности, волатильности и ликвидности, оценена по альфа- и бета-коэффициентам САМР модели, а также выявлена зависимость влияния колебания рынка на доходность акций. В результате анализа основных характеристик ценных бумаг были выбраны наиболее привлекательные из них. Далее были построены портфели из выбранного набора акций с минимальным риском с учётом разрешённых и запрещённых коротких продаж при заданной доходности. Также были определены стоимости полученных портфелей и их фактическая доходность.

Ключевые слова: акция, САМР-модель, портфель ценных бумаг, доходность

Investment portfolio construction under predetermined conditions

Budunova A.S.

4 st year student Plekhanov Russian University of Economics 115998. Russia, Stremyanny lane 36, Moscow., nastasiabd@gmail.com

This article discusses stock quotes of nine Russian companies. The shares of the first level were selected for the research. The choice of shares is due to the popularity of companies and the recognizability of their brand. The set is dominated by shares with a tendency to increase the rate. Each stock was evaluated by Capital Asset Pricing Model (CAPM) coefficients. Also the dependence of the influence of market fluctuations was revealed. As the result of the analysis of main characteristics of securities, the most attractive ones were selected. As the main characteristics of securities were considered liquidity, profitability and volatility. Portfolios of selected stocks with minimal risk were built taking into account allowed and prohibited short sales with a given profitability. The values of the portfolios were estimated.

Key words: share, CAPM, investment portfolio, yield

В качестве исходных данных для построения оптимального портфеля ценных бумаг рассматриваются средневзвешенные цены акций, оборот и число сделок каждый день в период с 05.03.2017 по 05.06.2017.

Для исследования были отобраны акции 1-ого уровня: «ВТБ», «Сбербанк», «Газпром», «Банк ФК Открытие», «М.Видео», «Татнефть», «Роснефть», «Магнит», «Яндекс».

В наборе преобладают акции с тенденцией на рост курса.

Анализ основных характеристик ценных бумаг

Основными характеристиками ценных бумаг являются доходность, волатильность и ликвидность. Именно на эти показатели ориентируются участники рынка при совершении операций. Расчёты характеристик ценных бумаг представлены в таблице 1.

Таблица 1 - Основные характеристики ценных бумаг

Доходность	«ВТБ»	«Сбербанк»	«Газпром»	«Банк ФК Открытие»	«М.Видео»	«Татнефть»	«Роснефть»	«Магнит»	«Яндекс»
Средняя однодневная доходность	-0,00014188	-0,00065405	-0,001914439	0,001934835	0,000365215	0,000557543	-0,001619991	-0,000527091	0,001893114
Средняя месячная доходность	0,00387643	0,013539351	-0,009685452	0,047310275	0,008214253	0,043936255	-0,020635429	-0,01469922	0,117043194
Доходность за весь исследуемый период	-0,01185770	-0,04481247	-0,113954004	0,122807018	0,021830615	0,024201224	-0,097942755	-0,036123729	0,110497238
Вероятность того, что дох-ть будет > 0 завтра	0,494529938	0,481247376	0,434374925	0,59243379	0,530818205	0,512193806	0,444917645	0,482926466	0,540221351
СКО 1дн. Дох-ть	0,010347873	0,013909278	0,011585343	0,008275241	0,004723004	0,018238181	0,011695619	0,012312301	0,018745302
СКО 1мес. Дох-ть	0,028519483	0,050932098	0,04850449	0,028409036	0,021503671	0,103650847	0,034867188	0,042222111	0,13087584
Вариация 1дн доходность	72,92966745	21,26610695	6,05155993	4,276975471	12,93213102	32,71170323	7,21955831	23,35898671	9,9018346
Волатильность									
Разброс цен в течение дня, руб	0,001335645	3,696935484	2,552096774	23,17741935	3,420967742	11,33387097	7,22983871	237,0806452	42,79032258
Разброс цен в течение дня, в проц	2,03%	2,30%	1,99%	1,44%	0,90%	3,14%	2,28%	2,57%	3,01%
Ликвидность									
Среднедневной оборот, руб	671688886,7	7216455985	4658027772	5300346,597	194261814,9	630919435,8	1615071971	955273955,4	64140337,54
Среднее число сделок в день	14212,69355	49980,77419	41865,33871	51,24193548	795,8225806	9428,887097	14205,67742	9753,967742	1646,677419
Средняя стоимость одной сделки, руб/сделку	47259,78819	144384,6379	111262,1542	103437,6736	244101,9137	66913,45747	113692,0066	97936,9607	38951,36764
Средний рыночный спред	0,12%	0,05%	0,06%	0,81%	0,08%	0,17%	0,10%	0,10%	0,17%
Число сделок в 1 мин.	29,60977823	104,1266129	87,21945565	0,106754032	1,65796371	19,64351478	29,59516129	20,32076613	3,430577957

