УДК 51-32

Занимательная арифметика

Тихонов Д.А.[1],(студент первого курса) Селивёрстова И.Ф.[1](кандидат физико-математических наук)

1 Красноярский институт железнодорожного транспорта – филиал ФГБОУ ВО ИрГУПС

Аннотация

В статье рассмотрены различные способы умножения двух сомножителей, один из которых состоит из одинаковых цифр, а у второго состав цифр – произвольный. Главным образом рассматривались случаи, когда количество цифр первого сомножителя больше или равно их количеству во втором сомножителе. Выяснилось, что интересным свойством обладают сомножители, состоящие из девяток и единиц. В этих случаях упрощается нахождение их произведения на вторые сомножители, составленные из произвольных цифр, а также произведение любых других однородных сомножителей на те же числа второго сомножителя. Особенно просто находятся произведения, когда первым сомножителем является число, состоящие из девяток. Метод имеет практическое применение: он позволяет успешно (быстро) находить стоимость какой-либо партии продукции или количество изделий, выпущенных за какой-либо срок. Методы устного счета способствуют развитию логического мышления у студентов и школьников. Кроме того, они могут оказаться очень актуальными в связи с идущими преобразованиями (изменениями частотных характеристик) окружающей среды.

Рассматривались также случаи, когда первый сомножитель (из одинаковых цифр) имел их количество меньше, чем второй.

Abstract to the article "Entertaining Arithmetic".

Tikhonov D. A[1].(First-year student), Seliverstova, I. F.[1](Candidate of physico-mathematical sciences)

In the article various ways of multiplication of two factors are considered, one of which consists of identical digits, and in the second the composition of the digits is arbitrary. Mainly cases were considered when the number of digits of the first factor is greater than or equal to their number in the second factor. It turned out that an interesting property is possessed by factors consisting of nines and units. In these cases, the finding of their product by the second factors composed of arbitrary digits is simplified, and also the product of any other homogeneous factors by the same numbers of the second factor. Especially simple are the works, when the first factor is a number consisting of nines. The method has practical application: it allows anybody to successfully (quickly) find the cost of any batch of products or the number of products issued for any period. The methods of verbal account contribute to the development of logical thinking in students and schoolchildren. In addition, these methods can be very relevant in connection with the ongoing transformations (changes in frequency characteristics) of the environment.

We also considered cases when the first factor (of the same digits) had their number less than the second.

Занимательная арифметика.

В статье рассмотрены некоторые способы умножения чисел, составленных из одинаковых цифр на одночлены, двучлены, трёхчлены и т.д., и состоящих из различных цифр. Для выбора лучших возможностей нахождения произведения, составим таблицу умножения, записанную в «простых» числах, т.е. состоящих из одной цифры (таблица 1) *Таблица умножения [1] с результатом в простых числах. r=n*x, где n=1,2,3…9*

r \ x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1x	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
2x	*2*	*4*	*6*	*8*	1	3	5	7	9
3x	*3*	*6*	*9*	3	6	9	3	6	9
4x	*4*	*8*	3	7	2	6	**1**	5	9
5x	*5*	1	6	2	7	3	8	4	9
6x	*6*	3	9	6	3	9	6	**3**	9
7x	*7*	5	3	**1**	8	6	**4**	**2**	9
8x	*8*	7	6	5	4	**3**	**2**	**1**	9
9x	*9*	9	9	9	9	9	9	9	9

Таблица 1

Введём для нашего случая классификацию «простых» чисел. Если произведение чисел таблицы умножения есть «простое» число 2*3=6, 4*2=8 и т.п., то эти «простые» числа назовём числами *нулевого порядка* (в таблице подчёркнуты). Если произведение чисел есть двузначное число, а сумма их цифр – «простое» число, 6*2=12→1+2=3; 5*3=15→1+5=6 и т.п., т.е. число 3, 6 … «простые» числа 1-го порядка. Аналогично для 7*8=56→5+6=11→1+1=2; 6*8=48→4+8=12→1+2=3 и т.п. получаем числа 2,3 … - «простые» числа 2-го порядка (в таблице выделены жирным), т.е. порядок «простого» числа определяется количеством последовательных сложений цифр результата произведения до получения «простого» числа. «Простых» чисел 2-го порядка всего 5, если учесть, что a*b=b*a:

