

УДК 621.31

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЦ К РАСЧЕТУ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Мазницын А.Ш., Тарасова К.А.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь,
e-mail: mazars001@mail.ru

Данная статья посвящена применению матрично-топологического метода для расчета линейных электрических цепей. Существующие методы расчета электрических цепей – непосредственно по законам Кирхгофа, методу контурных токов, эквивалентного генератора, наложения и методу узловых потенциалов – позволяют принципиально рассчитать любую схему. Но их применение без использования топологических матриц рационально для относительно простых схем. Поэтому применение матричных методов расчета позволяет формализовать процесс составления уравнений электромагнитного баланса цепи, а также упорядочить ввод данных в персональный компьютер, что особенно важно и удобно при расчете сложных разветвленных схем. Анализ процессов в линейных электрических цепях вызывает большой интерес в электротехнике. Использование матрицы при расчете электрической цепи позволяет оптимизировать и ускорить процесс решения электротехнических задач.

Ключевые слова: матрично-топологический метод, линейные электрические цепи, контурная матрица, узловая матрица, диагональная матрица, реальные токи

APPLICATION OF MATRIX TO CALCULATION OF LINEAR ELECTRICAL CIRCUITS

Maznitsyn A.S., Tarasova K.A.

Stavropol State Agrarian University, Stavropol,
e-mail: mazars001@mail.ru

This article is devoted to the application of the matrix-topological method for calculating linear electric circuits. Existing methods for calculating electrical circuits – directly according to the laws of Kirchhoff, the method of contour currents, the equivalent generator, the superposition and the method of nodal potentials – make it possible in principle to calculate any scheme. But their use without the use of topological matrices is rational for relatively simple schemes. Therefore, the use of matrix calculation methods allows us to formalize the process of drawing up the equations for the electromagnetic balance of the circuit, and also to order the input of data into a personal computer, which is especially important and convenient in the calculation of complex branched circuits. The analysis of processes in linear electrical circuits is of great interest in electrical engineering. The use of the matrix in the calculation of the electrical circuit makes it possible to optimize and accelerate the process of solving electrical problems.

Keywords: matrix-topological method, the linear circuit, contour matrix, key matrix, a diagonal matrix, of real currents

Для характеристики линейных электрических цепей используются линейные уравнения для токов и напряжений. Линейные электрические цепи можно заменить линейными схемами замещения из линейных пассивных (резистивные элементы) и активных элементов (постоянные источники ЭДС или источники тока) с линейными вольтамперными характеристиками [3].

Линейные электрические цепи имеют следующие свойства: принцип наложения и эквивалентного генератора, принцип взаимности, теорема о линейных соотношениях, теорема компенсации. Эти свойства учитываются при выборе методов расчета и свойств линейных электрических цепей. Наиболее применимы: метод эквивалентно-

го преобразования, расчет схем с использованием законов Кирхгофа, метод контурных токов, метод узловых потенциалов, метод эквивалентного генератора, метод наложения, применение матриц (узловая, диагональная, матрица сопротивлений). Матрицы удобно составлять по графу схемы, в которой нет источников тока и ветвей с сопротивлением, равным нулю. Рассмотрим применение матриц к расчету линейных электрических цепей [1].

Задача: рассчитать электрическую цепь, применив матрично-топологический метод.

Дано: $E_1 = 120$ В, $E_2 = 210$ В, $E_3 = 60$ В, $I = 2$ А, $R_1 = 25$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 8$ Ом, $R_4 = 10$ Ом, $R_5 = 34$ Ом, $R_6 = 30$ Ом, $R_7 = 20$ Ом, $R_8 = 2$ Ом.-

Схема:

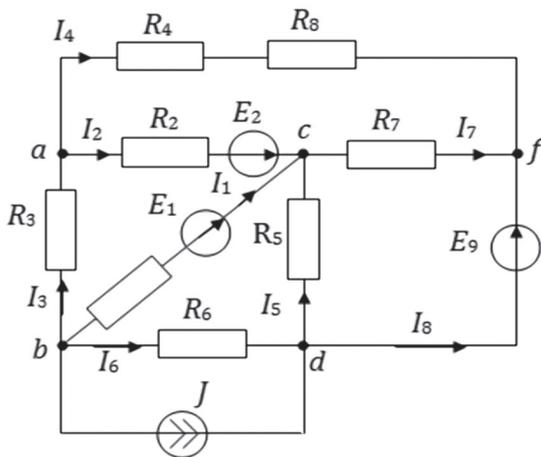


Рис. 1

Решение. Для того чтобы составить граф этой схемы, необходимо исключить из ветви ЭДС E_9 , перенеся её через узел f , и заменить источник тока J на источник ЭДС $E_6 = IR_6$.

Преобразованная схема будет иметь вид рис. 2.