Анализируя таблицу 1, можно сделать вывод, что среди выбранных ценных бумаг положительной однодневной доходностью обладают акции компаний «Банк ФК Открытие», «М.Видео», «Татнефть» и «Яндекс». Причем наибольшая однодневная доходность наблюдается у компании «Банк ФК Открытие» (0,19%), ей же принадлежит наибольшая доходность за весь исследуемый период (12,28%). Следует отметить, что акции крупных и достаточно известных компаний, таких как «ВТБ», «Сбербанк», «Газпром», «Роснефть», «Магнит» имеют отрицательные показатели доходности. Это связано с общей тенденцией фондового рынка в текущий момент времени. Однако данные акции можно продавать и зарабатывать за счет шортирования. Среди перечисленных компаний наименьшую доходность имеют акции «Газпром» (-0,19% - однодневная доходность, -11,40% - доходность за весь исследуемый период).

Наилучшие (наименьшие) показатели волатильности относятся к акции компании «М.Видео» (0,0047 и 0,0215). Также достаточно низкой волатильностью характеризуются акции Банка ФК Открытие, у которого наименьшая вариация однодневной доходности (4,2770). Наиболее волатильны акции компании «Яндекс» (0,0187 и 0,1309 - СКО однодневной и одномесячной доходности соответственно).

Акции «Сбербанк» имеют самый низкий показатель среднего относительного рыночного спреда (0,05%), что может сказать о наибольшей ликвидности этого актива. Более того, данная компания обладает наибольшим среднедневным оборотом (7216455985 руб.) и наибольшим количеством сделок (49980 штук в день), при этом средняя сумма сделки достаточно высока. Обратная ситуация наблюдается у другого банка - «Банк ФК Открытие». Для него характерны наименьший оборот и число сделок (5300346 руб и 51 штук в день соответственно) и наибольший средний рыночный спред (0,81%).

Для построения портфеля используем акции следующих компаний: «М.Видео», «Банк ФК Открытие», «Сбербанк», «Татнефть». Для выбранного набора акций рассмотрим 2 вида оптимизационных задач:

- Поиск портфеля с наименьшим риском;
- Поиск портфеля с наименьшим риском при требуемой доходности;

Также для каждого вида портфеля рассмотрим 2 случая: короткие продажи разрешены, короткие продажи запрещены. Под разрешенными короткими продажами понимается процедура шортирования. Шортирование даёт возможность получить прибыль от продажи при падении цены.

Поиск портфеля с минимальной волатильностью

Для начала рассмотрим случай, когда нам необходимо минимизировать риски. Так как короткие продажи разрешены, то имеет смысл добавить в портфель акции, цена которых

падает. С этой целью в портфель были включены акции компании «Сбербанк». Показателем риска для портфеля является его дисперсия, поэтому данную оптимизационную задачу можно представить в следующем виде:

Задача 1:

$$\sigma_p^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \theta_i = 1 \\ \theta_i \in R, \text{ если короткие продажи разрешены} \end{cases}$$

Итак, предположим, что объём инвестиций составляет 100 000 рублей. Тогда получим следующие результаты:

Таблица 2 - Доли инвестиций в ценные бумаги Портфеля 1

«М.Видео»	«Банк ФК Открытие»	«Сбербанк»	«Татнефть»
θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
0,436343	0,258375	-0,169559	0,135723

Таблица 3 - Портфель 1

Портфель					Остаток	Вложено
	«М.Видео»	«Банк ФК Открытие»	«Сбербанк»	«Татнефть»		
Руб.	43634,29	25837,55	-16955,94	13572,31	33911,79	66088,21
Шт.	112	16	-108	36		

Таблица 3 показывает, какую долю средств необходимо вложить в каждую акцию, для того чтобы обеспечить минимальный риск. Дисперсия портфеля равна 0,00001209, а доходность составляет 0,0846%. При этом вероятность дохода приблизительно равна 59,6%. Цена портфеля на момент создания составляет 66088,21 руб. Наибольшая доля акций принадлежит компании «М.Видео» (0,436343), для компаний «Банк ФК Открытие» и «Татнефть» доли инвестиций составляют 0,258375 и 0,135723 соответственно. Так как $\theta_3 = -0,16959$, что меньше 0, то акции компании «Сбербанк» выгоднее шортировать. Остаток на лицевом счете – деньги, не потраченные на покупку акций, - составляет 33911,79 руб.