6*8=48→4+8=12→1+2=3   7*4=28→2+8=10→1+0=1 7*7=49→4+9=13→1+3=4

7*8=56→5+6=11→1+1=2   8*8=64→6+4=10→1+0=1. Назовём эти сомножители особыми**.**

Для наглядности таблицу изобразим графически (рис. 1-9), соответственно перемножаемым числам таблицы умножения. (n) от 1 до 9

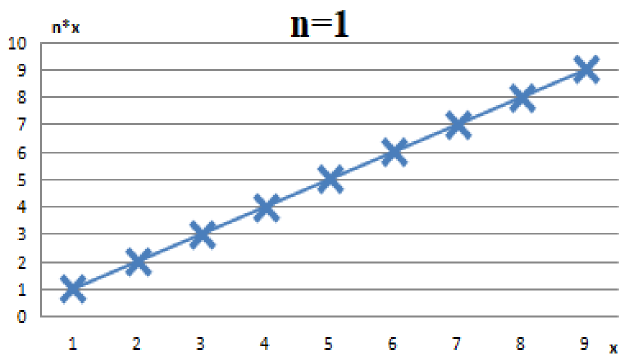

рис. 1

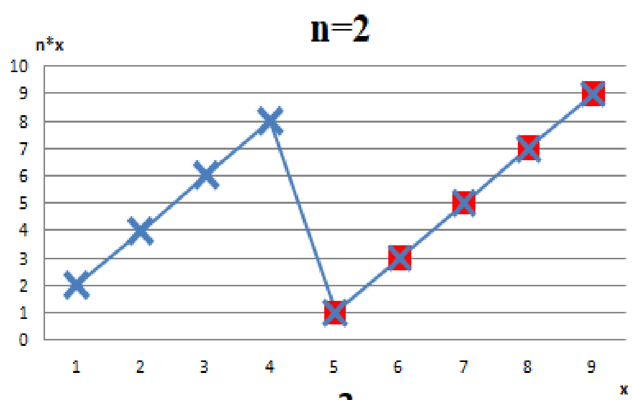

рис. 2

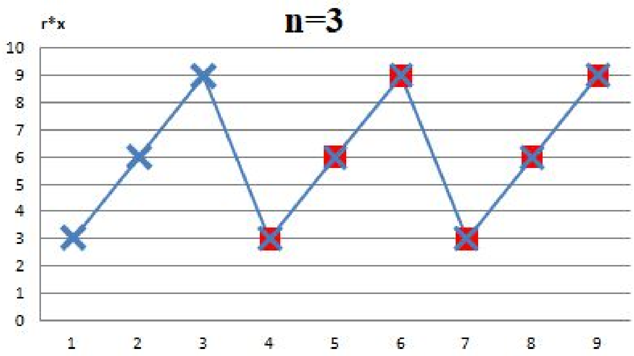

рис. 3

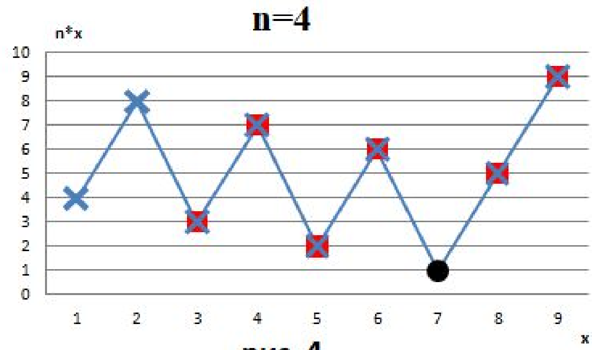

рис. 4

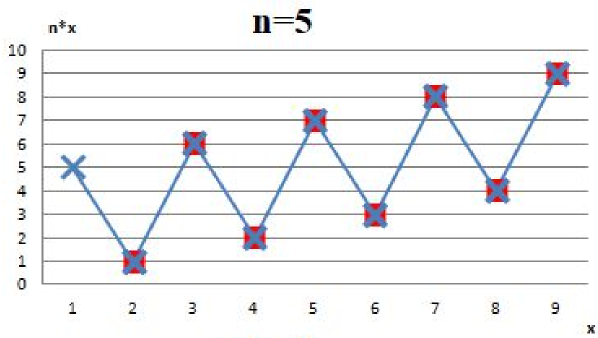

рис. 5

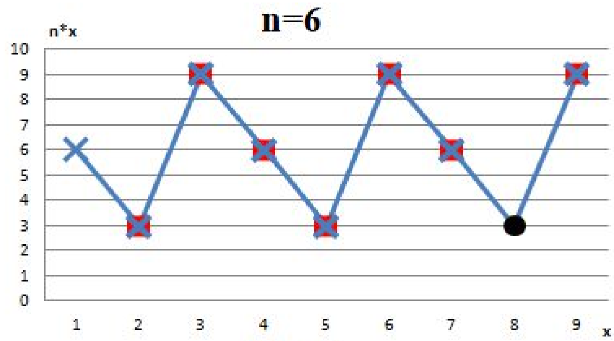

рис. 6

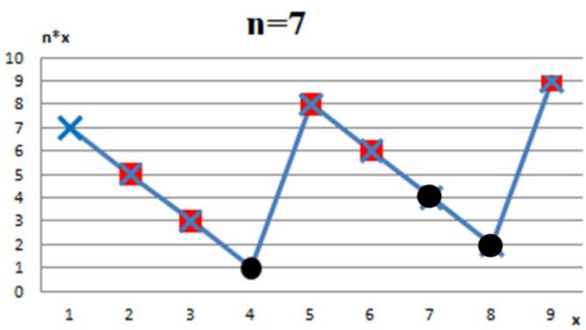

рис. 7

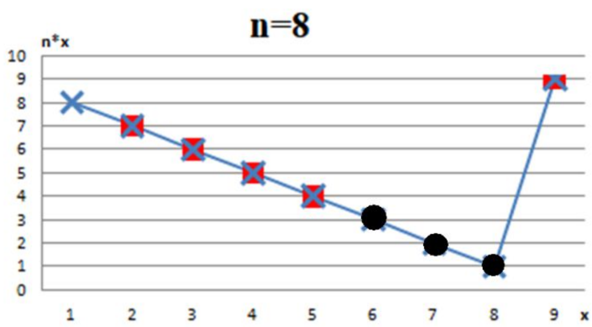

рис. 8

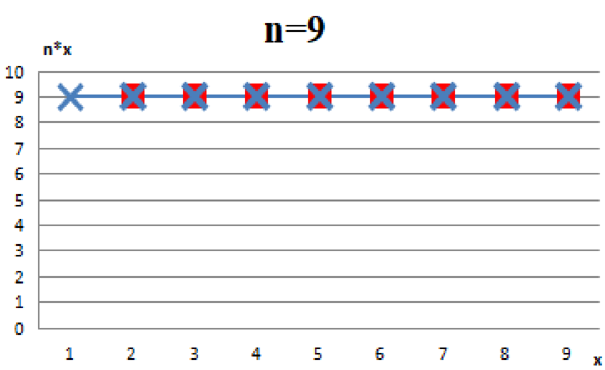

рис. 9

X – нулевой ,■ – первого, ● – второго порядков.

Из рисунков хорошо заметны особенности поведения графиков для цифры n=1(рис.1), которая даёт линейную зависимость и цифры n=9(рис.9), где график – прямая линия, параллельная оси OX, т.е. демонстрирует одинаковый результат в «простых» числах при умножении её на любое целое число от 1 до 9. Такая особенность цифры 9 предполагает упрощение действий умножения на эту цифру.

Рассмотрим:

1. Умножение чисел, состоящих из одинаковых цифр на любое однозначное число:

6666	333	444	77
× 4	× 7	× 2	× 9
26664	2331	0888	693

А) Если произведение 2х цифр является «простым» числом нулевого порядка, то умножение выполняется просто.

<u>Правила умножения</u>:

Перемножаются крайние цифры 6*4; 3*7, 4*2; 7*9. Получаем двучлены соответственно: 24, 21, 08, 63.

ЗАМЕЧАНИЕ: Там, где при умножении получается одна цифра, для формализации двучлена, подписываем впереди ноль, т.е.8=08. Затем первая цифра записывается впереди ответа, а вторая – в конце. Между ними помещаются одинаковые «простые» периодические числа – сумма цифр двучленов 24, 21, 08, 63 т.е. 2+4=6; 2+1=3; 0+8=8, 6+3=9 «простые» числа первого порядка.

