

РАСЧЕТ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ РАБОТЫ КОФЕЙНИ, КАК СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Рогова Н.В.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (443079, Самара, Льва Толстого 23)

Алашеева Е.А.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (443079, Самара, Льва Толстого 23)

Ткаченко А.А.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (443079, Самара, Льва Толстого 2)

Часто при построении математической модели предприятия используются методы теории вероятностей и случайных процессов. В частности, широко применима теория массового обслуживания. При помощи данного аппарата удобно моделировать экономические системы, предполагающие наличие живой очереди, в которой у клиентов присутствует некоторое время ожидания услуг. Это может быть математическая модель производительности кассового зала в супермаркете, зала обслуживания клиентов в банке, салона красоты и т.д. В дальнейшем при помощи данных моделей можно, например, рассчитать оптимальное число работников зала в разные часы работы и т.д. В данной работе построена математическая модель работы одной кофейни города Самары посредством системы массового обслуживания. В работе использованы реальные данные. В начале работы поставлена реальная задача, которая сводится к математической модели. Далее по конкретным данным производится расчёт параметров системы. Это, например, интенсивность нагрузки, по которой можно спрогнозировать время износа оборудования, оптимальное число работающих сотрудников в кофейне. Также производится, например, расчёт такого важного для любого клиента кофейни параметра, как время обслуживания. Из рассчитанной вероятности отказа и вероятности обслуживания поступающих заявок можно сделать вывод о числе работающих касс в данное время. В итоге, при расчёте и анализе всех анализов можно сделать вывод о рентабельности работы кофейни в целом.

Ключевые слова: система массового обслуживания, вероятность, время ожидания.

CALCULATION OF PROIZVODITELNOSTI WORK COFFEE AS A QUEUING SYSTEM

Rogova N. V.

«Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics» (443079, Samara, Leo Tolstoy 23)

E. A. Alasheeva

«Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics» (443079, Samara, Leo Tolstoy 23)

Tkachenko A. A.

«Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics» (443079, Samara, Leo Tolstoy 23)

Frequently when constructing mathematical models the company uses methods of probability theory and random processes. In particular, widely applicable theory of mass service. With this apparatus it is convenient to model the economic system, which presupposes the existence of a queue in which the customer has a waiting time of services. This can be a mathematical model of the performance hall box office in the supermarket, hall customer service Bank, beauty salon, etc. In the future using these models can, for example, to calculate the optimal number of employees calculated in working hours, etc. In this work, a mathematical model of one of the coffee shops of the city of Samara

through the Queuing system. The study used real data. At the beginning of work the real task which comes down to mathematical model is set. Further according to concrete data calculation of parameters of system is made. It is, for example, intensity of loading on which it is possible to predict time of wear of the equipment, optimum number of the working employees in coffee house. Also calculation of such parameter, important for any client of coffee house, as holding time is made, for example. From the calculated probability of refusal and probability of service of the arriving applications it is possible to draw a conclusion on number of the working cash desks at present. As a result, during the calculating and the analysis of all analyses it is possible to draw a conclusion on profitability of work of coffee house in general.

Key words: queueing system, probability, the waiting time.

Теория массового обслуживания исследует на основе теории вероятностей математические методы количественной оценки процессов массового обслуживания. Целью ее исследования является рациональный выбор структуры системы обслуживания на основе изучения потоков требований на обслуживание, поступающих в систему и выходящих из нее, длительность ожидания и длины очередей. Общей особенностью всех задач, связанных с массовым обслуживанием, является случайный характер исследуемых явлений [1,2].

А.Я. Хинчин – первый советский математик, который разработал теорию потока однородных событий, которые легли в основу теории массового обслуживания. Первыми задачами данной теории стало упрощение работы телефонной станции и определение заранее качество обслуживания потребителей в зависимости от числа используемых устройств (А. Эрланг, 1908-1922 г.).

Данная теория имеет широкое применение в математическом моделировании экономических, физических, медицинских задач. В частности, в экономике с помощью неё строятся модели таких предприятий, в работе которых предполагается наличие очереди, время ожидания и т.д. Например, как систему массового обслуживания можно рассматривать работу клиентского зала банка, работу салона красоты, работу кассового зала супермаркета и т.д. По рассчитанным показателям можно делать выводы об эффективности работы предприятия, делать прогнозы на будущее, решать возможные проблемы.

В борьбу за клиента в современной экономике вкладываются огромные средства. Нахождение подхода и завоевание фирмой нового клиента обходится ей в 6 раз дороже, чем удержание существующих покупателей, а на возврат неудовлетворенного клиента необходимо потратить в 25 раз больше средств. Использование теории массового обслуживания позволяет фирме сохранить своих клиентов и избежать таких неприятностей. Система массового обслуживания представляет собой теоретические основы эффективного конструирования и предназначены для многократного использования при выполнении однотипных задач [3,4].

В данной статье построена математическая модель кофейни, как системы массового обслуживания.

Решим задачу: В кофейне принимаются заказы по двум кассам. Среднее количество заказов, поступающих в час – 80 чел. Среднее время оформления заказа – 1 мин. Определить показатели системы массового обслуживания.

Здесь $n=2$, $\lambda = 80$ в час, $t = 1$ мин.

1. **Интенсивность нагрузки:**
$$p = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{80}{1} = 80$$

Интенсивность нагрузки $\rho=80$ показывает степень согласованности входного и выходного потоков заявок канала обслуживания и определяет устойчивость системы массового обслуживания.

При анализе данного параметра можно сделать выводы о необходимости найма на работу новых сотрудников и введения в зал ещё одной работающей кассы. Это снизит интенсивность работы [6].