Для того, чтобы построенный портфель принес доход в 1% при условии разрешенных коротких продаж, необходимо на 43634,29 рублей купить 112 акций «М.Видео», 16 штук на сумму 25837,55 акций «Банк ФК Открытие», 36 штук на сумму 13572,31 акций «Татнефть» и взять в долг 108 акций компании «Сбербанк».

Фактическая доходность покупки и продажи портфеля рассчитывается по следующей формуле:

$$\text{Фактическая доходность} = \frac{\text{Текущая стоимость} - \text{Начальная стоимость}}{\text{Начальная стоимость}}$$

Посмотрим, как изменится стоимость, а также фактическая доходность портфеля через неделю:

Таблица 4- Доходность Портфеля 1

	Стоимость портфеля	Фактическая доходность
05.06.2017	66088,21	
13.06.2017	67069,47	1,48%

Таблица 5 - Цены акций

Дата	«М.Видео»	«Банк ФК Открытие»	«Сбербанк»	«Татнефть»
05.06.17	388,50	1 664,00	156,88	376,65
13.06.17	389,80	1 681,00	146,11	360,20

Как видим из таблиц, наши предсказания относительно определенных акций подтвердились, и стоимость портфеля возросла.

Теперь рассмотрим случай, когда короткие продажи запрещены:

Задача 2:

$$\sigma_p^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \theta_i = 1 \\ \theta_i \geq R, \text{ если короткие продажи запрещены} \end{cases}$$

В данном случае мы не можем продавать акции, можно только купить или не купить их. Поэтому будет целесообразно рассматривать только акции с возрастающей тенденцией.

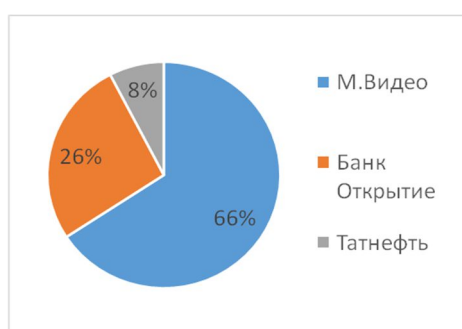


Рисунок 11– Доли инвестиций в ценные бумаги Портфеля 2

Таблица 6 - Портфель 2

Портфель					
	«М.Видео»	««Банк ФК Открытие»»	«Татнефть»	Остаток	Вложено
Руб.	65811,60	26547,84	7640,56	-1,47E-05	100000,00
Шт.	169	16	20		

Дисперсия портфеля 2 равна 0,00001421, а доходность составляет 0,0797%. При этом вероятность дохода приблизительно равна 58,37%. Цена портфеля на момент создания составляет 100 000 руб., т.е. мы инвестируем всю имеющуюся сумму в портфель. В данном случае 66% акций принадлежит компании «М.Видео», 26% акций – «Банк ФК Открытие», 8% - «Татнефть».

Для того, чтобы построенный портфель принес доход в 1% при условии разрешенных коротких продаж, необходимо на 65811,6 рублей купить 169 акций «М.Видео», 16 штук на сумму 26547,84 акций «Банк ФК Открытие», 20 штук на сумму 7640,56 акций.

Рассмотрим изменение стоимости портфеля во времени:

Таблица 7- Доходность Портфеля 2

Дата	Стоимость портфеля	Фактическая доходность
05.06.2017	100000,00	
13.06.2017	100157,74	0,16%

Из таблицы 9 видно, что стоимость портфеля возросла, хотя и не так значительно как в предыдущем случае.

Поиск портфеля с минимальной волатильностью при требуемой доходности

Необходимо решить оптимизационную задачу, когда дисперсия портфеля стремится к минимуму, но при этом задана требуемая доходность портфеля r , а короткие продажи разрешены (во втором случае короткие продажи запрещены). Предположим, что $r > r^*$, где r^* – требуемая доходность портфеля. Так как наша доходность не может превышать значения максимальной доходности акций в портфеле, то требуемая доходность $r^* = 0,0019$

Задача 3:

$$\sigma_p^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \theta_i = 1 \\ r_p = r \\ \theta_i \in R, \text{ если короткие продажи разрешены} \end{cases}$$

Таблица 8 - Доли инвестиций в ценные бумаги Портфеля 3

«М.Видео»	«Банк ФК Открытие»	«Сбербанк»	«Татнефть»
θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
0,000000	0,981760	-0,006275	0,011966

Таким образом, Портфель 3 сформирован из акций трёх компаний: «Банк ФК Открытие», «Сбербанк» и «Татнефть». В данной ситуации выгоднее всего купить практически на все деньги акции компании «Банк ФК Открытие».