<u>Структура ответа:</u> Количество цифр в ответе равно сумме их количеств в сомножителях. Ответ состоит из 3х частей: первой, средней и последней. Первая и последняя части, при умножении 1-го сомножителя на однозначное число, <u>числа однозначные.</u> Между ними периодически повторяющиеся «простые» числа 1-го порядка (или нулевого), равные их сумме: 2+4=6; 2+1=3;0=8=8 и т.д. в количестве равном разности (Δ) количества цифр в обоих сомножителях.

Если сомножители – особые числа, то в ответ включаются также «простые» числа 2-го порядка. Пример: найти 66666*8=?

1) 6*8=48 записываем 4 . . . . 8, но 48→4+8=12, тогда получим (4+1) . . . 28, а вместо точек (между ними) 12→1+2=3 - периодическое число.

Получим: 533328. Здесь 5 – первая часть ответа, 8 – последняя, 3332 – средняя, 333 – периодическая. Т.е. в случае умножения особых сомножителей происходит «сбой» периодичности в средней части ответа (среднее число 3332), **причём цифра «сбоя» на единицу меньше периодической цифры.**

Если уменьшается (увеличивается) количество цифр первого сомножителя, то на столько же уменьшается (увеличивается) количество <u>периодической цифры</u>.

2. Умножение чисел, состоящих из одинаковых цифр на двучлены, трёхчлены и т.д. Сначала рассмотрим в качестве первых сомножителей числа, состоящие из девяток и единиц.

А)Число цифр первого сомножителя больше или равно их числу во втором. Умножение производим по принципу умножения на однозначное число.

Рассмотрим произведение:

$$\begin{array}{r} 9999 \\ \times\ 37 \\ 69993 \\ +\ 29997 \\ \hline 369963 \end{array}$$

Среднее число – двучлен из девяток. Сумма крайних двучленов равна 99=36+63. Первый двучлен ответа на единицу меньше второго сомножителя (37-1=36). Тогда последний находим как разность 99-36=63.

Замечание: вне зависимости от количества девяток в средней части ответа для нахождения последней части ответа их берётся столько, сколько цифр, соответственно, в двучлене, трёхчлене и т.д. второго сомножителя

1) 99999	_999	2)99999999	_99
236	764	15	85
23599764	235	1499999985	14

Общее правило умножения:

1) От 2-го сомножителя отнимаем 1 – получаем первую часть ответа (двучлен, трёхчлен – по виду второго сомножителя.)

2) Последняя часть ответа получается как разность между **равным** количеством девяток и цифр первой его части.

3) Между ними записываются периодические числа (девятки) в количестве, равном разности (Δ) цифр сомножителя. (для 1-го примера: Δ=2=5-3; а для второго Δ=6=8-2).

Существуют и другие способы нахождения ответа, но этот самый простой.

Метод «девяток» может быть полезен для практического использования.

Так, например, доход от продажи партии из 999 изделий стоимостью по 58 рублей каждая может быть оценен сразу и равен 57942. Аналогично при выпуске цехом 34 изделий можно быстро оценить их выпуск за 99 рабочих дней

Кроме того, зная произведение конкретного количества девяток на какое-либо число, можно умножив ответ на соответствующий коэффициент, получить произведение количества других однородных цифр на это же число. Например:

$8888*364=9999*364*\frac{8}{9}=3639636*\frac{8}{9}=404404*8=3235232$

В) Число цифр второго сомножителя больше числа девяток первого сомножителя.

Общее правило:

●Ответ также состоит из начальной, средней и конечной части(3-ей). Количество цифр конечных частей ответа одинаково и равно количеству перемножаемых девяток.

●Количество средних цифр разности (Δ) количеств цифр перемножаемых сомножителей. Если их окажется больше, то его старшая цифра прибавляется к соседней цифре первой части ответа.

●Общее количество цифр ответа равно их сумме в сомножителях.

Как найти составляющие ответа?

Если, например, умножаются 999 на число, состоящее из количества цифр >3, то первые три цифры ответа – это первые три цифры второго сомножителя. Последняя часть ответа, состоящая из 3х цифр, находится как разность 999 и 3х(последних) цифр второго сомножителя, уменьшенных на единицу. Первые 3 цифры ответа – это первые 3 цифры второго сомножителя, уменьшенные на единицу. Для нахождения средней части ответа, складывается: число из цифр конца второго сомножителя в количестве, равном Δ с разностью между девятками первого сомножителя и числом из такого же количества первых цифр 2-го сомножителя.

