

УДК 519.22

ТОЧЕЧНЫЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**Газарян А.Ш., Мокриков С.С.***ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: inf@stgau.ru*

При написании статьи был проведен анализ и применены теоретические аспекты методов математической статистики, а также изучены оценки, которые применяются при анализе явлений, которые обладают свойством статистической устойчивости. Применяются следующие оценки: несмещенные, эффективные и состоятельные. Также рассмотрены величины, которые могут помочь при нахождении зависимости. Это: генеральная средняя и генеральная дисперсия. В качестве точечной оценки такого параметра, как генеральная средняя выступает выборочная средняя, а для параметра генеральная дисперсия точечной оценкой является выборочная дисперсия. Для более эффективного закрепления материала в статье приведены примеры с тщательно разобранным решением, которые помогли наглядно ознакомиться с методами точечной оценки.

Ключевые слова: математическая статистика, дисперсия, генеральная и выборочная средняя**POINT ESTIMATES PARAMETERS****Gazaryan A.S., Mokrikov S.S.***Stavropol State Agrarian University, Stavropol, e-mail: inf@stgau.ru*

While writing the article, the analysis and theoretical aspects of the methods of mathematical statistics were applied, and also the estimates that are used in the analysis of phenomena that have the property of statistical stability are studied. The following estimates are applied: unbiased, efficient and well-off. Also values that can help in finding the relationship are considered. These are: the general average and the general variance. As a point estimate of such a parameter as the general mean, the sample mean is the sample, and for the general dispersion parameter, the point estimate is the sample variance. These parameters are indicated accordingly. For more effective consolidation of the material in the article, examples are given with a carefully disassembled solution that helped to visually familiarize with the methods of point estimation.

Keywords: mathematical statistics, variance, general and sample mean

Методы математической статистики используются при анализе явлений, которые обладают свойством статистической устойчивости. Сущность данного свойства заключается в том, что результат X определённого опыта не может быть предсказан с большой точностью, где значение функции $\theta_n^* = \theta_n^*(x_1, x_2, \dots, x_n)$ от результатов наблюдений при увеличении объёма выборки теряет своё свойство случайности и сходится по вероятности с неслучайной величиной θ [9].

В математической статистике применяются следующие оценки [3, 7]:

- несмещённые (значение математического ожидания оценки совпадает со значением оцениваемого параметра, то есть $M(\theta^*) = \theta$);
- смещённые (оценка $M(\theta^*) \neq \theta$);
- эффективные (оценка, которая имеет при заданном объёме выборки n наименьшую дисперсию);
- состоятельные (оценка, которая стремится при $n \rightarrow \infty$ по вероятности к оцениваемому параметру);

Точечной оценкой называют некоторую функцию результатов наблюдения $\theta_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$, значение которой принима-

ется за более приближенное в данных условиях к значению самого параметра θ , то есть оценку, определяющую одним числом [5, 2].

Часто, по результатам наблюдений количественного признака X требуется оценить следующие параметры распределения генеральной совокупности:

- генеральная средняя $M(X)$;
- генеральная дисперсия $D(X)$;

В качестве точечных оценок этих параметров выступают выборочная средняя и выборочная дисперсия \bar{x}_b и D_b соответственно [1, 4].

Генеральная средняя – среднее арифметическое значений генеральной совокупности \bar{x}_r :

$$\bar{x}_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\bar{x}_r = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots}{N} \text{ – с повторениями}$$

Выборочная средняя – среднее арифметическое значение выборки [3, 8].

То есть, имеется выборка объёма n , тогда выборочная средняя равна:

$$\bar{x}_b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Выборочная средняя по данным одной выборки является определённым числом. Также выборочная средняя является несмещённой оценкой математического ожидания.

При увеличении объёма выборки n вся выборочная система стремится к генеральной средней [6, 9].

Генеральной дисперсией называют среднеарифметическое квадратное отклонение значений генеральной совокупности от их среднего значения.

$$D_{\Gamma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_{\Gamma})^2;$$

Кроме дисперсий для характеристики рассеивания значений генеральной совокупности вокруг своего среднего также можно пользоваться средним квадратическим отклонением [10].

Выборочная дисперсия – среднее арифметическое квадратов отклонений, наблюдаемых значений выборки от их среднего значения.

$$D_{\text{в}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_{\text{в}})^2$$

Справедлива также формула:

$$D_{\text{в}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x}_{\text{в}})^2.$$

Для исправления выборочной дисперсии необходимо умножить её на дробь:

$$S^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{в}}.$$

Получаем исправленную выборочную дисперсию, которая является несмещённой оценкой генеральной дисперсии.