2. **Время обслуживания (час):**
$$t_{obs} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{1} = 1$$

3. **Вероятность, что канал свободен** (доля времени простоя каналов).

$$p_0 = \frac{1}{\sum \frac{p^k}{k!} + \frac{p^n}{n!} (\sum \frac{p^m}{n})} = 0,000305$$

Следовательно, 0,03% в течение часа канал будет не занят, время простоя равно $t_{пр} = 0$ мин. Вероятность того, что обслуживанием:

занят 1 канал:

$$p_1 = \frac{p^1}{1!}, \quad p_0 = \frac{80^1}{1!} * 0,000305 = 0.0244$$

заняты 2 канала:

$$p_2 = \frac{p^2}{2!}, \quad p_0 = \frac{80^2}{2!} * 0,000305 = 0.975$$

4. **Вероятность отказа (вероятность того, что канал занят)** (доля заявок, получивших отказ).

$$P_{отк} = \frac{p^{n+m}}{n^m n!} p_0 = \frac{80^2}{2!} 0,000305 = 0.975$$

Значит, 98% из числа поступивших заявок не принимаются к обслуживанию.

5. **Вероятность обслуживания поступающих заявок** (вероятность того, что клиент будет обслужен).

В системах с отказами события отказа и обслуживания составляют полную группу событий, поэтому [5]:

$$p_{отк} + p_{обс} = 1$$

Относительная пропускная способность:

$$Q = p_{обс}$$

$$p_{обс} = 1 - p_{отк} = 1 - 0.975 = 0.0247$$

Следовательно, 2% из числа поступивших заявок будут обслужены. Приемлемый уровень обслуживания должен быть выше 90%.

При анализе выше указанных параметров можно делать выводы о скорости износа оборудования и об оптимальном числе сотрудников, находящихся в зале.

6. Среднее число каналов, занятых обслуживанием (Среднее число занятых каналов).

$$n_z = p * p_{обс} = 80 * 0.0247 = 1.976 \text{ канала}$$

Среднее число простаивающих каналов.

$$n_{np} = n * n_z = 2 - 1.976 = 0 \text{ канала}$$

7. Коэффициент занятости каналов обслуживанием.

$$K_z = \frac{n_z}{n} = \frac{1.976}{2} = 1$$

Следовательно, система на 100% занята обслуживанием.

8. Абсолютная пропускная способность (Интенсивность выходящего потока обслуженных заявок).

$$A = p_{обс} * \lambda = 0.0247 * 80 = 1.976 \text{ заявок/час.}$$

9. Среднее время простоя СМО (час.).

$$t_{np} = p_{отк} * t_{обс} = 0.975 * 1 = 0.975$$

10. Среднее время простоя канала (час.).

$$t_{н.к.} = t_{обс} * \frac{1 - p_{отк}}{p_{отк}} = 1 * \frac{1 - 0.975}{0.975} = 0.0253$$

11. Среднее число заявок, находящихся в очереди.

$$L_{och} = \frac{p^{n+1} * 1 - (\frac{p}{n})^m (m + 1 - \frac{m * p}{n})}{n * n! * (1 - (\frac{p}{n}))^2} p_0$$
$$L_{och} = \frac{80^{2+1} * 1 - (\frac{80}{2})^1 (1 + 1 - \frac{1 * 80}{2})}{2 * 2! * (1 - (\frac{80}{2}))^2} * 8 * 10^{-6} = 0.975$$

12. Среднее время простоя СМО (среднее время ожидания обслуживания заявки в очереди) (час.).

$$T_{обс} = \frac{L_{обс}}{A} = \frac{0.974}{2.073} = 0.46$$

13. Среднее число обслуживаемых заявок

$$L_{обс} = p * Q = 80 * 0.0247 = 1.976$$

14. Среднее число заявок в системе (т.е. заявки, которые уже обслуживаются, и те, которые еще стоят в очереди и ждут обслуживания).

$$L_{СМО} = L_{оч} + L_{обс} = 0.974 + 2.074 = 3.048$$

15. Среднее время пребывания заявки в СМО.

$$T_{СМО} = \frac{L_{СМО}}{A} = \frac{3.048}{1} = 3.048$$

Число заявок, получивших отказ в течение часа:

$$\lambda * p_1 = 78 \text{ заявок в час.}$$

Номинальная производительность СМО:

$$\frac{2}{1} = 2 \text{ заявок в час.}$$

Фактическая производительность СМО:

$$\frac{1.976}{2} = 98.8\% \text{ от номинальной производительности.}$$

Вывод: В данной статье была рассмотрена задача по теории массового обслуживания. Рассчитали все основные показатели системы массового обслуживания. Данную задачу можно применять на практике.

Если судить по полученным данным о рентабельности кофейни, то на данный момент она вполне рентабельна. Однако, учитывая интенсивность потока клиентов и почти непрерывную работу данного предприятия, можно сделать вывод о достаточно быстром

износе оборудования кофейни. Это и оформление зала, и кухонный инвентарь и т.д. Кроме того, явно присутствует необходимость в увеличении числа сотрудников, если учесть число обслуживаемых в минуту клиентов.

Для решения данных проблем, например, можно открыть ещё одну кофейню данной сети в том же районе. Это снизит интенсивность потока, хотя и уменьшит прибыль данного предприятия.

Литература

1. Венцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Академия, 2005
2. Венцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей. – М.: Высшая школа, 2002. – 448 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб пособие. - М.: Образование, 2007. - 479с.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М. Высшая школа , 2001 -400с.
5. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.
6. Калинина В.Н., Панкин В.Ф. Математическая статистика. - М.: Высшая школа, 2001.