Таблица 9 - Портфель 3

Портфель						
	«М.Видео»	««Банк ФК Открытие»»	«Сбербанк»	«Татнефть»	Остаток	Вложено
Руб.	0,00	98176,00	-627,52	1196,58	1254,94	98745,0599
Шт.	0	59	-4	3		

Дисперсия данного портфеля составляет 0,00006512, а доходность равна 0,00191032, что соответствует установленному уровню. Вероятность дохода составляет 59,36%. При этом вкладывается не вся сумма, а только 98745,06 руб. Акции «Сбербанк» предлагается шортировать.

Таблица 10 - Доходность Портфеля 3

Дата	Стоимость портфеля	Фактическая доходность
05.06.2017	98745,06	
13.06.2017	99738,88	1,01%

Расчёты в таблице 12 свидетельствуют о том, что через неделю после покупки портфеля, он может быть продан по более высокой цене, фактическая доходность от данной финансовой операции составит 1,01%.

Далее рассмотрим случай с запрещёнными короткими продажами:

Задача 4:

$$\sigma_p^2 \rightarrow \min$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \theta_i = 1 \\ r_p = r \\ \theta_i \in R, \text{ короткие продажи запрещены} \end{array} \right.$$

Таблица 11 - Портфель 4

Портфель						
	«М.Видео»	««Банк ФК Открытие»»	«Сбербанк»	«Татнефть»	Остаток	Вложено
Руб.	0,00	98176,00	0,00	1823,90	0,00	100000
Шт.	0	59	0	5		

По полученным результатам можно понять, что для того, чтобы портфель ценных бумаг принес доход в 1% при условии, что короткие продажи запрещены, необходимо почти все деньги инвестировать в 59 акций «Банк ФК Открытие» и приобрести 5 акций «Татнефть» на оставшуюся сумму 1823,90 руб. А в акции «М.Видео» и «Сбербанк» совсем не инвестировать деньги.

Таблица 12 - Доходность Портфеля 4

Дата	Стоимость портфеля	Фактическая доходность
05.06.2017	100000	
13.06.2017	100923	0,92%

На момент 13.06.2017 фактическая доходность портфеля 4 составляет 0,92%, что ниже показателя доходности в предыдущем случае.

Таким образом, сравнивая фактическую доходность у построенных портфелей, можно сделать вывод, что наибольшая выгода достигается в случаях, когда нам доступны все возможности, в том числе и шортирование акций с падающим курсом. Чем больше ограничений накладывается на портфель, тем меньше будет выгода. Кроме того, при увеличении доходности портфеля волатильность также увеличивается, то же самое происходит при переходе от разрешенных коротких продаж к запрещенным.

Список литературы

1. Барбаумов В.Е. Сборник задач по финансовым инвестициям/ В.Е.Барбаумов, И.М.Гладких, А.С.Чуйко. - М.: Финансы и статистика, 2004. – 352 с.
2. Власова Ю.Е. Построение портфеля ценных бумаг в условиях коротких продаж // Международный студенческий научный вестник. 2016. № 6. С. 102.
3. Гаджиагаев М.А., Закревская Е. А., Теоретические аспекты экономико-математического моделирования портфелей активов и пассивов коммерческого банка // Ученые записки российской академии предпринимательства 2015 № 45 С 182-191
4. Каратуев А.Г. Ценные бумаги: виды и разновидности / А.Г. Каратуев - М.: Русская Деловая Литература, 2010. – 98 с.
5. Козлов А.А. Российский фондовый рынок: Законы, комментарии, рекомендации / А.А.Козлов - М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 2010. – 246 с.
6. Аналитика и технический анализ - Портал Форекс/ Электронный ресурс: [<https://www.fxteam.ru>]
7. Главная – Индексы и котировки - ММВБ/ Электронный ресурс: [<http://www.micex.ru/marketdata/quotes>]
8. Центр помощи Форекс- Полосы Боллинджера/ Электронный ресурс: [[http://www.fxpro.ru/help-section/articles/fxpro-quant/bollinger-bands-\(bb\)](http://www.fxpro.ru/help-section/articles/fxpro-quant/bollinger-bands-(bb))]