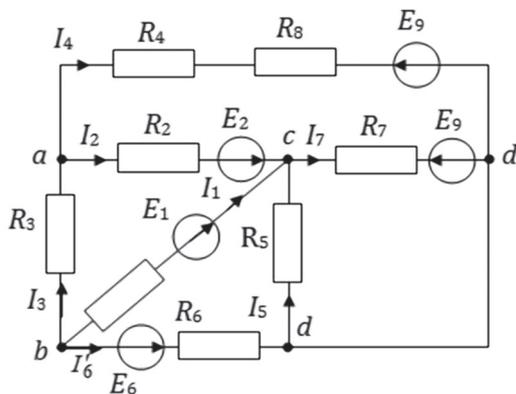


Рис. 2

Примечание. На полученной схеме узлы d и f допустимо рассматривать как один узел d .

Поскольку после преобразований ток, который течет через R_6 , изменился, то обозначим его I_6 .

Граф для преобразованной схемы будет иметь вид рис. 3.

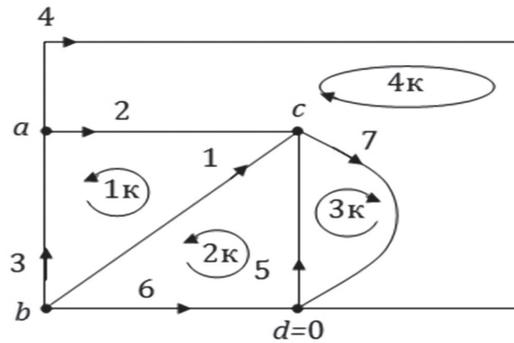


Рис. 3

Узловые и контурные матрицы удобно составлять по графу схемы, в которой нет источников тока и ветвей с сопротивлением, равным нулю. Если такие ветви имеются, то их следует исключить, используя эквивалентные преобразования [2].

Составим узловую матрицу A для графа (рис. 3), выбрав опорным узел d :

Ветви

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Узлы

Составим контурную матрицу B для направлений обходов независимых контуров:

Ветви

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1к \\ 2к \\ 3к \\ 4к \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Контурные

Связь между узловой и контурной матрицами определяется формулами:

$$B \times A^T = 0, \quad A \times B^T = 0.$$

Составим диагональную матрицу сопротивлений ветвей R :

$$\begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 + R_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_6 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & R_7 \end{pmatrix},$$

а также матрицу ЭДС ветвей E:

$$E = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ 0 \\ -E_9 \\ 0 \\ JR_6 \\ -E_9 \end{pmatrix}.$$

Найдем контурные токи по формуле

$$I_k = (BRB^T)^{-1} BE = \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \\ I_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,201 \\ 1,08 \\ -4,445 \\ -7,165 \end{pmatrix}.$$

Найдем реальные токи в ветвях по формуле

$$I = B^T I_k = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,879 \\ 6,963 \\ -0,201 \\ -7,165 \\ -3,364 \\ 1,08 \\ 2,72 \end{pmatrix}.$$

Рассчитаем токи I_6 и I_8 в схеме (рис. 1), применив первый закон Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_6 &= -J - I_1 - I_3 = \\ &= -2 + 0,879 + 0,201 = -0,92 \text{ А}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_8 &= J - I_5 + I_6 = \\ &= 2 + 3,364 - 0,92 = 4,445 \text{ А}. \end{aligned}$$

Определим U_J , применив второй закон Кирхгофа:

$$U_J = -I_6 \times R_6 = 27,586 \text{ Вт}.$$

Проверим правильность расчета с помощью баланса мощности:

$$P_{\text{и}} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_9 I_8 + J U_J = 1679 \text{ Вт}.$$

$$\begin{aligned} P_{\text{п}} &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 (R_4 + R_5) + \\ &+ I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 + I_7^2 R_7 = 1679 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Итак, токи в линейной электрической цепи рассчитаны верно.

Таким образом, для оптимизации решения электротехнических задач и упрощения процесса составления уравнений возможно и доступно использование узловой и диагональной матрицы.

Список литературы

1. Гулай Т.А., Гагауллина К.Р., Фурсов Д.И., Применение классического метода при математическом расчете переходных процессов // Международный студенческий научный вестник. – 2017. – № 4-4. – С. 511-513.
2. Гулай Т.А., Желтяков В.И., Применение систем линейных алгебраических уравнений при расчете электрических цепей // Международный студенческий научный вестник. – 2017. – № 4-4. – С. 522-524.
3. Гулай Т.А., Мелешко С.В., Невидомская И.А., Применение технических средств обучения в процессе математической подготовки студентов инженерных направлений // Вестник АПК Ставрополя. – 2014. – № 1 (13). – С. 10-13.
4. Долгополова А.Ф., Колодяжная Т.А. Руководство к решению задач по математическому анализу. Часть 1 // Международный журнал экспериментального образования. – 2011. – № 12. – С. 62-63.
5. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Руководство к решению задач по математическому анализу. Часть 2 // Международный журнал экспериментального образования. – 2012. – №2. – С. 81-82.