Несколько примеров:

1) 9	Δ=3	2) 99	Δ=2	3)999	Δ=1
3286	4=9-5	3584	34=35-1	2134	11=4+(9-2)
2(957)4	2=3-1	34(148)16	16=99-83	212(11)866	
957=286+(999-328)		354816	148=84+(99-35)	2131866	

ЗАМЕЧАНИЕ: разделив каждый результата на 9, получим произведение первых сомножителей, составленных из единиц на соответствующие вторые сомножители.

3) Умножение первых сомножителей, составленных из единиц на произвольные двучлены, трёхчлены и т.д.

А) Число цифр второго сомножителя меньше или равно их количеству в первом.

Рассмотрим	1111	(1*8)(1*7)=(08)(07)	3)7+0+8+1+0=16=6_1	
	87	1)7	4)7+0+8+1+0=16=6_1	Δ=2
	$0966_1 5_1 7$	2)7+0+8=15=5_1	5)8+1=9	

0 впереди добавляем для равенства количества цифр ответа и сомножителей.

Во всех случаях, когда первый сомножитель составлен из единиц, среднее число периодическое и является «простым» числом второго сомножителя (87→8+7=15→1+5=6) Их количество в ответе изменяется в зависимости от Δ.

Сумма крайних частей ответа равна среднему (09+57=66). Поэтому зная периодическое число и правый двучлен ответа, легко найти левый.

Замечание: это справедливо и для произведений других первых сомножителей(2,3…8), если средняя часть ответа – периодические числа. В этом случае величины правой и левой частей ответа меньше его средней части составленных из такого же количества цифр. Заметим, что умножение единиц на двузначное число аналогично умножению однородных сомножителей из других цифр на однозначное число. В случае если «простое» число второго порядка, то к единицам первой части ответа добавляется единица.

11111	48→4+8=12→1+2=3 – «простое» число второго порядка.
48	Тогда первый двучлен 04+01=05
0533328	

Метод позволяет быстро подсчитать, например, стоимость (11…1) изделий по цене 26 рублей (особенно второго сомножителя – «простое» число первого порядка)

(11…1*26=0288…86)

Аналогично производится умножение на трёхчлены, четырёхчлены и т.д.

1111
326
$0362_1 1_1 86$

Периодическое число 3+2+6=11→1+1=2;Δ=1, следовательно, средняя часть ответа – 2.

Правый трёхчлен находиться последовательным суммированием цифр второго сомножителя справа налево: (3+2+6)(9+6)=186. Тогда для первого трёхчлена получим: 222-186=036 (для нахождения левой части берётся столько периодических цифр, сколько их во втором сомножителе).

Можно найти ответ, суммирую справа налево последовательно все цифры с 6 до 3 (сначала увеличивая их количество слагаемых, а затем уменьшая)

3(3+)(3+2+6)(3+2+6)(2+6)6→$362_1 1_1 86$ Индексы указывают число единиц, перешедших в старший разряд.

В) Число цифр второго сомножителя больше чем первого.

В этом случае в умножении участвуют только те цифры второго сомножителя, которые стоят под единицами, причём первый сомножитель пошагово перемещается влево до совпадения первых цифр обоих сомножителей.

11
4328
$04760_1 8$

1)8; 2)8+2=10→0_1 3)2+3+1=6 4)3+4=7 5)4

Зная произведение сомножителя из единиц на какое-либо число, можно найти произведения сомножителя из других одинаковых цифр на это число.

Примеры:

1111*46=051106 8888*46=051106*8=408848 или 5555*23=1111*(23*5)=1111*115=127765

66*328=11*(328*6)=11*1968=21648

Существуют и другие способы умножения первого сомножителя состоящего из других однородных цифр (2,3 …8) на произвольные двучлен, трёхчлен (здесь не рассматривается)

Заметим, что в связи идущим изменением физика пространства [2] (усилением эфиризации, а следовательно, переходом планеты в высокочастотную среду) и, как следствие, грядущим нарушением работы информационно-электронных систем приведённые вычислительные операция могут оказаться актуальными, а также в любом случае являются своеобразной гимнастикой ума.

Литература.

1) Выгодский, М. Я. Справочник по элементарной математике / М. Я. Выгодский. – М., 2006. 509 с.

2) Дмитриев, А.Н. Пришествие эпохи огня / А.Н. Дмитриев, А.В. Русинов. – Новосибирск – Томск: Твердыня, 2004. – 72 с.