Также:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n n_i (x_i - x_{\text{в}})^2}{n-1} - \text{с повторениями.}$$

Для оценки рассеивания выборки служит выборочное среднеквадратическое отклонение.

Теперь рассмотрим, как применяются перечисленные данные при решении задач.

Пример 1.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма $n=30$;

x_i	1	2	4	21
n_i	7	30	20	3

Необходимо найти несмещённую оценку генеральной средней и исправленную выборочную дисперсию.

Решение: Чтобы найти несмещённую оценку генеральной средней необходимо применить формулу:

$$\bar{x}_{\text{в}} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots}{n};$$

Подставим значения из условия:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{\text{в}} &= \frac{1 \cdot 7 + 2 \cdot 30 + 4 \cdot 20 + 21 \cdot 3}{30} = \\ &= \frac{7 + 60 + 80 + 63}{30} = \frac{210}{30} = 7. \end{aligned}$$

Зная выборочную среднюю, найдём выборочную дисперсию:

$$\begin{aligned} D_{\text{в}} &= \frac{1^2 \cdot 7 + 2^2 \cdot 30 + 4^2 \cdot 20 + 21^2 \cdot 3}{30} - 7^2 = \\ &= \frac{1770}{30} - 7^2 = 59 - 49 = 10. \end{aligned}$$

Теперь можем найти исправленную дисперсию:

$$S^2 = \frac{30}{30-1} \cdot 10 = \frac{30}{29} \cdot 10 \approx 1,03 \cdot 10 \approx 10,3.$$

Ответ: $x_{\text{в}} = 7$, $S^2 = 10,3$.

Вывод. Таким образом, по выборочной совокупности значений, наблюдаемого количественного признака, можно вычислить точечные оценки математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности.

Список литературы

1. Бондаренко Д.В., Бражнев С.М., Литвин Д.Б., Варнавский А.А. Метод повышения точности измерения векторных величин // Наука Парк. – 2013. – № 6 (16). – С. 66–69.
2. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Финансовая математика в инвестиционном проектировании (учебное пособие) // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 8–2. – С. 178–179.
3. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Совершенствование экономических механизмов для решения проблем экологической безопасности. // Информационные системы и технологии как фактор развития экономики региона: II Международная научно-практическая конференция. – 2013. – С. 68–71.
4. Литвин Д.Б., Гулай Т.А., Жукова В.А., Мамаев И.И. Модель экономического роста с распределенным запаздыванием в инвестиционной сфере // Вестник АПК Ставрополя. – 2017. – № 2 (26). – С. 225–228.
5. Литвин Д.Б., Долгополова А.Ф., Мелешко С.В. Совершенствование механизма управления риском экологического ущерба // Финансово-экономические проблемы развития региона и учетно-аналитические аспекты функционирования предпринимательских структур: Сборник научных трудов по материалам Ежегодной 77-й научно-практической конференции / ФГБОУ ВПО «Ставропольский государственный аграрный университет» «Аграрная наука – Северо-Кавказскому федеральному округу». 2013. С. 471–474.

6. Литвин Д.Б., Шепеть И.П., Бондарев В.Г., Литвина Е.Д. Применение дифференциального исчисления функций нескольких переменных к разработке алгоритма определения координат объекта. // Финансово-экономические и учетно-аналитические проблемы развития региона: Материалы Ежегодной 78-й научно-практической конференции. – 2014. – С. 242–246.
7. Писаренко И.Н., Королькова Л.Н., Литвин Д.Б. Необходимость исследования IDS как элемента инфраструктуры безопасности // Инновационные направления развития в образовании, экономике, технике и технологиях: Сборник статей. В 2 частях. / ФГБОУ ВПО «Донской государственный технический университет», Технологический институт сервиса (филиал). – 2016. – С. 139–142.
8. Litvin D., Ghazwan R.Q. Thinking skills product in mathematics among the students of the university // Экономические, инновационные и информационные проблемы развития региона материалы. Международной научно-практической конференции, 2014. – С. 5–9.
9. Litvin D.B. Mathematical self-concept among university students // Аграрная наука, творчество, рост: Сборник научных трудов по материалам IV Международной научно-практической конференции, 2014. – С. 326–329.
10. Litvin D.B., Popova S.V., Zhukova V.A., Putrenok E.L., Narozhnaya G.A. Monitoring of the parameters of intra-industrial differentiation of the primary industry of the traditionally industrial region of southern Russia // Journal of Advanced Research in Law and Economics. – 2015. – Т. 6; № 3. – С. 606–615.